

## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **2.1 Belajar dan Pembelajaran Matematika**

##### **2.1.1 Belajar**

Istilah *belajar* berasal dari bahasa Inggris yaitu *learning*. Belajar pada dasarnya adalah proses perubahan tingkah laku berikut adanya pengalaman. Pembentukan tingkah laku ini meliputi perubahan keterampilan, kebiasaan, sikap, pengetahuan, pemahaman, dan apresiasi.

Belajar adalah perubahan tingkah laku yang dialami oleh individu dalam berinteraksi dengan lingkungannya. (Basleman dan Mappa, 2011: 12)

Belajar adalah suatu aktivitas mental/psikis, yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan, yang menghasilkan sejumlah perubahan dalam pengetahuan-pemahaman, keterampilan dan nilai-sikap. (Winkel dalam Suprihatiningrum, 2013: 15)

Belajar ialah suatu proses usaha yang dilakukan individu untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan sebagai hasil pengalaman individu itu sendiri dalam interaksi dengan lingkungan. (Ahmadi dan Supriyono, 2004: 128)

Berdasarkan pendapat dari berbagai ahli di atas dapat disimpulkan belajar adalah suatu proses perubahan tingkah laku individu yang disebabkan oleh adanya pengalaman untuk memperoleh pengetahuan.

##### **2.1.2 Pembelajaran**

Istilah *pembelajaran* berasal dari bahasa Inggris *instruction*. Pembelajaran merupakan proses utama yang diselenggarakan dalam kehidupan di sekolah. Dalam kegiatan pembelajaran melibatkan komponen guru, peserta didik, metode, lingkungan, media, sarana dan prasarana pembelajaran yang saling terkait antara satu dengan lainnya.

Menurut Undang Undang Sisdiknas Nomor 20 (2003: 5) pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar.

Pembelajaran adalah serangkaian kegiatan yang melibatkan informasi dan lingkungan yang disusun secara terencana untuk memudahkan siswa dalam belajar. (Suprihatiningrum, 2013: 75)

Pembelajaran adalah usaha sadar yang dilakukan oleh guru atau pendidik untuk membuat siswa atau peserta didik belajar (mengubah tingkah laku untuk mendapatkan kemampuan baru) yang berisi suatu sistem atau rancangan untuk mencapai suatu tujuan. (Khanifatul, 2013: 14)

Pembelajaran merupakan upaya pendidik untuk membantu peserta didik melakukan kegiatan belajar. (Isjoni, 2007:11)

Berdasarkan pendapat dari berbagai ahli di atas dapat disimpulkan pembelajaran adalah serangkaian kegiatan yang disusun secara terencana oleh guru untuk memudahkan peserta didik memperoleh ilmu pengetahuan.

### 2.1.3 Matematika

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (1988: 566) matematika adalah ilmu tentang bilangan-bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasionalnya yang digunakan dalam menyelesaikan masalah mengenai bilangan.

Matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berfikir. (Johndon dan Myklebust dalam Abdurrahman, 2009: 252)

Berdasarkan pendapat dari berbagai ahli di atas dapat disimpulkan pembelajaran matematika adalah proses pemberian pengalaman belajar kepada peserta didik melalui serangkaian kegiatan yang disusun secara terencana oleh guru untuk memudahkan peserta didik memperoleh ilmu pengetahuan dan keterampilan matematika.

## 2.2 Metode *Pair Check*

*Pair Check* (Pengecekan Berpasangan) merupakan metode pembelajaran berkelompok antar dua orang atau berpasangan yang melibatkan keaktifan peserta didik yang dipopulerkan oleh Spencer Kagan pada tahun 1990. Metode ini menerapkan pembelajaran berkelompok yang menuntut kemandirian dan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan persoalan yang diberikan. Metode pembelajaran ini juga melatih rasa sosial peserta didik, kerjasama dan kemampuan untuk memberi nilai.

Menurut Sanjaya (2007) dijelaskan bahwa

Pembelajaran *Pair Check* adalah suatu tipe pembelajaran kooperatif yang berpasangan (kelompok sebangku) yang bertujuan untuk mendalami atau melatih materi yang telah dipelajarinya. Salah satu kegunaan metode ini adalah siswa mencari pasangan sambil belajar mengenai suatu konsep/topik dalam suasana yang menyenangkan, metode ini bisa digunakan dalam semua mata pelajaran dan untuk semua tingkatan usia. Melalui penataan serta penyediaan sumber belajar yang mendukung sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai secara optimal.

Dalam metode *Pair Check* ini peserta didik dibagi dalam beberapa tim, dimana dalam satu tim terdiri dari empat peserta didik. Dari tim tersebut akan dibagi menjadi dua pasang, dimana tiap pasang terdiri dari dua peserta didik. Tiap pasangan dalam satu tim memiliki peran yang berbeda, yaitu partner dan pelatih. Partner bertugas mengerjakan soal dan mereka harus berusaha untuk menyelesaikan soal tersebut, sedangkan pelatih bertugas mengamati, memberi motivasi, membimbing (bila diperlukan) selama partner mengerjakan soal. Kemudian hasil diskusi partner di cek oleh pelatih.

Berdasarkan penjelasan diatas dapat disimpulkan bahwa metode *Pair Check* (Pengecekan Berpasangan) merupakan metode pembelajaran berkelompok antar dua orang atau berpasangan yang menuntut kemandirian, kemampuan siswa dalam menyelesaikan persoalan serta melatih tanggung jawab sosial siswa, kerja sama, dan kemampuan memberi nilai.

Menurut Suyatno (2009: 72) sintak dari *Pair Check* adalah

Sajian informasi kompetensi, mendemonstrasikan pengetahuan dan keterampilan procedural, membimbing pelatihan penerapan,

pair check siswa berkelompok berpasangan sebangku, salah seorang menyajikan persoalan dan temannya mengerjakan, pengecekan kebenaran jawaban, betukar peran, penyimpulan dan evaluasi, refleksi.

Menurut Huda (2013: 211-212) sintak pembelajaran *Pair Check* adalah (1) Bekerja berpasangan, (2) pembagian peran partner dan pelatih, (3) pelatih memberi soal dan partner menjawab, (4) pengecekan jawaban, (5) bertukar peran, (6) penyimpulan, (7) evaluasi, dan (8) refleksi.

Adapun kelebihan dari metode *Pair Check* adalah (1) meningkatkan kerja sama antar siswa, (2) *peer tutoring*, (3) meningkatkan pemahaman atas konsep dan/atau proses pembelajaran, (4) melatih siswa berkomunikasi dengan baik dengan teman sebangkunya.

### 2.3 Langkah-Langkah Metode *Pair Check*

Menurut Aqib (2013: 34) langkah-langkah *Pair Check* adalah sebagai berikut:

- a. Bekerja Berpasangan  
Bentuk tim dalam pasangan-pasangan dua siswa dalam pasangan itu mengerjakan soal yang pas sebab semua itu akan membantu melatih.
- b. Pelatih Mengecek  
Apabila partner benar, pelatih memberi kupon.
- c. Bertukar Peran  
Seluruh partner bertukar peran dan mengulangi langkah sebelumnya.
- d. Pasangan Mengecek  
Seluruh pasangan tim kembali bersama dan membandingkan jawaban.
- e. Penegasan Guru  
Guru mengarahkan jawaban/ide sesuai konsep.

Menurut Huda (2013: 211-212) langkah-langkah rinci penerapan metode *Pair Check* dapat ditempuh melalui langkah-langkah berikut:

1. Guru menjelaskan Konsep.
2. Siswa dibagi ke dalam beberapa tim. Setiap tim terdiri dari 4 orang. Dalam satu tim ada 2 pasangan. Setiap pasangan dalam satu tim dibebani masing-masing satu peran yang berbeda: *pelatih* dan *partner*.
3. Guru membagikan soal kepada partner.
4. Partner menjawab soal, dan si pelatih bertugas mengecek jawabannya. Partner yang menjawab satu soal dengan benar berhak mendapat satu kupon dari pelatih.

5. Pelatih dan partner saling bertukar peran. Pelatih menjadi partner, dan partner menjadi pelatih.
6. Guru membagikan soal kepada partner.
7. Partner menjawab soal, dan pelatih bertugas mengecek jawabannya. Partner yang menjawab satu soal dengan benar berhak mendapat satu kupon dari pelatih.
8. Setiap pasangan kembali ke tim awal dan mencocokkan jawaban satu sama lain.
9. Guru membimbing dan memberikan arahan atas jawaban dari berbagai soal.
10. Setiap tim mengecek jawabannya.
11. Tim yang paling banyak mendapatkan kupon diberi hadiah atau *reward* oleh guru.

Berdasarkan pendapat dari beberapa ahli diatas tentang langkah-langkah metode *Pair Check*, pembelajaran matematika pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat kelas VII SMP Muhammadiyah 4 Giri Kebomas Gresik menggunakan langkah-langkah metode *Pair Check* yang dikemukakan oleh Huda seperti yang tercantum diatas dikarenakan langkah-langkah metode *Pair Check* dijelaskan secara jelas dan terperinci sehingga lebih mudah dipahami.

#### **2.4 Langkah-Langkah Metode *Pair Check* pada Materi Operasi Hitung Bilangan Bulat**

Langkah-langkah metode *Pair Check* pada materi operasi hitung bilangan bulat dapat dilakukan sebagai berikut:

1. Kegiatan Awal
  - a. Guru menetapkan tujuan pembelajaran.
  - b. Guru memotivasi peserta didik dengan memberikan penjelasan pentingnya mempelajari materi ini.
  - c. Guru mengingatkan kembali materi pada pertemuan sebelumnya.
2. Kegiatan Inti
  - a. Guru menjelaskan materi operasi hitung bilangan bulat.
  - b. Guru membagi tim sesuai dengan kemampuan peserta didik. Dimana setiap tim terdiri dari empat peserta didik yang berkemampuan rendah, sedang, dan tinggi. Dalam satu tim

dibentuk menjadi dua pasangan. Setiap pasangan dibebani peran yang berbeda, yaitu *pelatih* dan *partner*.

- c. Guru menjelaskan konsep metode *Pair Check*.
- d. Guru membagi LKS tipe A yang berupa soal-soal untuk tiap pasangan yang berperan sebagai *partner* untuk dikerjakan sesuai waktu yang telah ditetapkan oleh guru, dan pasangan yang berperan sebagai *pelatih* menyusun jawaban dari soal-soal tersebut yang digunakan untuk membimbing *partnernya* selama mengerjakan LKS.
- e. Guru memotivasi peserta didik untuk menyelesaikan soal-soal secara berdiskusi dan berpasangan.
- f. Guru meminta pasangan yang berperan sebagai *pelatih* untuk mengecek jawaban dari *partner* setelah waktu yang ditetapkan habis. Jika *partner* dapat mengerjakan satu soal dengan benar, maka *pelatih* berhak memberi kupon terhadap *partnernya*.
- g. Guru mengkoordinasikan tiap pasangan untuk bertukar peran dengan pasangan dalam satu tim. Dimana yang pada awalnya berperan sebagai *partner* maka berganti peran sebagai *pelatih*, dan yang pada awalnya berperan sebagai *pelatih* maka berganti peran sebagai *partner*.
- h. Guru membagi LKS tipe B yang berupa soal-soal untuk tiap pasangan yang berperan sebagai *partner* untuk dikerjakan sesuai waktu yang telah ditetapkan oleh guru, dan pasangan yang berperan sebagai *pelatih* menyusun jawaban dari soal-soal tersebut yang digunakan untuk membimbing *partnernya* selama mengerjakan LKS.
- i. Guru memotivasi peserta didik untuk menyelesaikan soal-soal secara berdiskusi dan berpasangan.
- j. Guru meminta pasangan yang berperan sebagai *pelatih* untuk mengecek jawaban dari *partner* setelah waktu yang ditetapkan habis. Jika *partner* dapat mengerjakan satu soal dengan benar, maka *pelatih* berhak memberi kupon terhadap *partnernya*.

- k. Guru mengkoordinasi semua pasangan kembali ke tim masing-masing untuk mencocokkan jawaban dan mendiskusikannya.
  - l. Guru membimbing dan memberikan arahan atas jawaban dari berbagai soal yang telah dikerjakan oleh peserta didik.
  - m. Guru meminta tiap pasangan mengoreksi jawaban dari partnernya dengan jujur.
  - n. Guru menghitung perolehan kupon yang diperoleh tiap tim. Dimana jumlah kupon tim berdasarkan dari jumlah kupon tiap peserta didik didalam tim tersebut.
3. Kegiatan Penutup
- Guru membimbing peserta didik dalam menyimpulkan materi yang telah dipelajari dan memberikan reward kepada tim yang memiliki nilai kupon tertinggi.

## **2.5 Efektivitas**

### **2.5.1 Pengertian Efektivitas**

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia dikemukakan bahwa efektif berarti ada efeknya (akibatnya, pengaruhnya, kesannya), manjur atau mujarab, dapat membawa hasil. (Mulyasa, 2013: 173)

Menurut Pius A. Partanto dan M. Dahlan Al-Barry (1994: 128) menyatakan bahwa efektivitas berasal dari kata efek yang artinya pengaruh yang ditimbulkan oleh sebab, akibat/dampak. Efektif yang artinya berhasil, sedang efektivitas menurut bahasa ketepatan gunaan, hasil guna, penunjang tujuan.

Menurut Dinas Pendidikan dan Kebudayaan (1998: 219) mengemukakan bahwa efektivitas adalah keadaan berpengaruh, dapat membawa dan berhasil guna (usaha, tindakan).

Menurut Mulyasa (2006: 89) menyatakan bahwa efektivitas adalah bagaimana suatu organisasi berhasil mendapatkan dan memanfaatkan sumber daya dalam usaha mewujudkan tujuan operasional.

Berdasarkan pendapat dari berbagai ahli di atas dapat disimpulkan efektivitas adalah kesesuaian antara proses dan hasil dari

apa yang telah dilakukan dan direncanakan dalam proses pembelajaran.

### 2.5.2 Pembelajaran yang Efektif

Pembelajaran yang efektif ditandai dengan sifatnya yang menekankan pada pemberdayaan peserta didik secara aktif. Khanifatul (2013: 15) mengemukakan bahwa:

Pembelajaran yang efektif adalah proses belajar mengajar yang bukan saja terfokus pada hasil yang dicapai peserta didik, melainkan bagaimana proses pembelajaran yang efektif mampu memberikan pemahaman yang baik, kecerdasan, ketekunan, kesempatan, dan mutu serta dapat memberikan perubahan perilaku yang diaplikasikan dalam kehidupan.

Definisi tersebut mengandung arti bahwa pembelajaran yang efektif terdapat dua hal penting, yaitu pada proses pembelajaran dan ketuntasan hasil belajar peserta didik.

Salah satu ciri belajar efektif adalah belajar menghayati nilai dari suatu objek yang dihadapi melalui alam perasaan, entah objek tersebut berupa orang, benda atau kejadian/peristiwa; ciri yang lain terletak dalam belajar mengungkapkan perasaan dalam bentuk ekspresi yang wajar. (Winkel dalam Suprihatiningrum, 2013: 43)

Kajian terhadap efektivitas pendidikan yang memiliki tahapan dan waktu panjang, menimbulkan berbagai pertanyaan tentang indikator efektivitas pada setiap tahapannya. Indikator ini tidak saja mengacu pada apa yang ada (*input, process, output, dan outcome*), tetapi juga pada apa yang terjadi atau proses. Indikator-indikator tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

1. *Indikator input*; indikator *input* ini meliputi karakteristik guru, fasilitas, perlengkapan, dan materi pendidikan serta kapasitas manajemen.
2. *Indikator proses*; indikator *proses* meliputi perilaku administratif, alokasi waktu guru, dan alokasi waktu peserta didik.

3. *Indikator output*; indikator dari *output* ini berupa hasil dalam bentuk perolehan peserta didik dan dinamika sistem sekolah, hasil yang berhubungan dengan prestasi belajar, dan hasil yang berhubungan dengan perubahan sikap, serta hasil yang berhubungan dengan keadilan, dan kesamaan.
4. *Indikator outcome*; indikator ini meliputi jumlah lulusan ke tingkat pendidikan berikutnya, prestasi belajar di sekolah yang lebih tinggi, pekerjaan, serta pendapatan.

(Mulyasa, 2013: 174-175)

Berdasarkan teori-teori yang telah dijelaskan diatas, maka dapat disimpulkan bahwa ada dua indikator yang dapat menunjukkan pembelajaran yang efektif, yaitu sebagai berikut:

1. Proses pembelajaran.
2. Ketuntasan hasil belajar peserta didik.

Sesuai dengan rumusan masalah yang ada pada BAB I dan indikator yang diungkapkan oleh Khanifatul diatas, maka peneliti mengambil suatu kesimpulan bahwa efektivitas pembelajaran matematika menggunakan metode *Pair Check* pada materi operasi hitung bilangan bulat dapat dilihat dari dua indikator, yaitu:

1. Proses Pembelajaran, yang terdiri dari:
  - a. Kemampuan guru dalam mengelola pembelajaran.

Kemampuan guru dalam mengelola pembelajaran matematika dengan menggunakan metode *Pair Check* dapat dilihat dari lembar pengamatan aktivitas guru dalam mengelola pembelajaran.

- b. Aktivitas peserta didik selama pembelajaran.

Aktivitas peserta didik selama pembelajaran matematika dengan menggunakan metode *Pair Check* dapat dilihat dari lembar pengamatan aktivitas peserta didik.

## 2. Ketuntasan hasil belajar matematika.

Ketuntasan hasil belajar matematika dengan menggunakan metode *Pair Check* dapat dilihat dari tes akhir yang diberikan oleh peneliti.

Pembelajaran matematika menggunakan metode *Pair Check* pada materi operasi hitung bilangan bulat dikatakan efektif, jika memenuhi dua indikator yang diungkapkan di atas baik atau sangat baik.

### 2.6 Hasil Belajar

Hasil belajar merupakan tolak ukur yang digunakan untuk menentukan tingkat keberhasilan peserta didik dalam mengetahui dan memahami suatu mata pelajaran, biasanya dinyatakan dengan nilai yang berupa huruf atau angka-angka. Hasil belajar dapat berupa keterampilan, nilai, dan sikap setelah peserta didik mengalami proses pembelajaran. Melalui proses pembelajaran diharapkan peserta didik memperoleh kepandaian dan kecakapan tertentu serta perubahan-perubahan pada dirinya.

Menurut Gagne & Briggs dalam Suprihatiningrum (2013: 37) hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa sebagai akibat perbuatan belajar dan dapat diamati melalui penampilan siswa (*learner's performance*).

Menurut Dimiyati dan Mudjiono (2006: 3-4) mengatakan bahwa hasil belajar merupakan hasil dari suatu interaksi tindak belajar dan tindak mengajar. Dari sisi guru, tindak mengajar diakhiri dengan proses evaluasi hasil belajar. Dari sisi siswa, hasil belajar merupakan berakhirnya pengajaran dari puncak proses belajar.

Degeng dalam Uno (2007: 139) mengemukakan bahwa hasil belajar biasanya mengikuti pelajaran tertentu yang harus dikaitkan dengan pencaaian tujuan yang sudah ditetapkan.

Berdasarkan pendapat dari berbagai ahli di atas dapat disimpulkan hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki peserta didik setelah menerima pengalaman belajarnya. Hasil belajar dapat dilihat melalui kegiatan evaluasi yang bertujuan untuk mendapatkan data pembuktian yang

akan menunjukkan tingkat kemampuan siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran.

Menurut Muhibbin Syah (2006: 145) secara garis besar faktor-faktor yang mempengaruhi hasil belajar dibedakan menjadi tiga macam, yakni:

1. Faktor *internal* (faktor dari dalam diri siswa), yakni keadaan/kondisi jasmani dan rohani siswa;
2. Faktor *eksternal* (faktor dari luar siswa), yakni kondisi lingkungan disekitar siswa;
3. Faktor *pendekatan belajar* (*approach to learning*), yakni jenis upaya belajar siswa yang meliputi strategi dan metode yang digunakan siswa untuk melakukan kegiatan pembelajaran materi-materi pembelajaran.

Berdasarkan faktor-faktor tersebut, peneliti menggunakan faktor eksternal berupa penggunaan metode pembelajaran yang menuntut keterlibatan peserta didik secara aktif dalam pembelajaran matematika menggunakan metode *Pair Check* yang diharapkan dapat meningkatkan hasil belajar peserta didik pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

## 2.7 Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri atas himpunan bilangan bulat negatif  $\{\dots, -3, -2, -1\}$ , nol  $\{0\}$ , dan himpunan bilangan bulat positif  $\{1, 2, 3, \dots\}$ .

### 2.7.1 Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat

Aplikasi penjumlahan bilangan bulat banyak ditemukan dalam aktivitas kehidupan atau dalam masalah nyata. Mari kita perhatikan ilustrasi berikut.

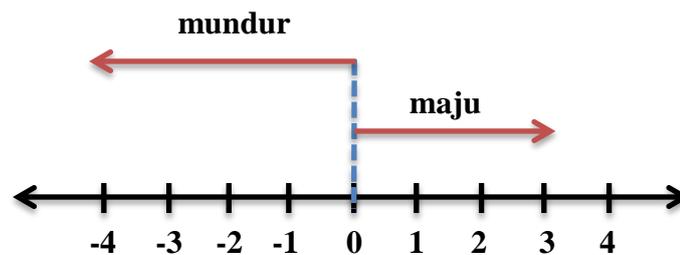
Setiap hari Sabtu Widodo selalu mengikuti kegiatan ekstrakurikuler pramuka yang diadakan di lapangan sekolah. Pada saat latihan baris berbaris diperintahkan dari komandan regu: “Maju 3 langkah”, hal ini berarti jarak pergerakan barisan adalah 3 langkah ke depan. Jika perintah komandan regu: “Mundur 4 langkah”, hal ini berarti



**Gambar 2.1**  
Anak Pramuka

bahwa pasukan akan bergerak melawan arah sejauh 4 langkah ke belakang, demikian seterusnya.

Secara sistematis dapat ditulis maju 3 langkah = 3 dan mundur 4 langkah = -4. Jika digambarkan dalam garis bilangan maka:



**Gambar 2.2**

Sketsa Maju-Mundur

*Masalah 1:*

Sebuah kapal selam, mula-mula menyelam 120 m di bawah permukaan laut, kemudian kapal bergerak ke bawah sejauh 60 m. Coba nyatakan posisi kapal selam dari permukaan laut dengan penjumlahan bilangan bulat.



**Gambar 2.3**  
Kapal Selam

*Alternatif penyelesaian:*

Posisi mula-mula kapal selam 120 m di bawah permukaan laut.

Bergerak ke bawah 60 m dari posisi semula.

Misalkan posisi akhir kapal selam di bawah permukaan laut adalah  $c$ .

Kita peroleh persamaan:

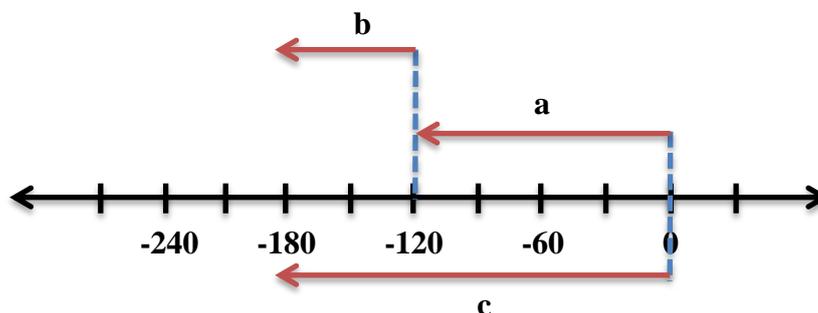
$$-120 + (-60) = c$$

$$-120 - 60 = c$$

$$\text{Maka, } c = -180$$

Berarti kapal selam telah berada posisi 180 m di bawah permukaan laut. Permasalahan menentukan nilai  $c$  dapat dibantu dengan garis bilangan.

Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.4**

Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan

Langkah-langkah:

Untuk menghitung  $(-120) + (-60)$ , langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 120 satuan ke kiri sampai pada angka  $-120$ .
- Gambarlah anak panah tadi dari angka  $-120$  sejauh 60 satuan ke kiri.
- Hasilnya,  $(-120) + (-60) = -180$ .

*Masalah 2:*

Sebuah kapal selam, mula-mula menyelam 180 m di bawah permukaan air laut harus naik ke permukaan 90 m karena ditemukan batu karang yang besar. Coba nyatakan posisi kapal selam dari permukaan laut dengan penjumlahan bilangan bulat.

*Alternatif penyelesaian:*

Posisi mula-mula kapal selam 180 m di bawah permukaan laut.

Bergerak ke naik 90 m dari posisi semula.

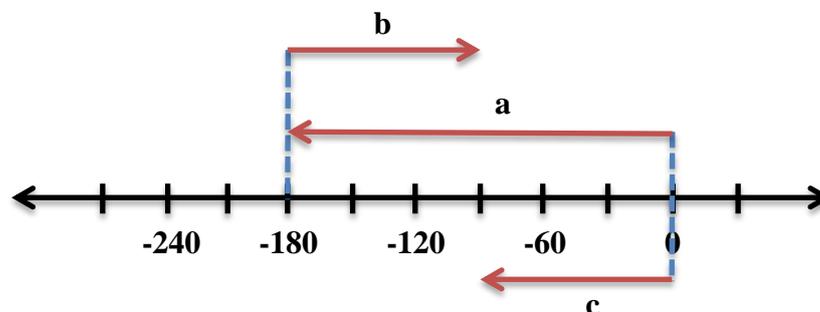
Misalkan posisi akhir kapal selam di bawah permukaan laut adalah  $c$ .

Kita peroleh persamaan:

$$-180 + 90 = c$$

$$\text{Maka, } c = -90$$

Berarti kapal selam telah berada posisi 90 m di bawah permukaan laut. Permasalahan menentukan nilai  $c$  dapat dibantu dengan garis bilangan. Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.5**

Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan

Langkah-langkah:

Untuk menghitung  $(-180) + 90$ , langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 180 satuan ke kiri sampai pada angka  $-180$ .
- Gambarlah anak panah tadi dari angka  $-180$  sejauh 90 satuan ke kanan.
- Hasilnya,  $(-180) + 90 = -90$ .

*Masalah 3:*

Sebuah pesawat Garuda, mula-mula terbang pada ketinggian 3000 kaki di atas permukaan laut, karena gumpalan awan dekat maka pesawat terbang naik sampai ketinggian 7000 kaki. Coba tentukan kenaikan posisi pesawat dengan penjumlahan bilangan bulat.



**Gambar 2.6**  
Pesawat

*Alternatif Penyelesaian:*

Ketinggian pesawat mula-mula 3000 kaki.

Ketinggian akhir pesawat 7000 kaki.

Misalkan penambahan ketinggian pesawat adalah  $t$ .

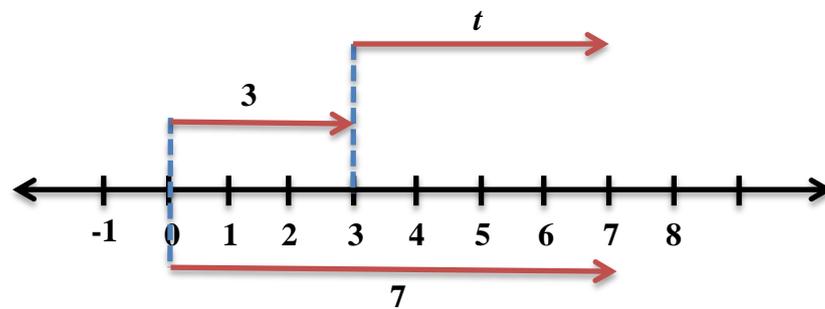
Kita peroleh persamaan:

$$3000 + t = 7000$$

$$3000 - 3000 + t = 7000 - 3000$$

$$\text{Maka, } t = 4000$$

Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.7**

Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan

Berarti kenaikan pesawat dari posisi semula adalah 4000 kaki.

Permasalahan menentukan nilai  $t$  dapat dibantu dengan garis bilangan menggunakan 1 skala = 1000.

*Masalah 4:*

Harga satu kg alpukat satu bulan yang lalu Rp 6.000,00. Karena musim alpukat, harganya turun dipasaran hingga Rp 2.000,00 per kg. Coba tentukan harga penurunan alpukat dengan penjumlahan bilangan bulat.



**Gambar 2.8**  
Alpukat

*Alternatif penyelesaian:*

Harga alpukat mula-mula Rp 6.000,00

Harga alpukat setelah turun Rp 2.000,00

Misalkan  $p$  penurunan harga 1 kg alpukat.

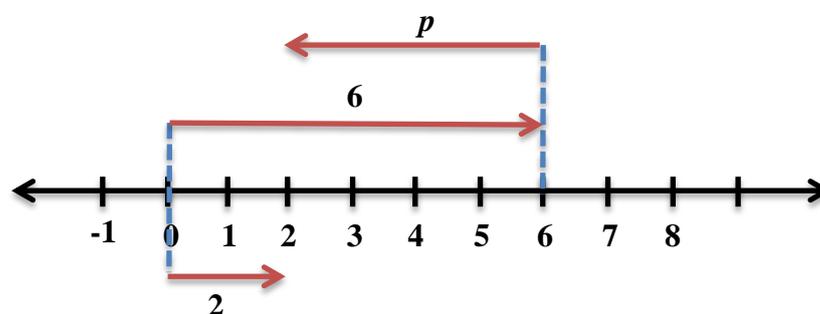
Kita peroleh persamaan:

$$6000 + p = 2000$$

$$6000 - 6000 + p = 2000 - 6000$$

$$\text{Maka, } p = -4000$$

Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.9**

Operasi Hitung Penjumlahan Bilangan Bulat

Menggunakan Garis Bilangan

Berarti harga alpukat turun Rp 4.000,00 per kg.

Permasalahan menentukan nilai  $p$  dapat dibantu dengan garis bilangan menggunakan 1 skala = 1000.

*Sifat-Sifat Penjumlahan Bilangan Bulat:*

a. Sifat tertutup

Pada penjumlahan bilangan bulat selalu menghasilkan bilangan bulat juga. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$a + b = c$ , dengan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan bulat.

Contoh:

- $2 + 5 = 7$
- $-5 + 2 = -3$

## b. Sifat komutatif

Misalkan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat.

Operasi penjumlahan pada bilangan bulat memenuhi sifat komutatif (pertukaran). Hal ini dapat ditulis sebagai berikut.

$a + b = b + a$ , dengan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat.

Contoh:

- $34 + 2 = 2 + 34 = 36$
- $-37 + 25 = 25 + (-37) = -12$

## c. Mempunyai unsur identitas

Bilangan 0 (nol) merupakan unsur identitas pada penjumlahan. Artinya untuk sebarang bilangan bulat apabila ditambah 0, hasilnya adalah bilangan itu sendiri. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$a + 0 = 0 + a = a$ , dengan  $a$  bilangan bulat.

Contoh:

- $2 + 0 = 0 + 2 = 2$
- $-4 + 0 = 0 + (-4) = -4$

## d. Sifat asosiatif

Misalkan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan bulat.

Operasi penjumlahan pada bilangan bulat memenuhi sifat asosiatif (pengelompokan). Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$a + (b + c) = (a + b) + c$ , dengan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  bilangan bulat.

Contoh:

- $1 + (3 + 4) = (1 + 3) + 4$   
 $1 + 7 = 4 + 4$   
 $8 = 8$

Ternyata:  $1 + (3 + 4) = (1 + 3) + 4$

- $2 + (-10 + 8) = (2 + (-10)) + 8$   
 $2 + (-2) = (-8) + 8$   
 $0 = 0$

Ternyata:  $2 + (-10 + 8) = (2 + (-10)) + 8$

## e. Mempunyai invers

Invers suatu bilangan artinya lawan dari bilangan tersebut. Suatu bilangan dikatakan mempunyai invers jumlah, apabila hasil penjumlahan bilangan tersebut dengan inversnya (lawannya) merupakan unsur identitas (0(nol)).

Lawan dari  $a$  adalah  $-a$ , sedangkan lawan dari  $-a$  adalah  $a$ .

Dengan kata lain, untuk setiap bilangan bulat selain nol pasti mempunyai lawan, sehingga berlaku

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

Contoh:

- $2 + (-2) = (-2) + 2 = 0$
- $-6 + 6 = 6 + (-6) = 0$

## 2.7.2 Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat

Pada pengurangan bilangan bulat, mengurangi dengan suatu bilangan sama artinya dengan menambah dengan lawan pengurangnya.

Secara umum, dapat dituliskan sebagai berikut.

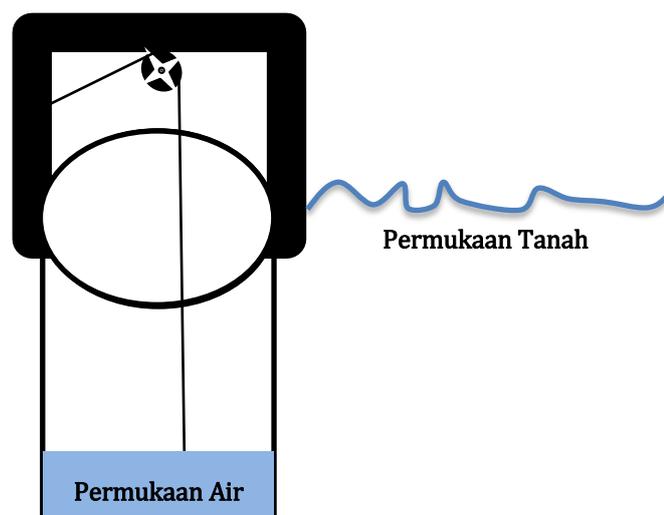
$a - b = a + (-b)$ , dengan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat.

Contoh:

- $7 - 9 = 7 + (-9) = -2$
- $-8 - 6 = -8 + (-6) = -14$

*Masalah 1:*

Edward ingin membuat katrol timba air. Ketinggian katrol di atas permukaan tanah 2 m dan permukaan air 3 m di bawah permukaan tanah. Berapa panjang tali dari permukaan katrol?



**Gambar 2.10**  
Sumur

*Alternatif Penyelesaian:*

Ketinggian katrol dari permukaan tanah 2 m, dan permukaan air di bawah permukaan tanah 3 m.

Misalkan panjang  $c$  panjang tali dari permukaan air ke katrol, sehingga:

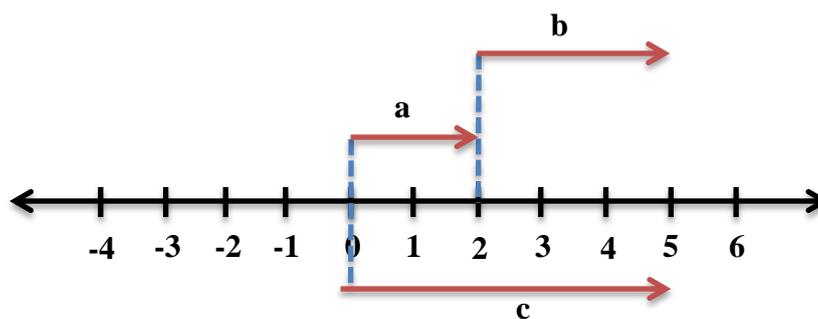
$$c = 2 - (-3)$$

$$c = 2 + 3$$

Maka,  $c = 5$

Jadi, panjang tali dari katrol ke permukaan air 5 m.

Permasalahan menentukan nilai  $c$  dapat dibantu dengan garis bilangan. Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.11**

Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan

Langkah-langkah:

Untuk menghitung  $2 - (-3)$ , langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 2 satuan ke kanan sampai pada angka 2.
- Gambarlah anak panah tadi dari angka 2 sejauh 3 satuan ke kanan.
- Hasilnya,  $2 - (-3) = 5$ .

*Masalah 2:*

Budi bermain kelereng dengan Ali. Mula-mula ia kalah 3 kelereng. Kemudian Budi bermain dengan Ati, ternyata Budi kalah 2 kelereng. Berapa kelereng kekalahn Budi seluruhnya?

*Alternatif Penyelesaian:*

Mulai-mula Budi kalah 3 kelereng, kemudian kalah lagi 2 kelereng.

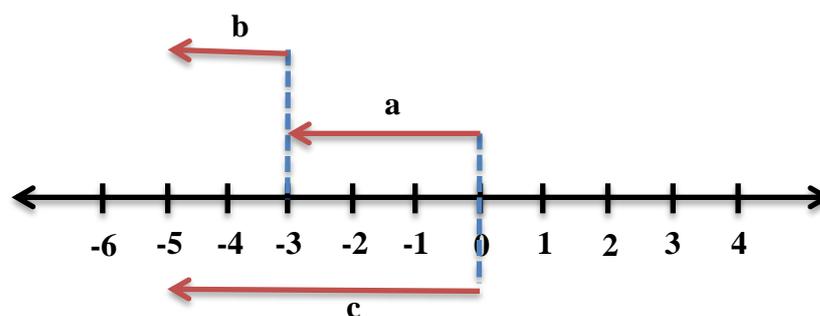
Misalkan  $c$  adalah banyak kelereng kekalahan Budi, maka:

$$c = -3 - 2$$

Maka,  $c = -5$

Banyak kelereng kekalahan Budi adalah 5 kelereng.

Permasalahan menentukan nilai  $c$  dapat dibantu dengan garis bilangan. Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.13**

Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan



**Gambar 2.12**  
Anak Bermain Kelereng

Langkah-langkah:

Untuk menghitung  $-3 - 2$ , langkah-langkahnya sebagai berikut:

- Gambarlah anak panah dari angka 0 sejauh 3 satuan ke kiri sampai pada angka  $-3$ .
- Gambarlah anak panah tadi dari angka  $-3$  sejauh 2 satuan ke kiri.
- Hasilnya,  $-3 - 2 = -5$ .

*Masalah 3:*

Seorang turis di selat Sunda melihat seekor ikan paus meloncat kegirangan sampai 4 m di atas permukaan laut. Kemudian ikan paus tersebut menyelam. Turis melihat ikan paus tersebut sudah berada sampai 2 m di bawah permukaan laut. Coba tentukan berapa jarak dari ikan itu meloncat hingga menyelam dengan pengurangan bilangan bulat.



**Gambar 2.14**  
Ikan Paus

*Alternatif Penyelesaian:*

Ketinggian ikan paus meloncat 4 m.

Kedalaman akhir ikan paus menyelam 2 m.

Misalkan jarak ikan itu meloncat hingga menyelam adalah  $t$ .

Kita peroleh persamaan:

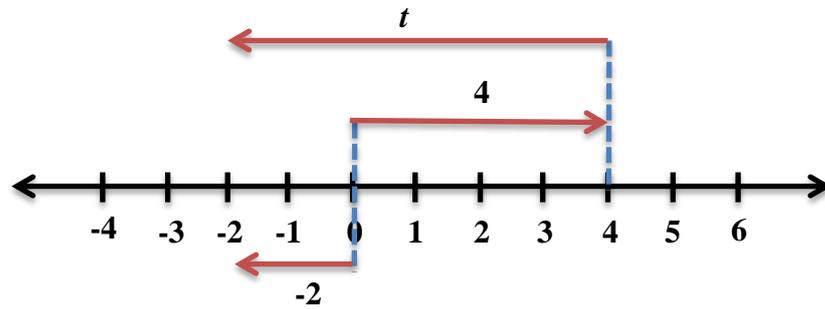
$$4 - t = -2$$

$$4 - 4 - t = -2 - 4$$

$$-t = -6$$

Maka,  $t = 6$ .

Lihat gambar garis bilangan di bawah ini.



**Gambar 2.15**

Operasi Hitung Pengurangan Bilangan Bulat  
Menggunakan Garis Bilangan

Berarti jarak ikan itu meloncat hingga menyelam adalah 6 m ke bawah permukaan laut.