

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Landasan Matematika

Banyak ahli matematika mengatakan “Mathematics is the queen as well as the servant of all sciences” (matematika adalah ratu sekaligus pelayan semua ilmu pengetahuan). Sebagai ratu, matematika seolah-olah bersinggasa di atas semua ilmu, karena matematika berkembang tanpa mendasarkan dirinya pada ilmu-ilmu lainnya, Sebagai pelayan, matematika melayani ilmu-ilmu lainnya yang menggunakan matematika dalam penelitian dan pengembangan dirinya. Ungkapan tersebut jelas menggambarkan bahwa ilmu matematika menduduki posisi sentral dalam kancah dunia ilmu pengetahuan. Untuk dapat memasuki dan menguasai ilmu pengetahuan kita harus mengenal dan mempelajari matematika, sekurang-kurangnya pada tingkat dasar dan menengah. Salah satu unsur esensial matematika adalah bagian yang melandasi bangunan ilmu matematika itu, yang dewasa ini disebut Landasan Matematika .

Seperti yang diutarakan oleh Hudoyo (2001: 95) “Matematika adalah suatu alat untuk mengembangkan cara berfikir karena matematika sangat diperlukan, baik kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK”.

Dari penjelasan di atas dan dari kenyataan yang ada di masyarakat, jika seseorang menguasai atau belajar matematika, maka dia akan mudah menyesuaikan diri dengan belajar pelajaran lain atau bekerja di bidang lain selain bidang disiplin ilmu matematika yang pernah dipelajarinya, karena semua disiplin ilmu, pekerjaan bidang apapun, dan kehidupan yang kita jalani setiap hari tidak akan terlepas dari kegiatan yang berhubungan dengan matematika.

2.2. Pengertian Analisis Kesalahan

Dalam aturan Depdiknas (2003: 23) “dijelaskan pengertian analisis adalah penyelidikan terhadap suatu peristiwa untuk mengetahui suatu keadaan yang sebenarnya. Sedangkan kesalahan adalah penyimpangan dari sesuatu yang benar”.

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa analisi kesalahan disini adalah penyelidikan terhadap fakta yang tepat tentang penyimpangan yang ada dalam menyelesaikan soal operasi hitung pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan bulat. Kesalahan merupakan suatu bentuk penyimpangan dari suatu kebenaran, prosedur yang sudah ditetapkan sebelumnya, atau penyimpangan dari sesuatu yang diharapkan.

Menurut Wittmann (1974: 35) dalam Maier analisis adalah :

- Kemampuan mengatasi persoalan tak rutin
- Kemampuan menemukan hubungan
- Kemampuan menguji terhadap kebenaran
- Kemampuan merumuskan dan mendasarkan yang dijadikan umum

Kutipan diatas menjelaskan bahwa kemampuan analisi adalah kemampuan dalam menemukan, menguji, dan merumuskan suatu masalah dalam persoalan yang tak rutin untuk mendapatkan kebenaran yang mendasar dan diterima oleh masyarakat umum.

Menurut Soedjadi (2000: 13) “dalam matematika objek dasar yang di pelajari adalah abstrak, sering juga disebut obyek mental yaitu obyek pikiran. Sedangkan obyek dasar meliputi prinsip, fakta, konsep dan operasi/relasi”. Dari obyek dasar itulah dapat disusun suatu pola dan struktur matematika. Dan dalam menyelesaikan soal-soal matematika dapat dianalisis masing-masing jenis kesalahan berdasarkan :

1. Fakta

Kesalahan fakta adalah kesalahan dalam penulisan atau penggunaan simbol

2. Prinsip

Kesalahan prinsip adalah kesalahan karena siswa tidak memahami suatu prinsip diantaranya aksioma, teorema dan sifat.

3. Konsep

Kesalahan konsep adalah kesalahan karena siswa tidak memahami suatu definisi atau aturan siswa dalam menyelesaikan soal.

4. Operasi/relasi

Kesalahan operasi/ relasi adalah kesalahan dalam operasi hitung atau menghubungkan bilangan-bilangan atau angka-angka dalam penjumlahan, pengurangan, perkalian atau pembagian.

Pada uraian diatas penelitian ini fokus pada analisis Jenis dan faktor kesalahan. Dimana analisis kesalahan pada jenis, terdiri dari kesalahan prinsip, fakta, konsep dan operasi. Dimana analisis kesalahan menurut jenis yaitu menyelidiki atau meneliti suatu penyimpangan dari kebenaran symbol, aksioma, teorema dan pemahaman dalam mendefinisikan atau menguraikan atau menjabarkan suatu bilangan-bilangan pada pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan bulat. Sedangkan kesalahan dalam pengoperasian itu sendiri adalah penyimpangan dari kebenaran dalam mengurangi atau mengalikan atau membagi angka-angkanya ataupun bilangannya.

Sedangkan faktor – faktor penyebab kesalahan, dilakukan dengan wawancara dimana tujuannya untuk mengetahui :

1. Letak kesalahan yang dilakukan peserta didik
2. Melihat sikap dan minat peserta didik pada matematika
3. Mengetahui kesulitan yang dihadapi peserta didik
4. Alternatif pemecahan dengan mengetahui cara peserta didik memperbaiki kesalahan dan mengatasi kesulitan

2.3. Konsep Matematika

Seperti yang diungkapkan oleh Make Ollerton (2010: 123) “Salah satu isu kunci tentang kemajuan dalam perkembangan konsep adalah mengenali bahwa perkembangan konsep matematika tidak terjadi secara linear dan tidak pula terjadi dengan kecepatan atau kedalaman yang sama pada tiap siswa”. Menggambarkan kemajuan dalam matematika sebagai sebuah jaringan yang didalamnya siswa yang berbeda, mencoba memahami atau memetakan pemahaman mereka terhadap matematika melalui cara yang mereka ciptakan sendiri.

Mampu melakukan perhitungan matematis secara akurat dan mendapatkan pemahaman dasar konsep yang terdapat di dalamnya, merupakan pemahaman yang harus menjadi aspek yang paling penting dalam belajar matematika,

sehingga antara mampu mengerjakan perhitungan secara akurat dan memahami konsep matematika merupakan produk dalam mengukur hasil dari prestasi.

Nasution (2006) “Konsep yang menunjukkan hubungan sebenarnya sudah merupakan aturan”. Aturan atau rumus dalam matematika seperti $a + b = b + a$ dapat digunakan untuk mengetahui bahwa jumlah tiga benda dan lima benda sama dengan jumlah lima benda dengan tiga benda atau setiap kombinasi lainnya menurut aturan. Dengan adanya aturan itu tak perlu kita mempelajari setiap kombinasi bilangan akan tetapi aturan itu dapat digunakan dalam tiap kombinasi bilangan lainnya.

Susanto (2013: 209) “Konsep-konsep dalam matematika terorganisasi secara sistematis, logis dan hirarkis dari yang paling sederhana ke yang kompleks”. Dengan kata lain, pemahaman dan penguasaan suatu materi atau konsep merupakan persyaratan untuk menguasai materi atau konsep selanjutnya. Oleh sebab itu dapat dimengerti bahwa kemampuan pemahaman matematika merupakan hal yang sangat fundamental dalam pembelajaran matematika agar belajar matematika lebih bermakna.

Ketidak samaannya kecepatan dan kedalaman pada pemahaman konsep matematika membuat anak didik memiliki cara pemahaman yang mereka ciptakan sendiri mengenai konsep, dimana konsep itu sendiri adalah rumus atau aturan yang dapat digunakan dalam mengkombinasikan bilangan-bilangan, sehingga konsep dapat terorganisasi, sistematis, logis yang merupakan persyaratan mutlak agar menguasai konsep pada materi selanjutnya dan belajar matematika lebih bermakna.

Soedjadi (1999: 14) “Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasi sekumpulan objek”. Konsep berhubungan erat dengan definisi, karena definisi sendiri merupakan ungkapan yang dibatasi oleh suatu konsep.

2.4. Pengertian Kemampuan Berhitung

Kemampuan dalam kamus bahasa Indonesia berarti kecakapan, sedangkan berhitung adalah mengolah bilangan atau angka angka, sehingga kemampuan berhitung adalah kecakapan peserta didik dalam mengolah angka, bilangan

melalui operasi hitung yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian untuk menyelesaikan suatu masalah

Naga (1980) “Pengertian berhitung adalah ilmu tentang bilangan dimana Bruce meserve menyatakan bahwa bilangan itu adalah suatu abstrak, sebagai abstrak bilangan tidak memiliki keadaan secara fisik”. Oleh karenanya kita tidak mungkin menuliskan bilangan hanya sekedar sebagai bilangan saja, tetapi kita menuliskan bilangan-bilangan menurut lambang yang disajikan oleh bilangan itu. Maksud dari uraian diatas, bahwa bilangan yang terdiri dari angka angka adalah suatu lambang yang abstrak, yang kemudian disajikan secara apik di kemas dalam suatu materi yang bernama berhitung. Sedangkan erhitung adalah cabang dari matematika, tetapi sekalipun sebagai cabang berhitung telah menyelusuri seluruh tubuh matematika. Jika memiliki kemampuan berhitung maka mampu mempelajari matematika.

Setiap orang mempunyai kemampuan, jika sering digunakan pasti menghasilkan sesuatu yang berguna atau bermanfaat bagi dirinya ataupun orang lain. Munandar (1999: 17) “Kemampuan adalah potensi seseorang yang merupakan bawaan sejak lahir serta dipermatang dengan adanya pembiasaan dan latihan, sehingga ia mampu melakukan sesuatu”. Dari kedua keterangan diatas, maka dapat diambil kesimpulan bahwa kemampuan merupakan merupakan suatu daya atau kesanggupan dalam diri setiap individu, dimana daya ini dihasilkan dari pembawaan dan juga latihan yang mendukung individu dalam menyelesaikan tugasnya.

Adapun yang dimaksud dengan kemampuan berhitung awal adalah kemampuan yang dimiliki setiap anak untuk mengembangkan kemampuannya. Susanto (2011: 98) “Karakter pengembangannya dimulai dari lingkungan yang terdekat dengan dirinya, sejalan dengan pengembangan kemampuannya anak dapat meningkatkan ketahap pengertian mengenai jumlah yaitu berhubungan dengan penjumlahan dan pengurangan”. Pentingnya mempelajari dan menguasai berhitung karena berhitung dapat membantu seseorang untuk menguasai dan memecahkan masalah-masalah yang ada dalam kehidupan sehari-hari.

2.5. Definisi Bilangan Bulat

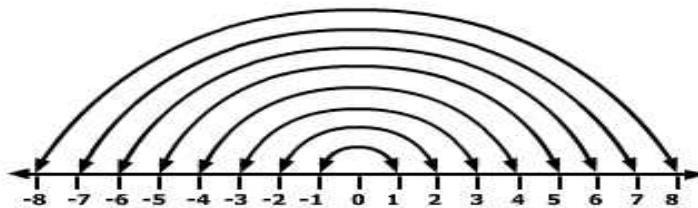
Menurut Muhsetyo, Subari, dan Suhadiyono (1985) dalam bukunya “Pengantar Ilmu Bilangan “ bahwa :

Definisi 1.

Jika bilangan asli, maka $-n$ didefinisikan tunggal, sehingga $n + -n = -n + n = 0$. Jadi -1 adalah satu-satunya bilangan yang bila ditambahkan 1 memberikan 0, -20 adalah satu-satunya bilangan yang bila ditambahkan 20 memberikan 0; secara umum, $-n$ adalah satu-satunya bilangan yang mana bila di ditambahkan n memberikan nilai 0, dimana n adalah bilangan asli. Bilangan $-n$ disebut “invers penjumlahan (additive) dari n ”, “negatif n ”, “minus n ”, atau lawan n ”. Jika $-n$ adalah invers penjumlahan dari n , maka n adalah invers penjumlahan dari $-n$. Bila n adalah bilangan asli, invers penjumlahan yaitu $-n$ disebut bilangan bulat negatif.

Definisi 2.

Semua bilangan dapat dikatakan sebagai bilangan bulat, jika bilangan itu tidak ada tanda koma dan pecahan. Himpunan semua bilangan bulat dilambangkan dengan Z dari kata Zahlen (dari Jerman yang artinya bilangan). Bilangan bulat mencakup gabungan bilangan bulat positif, nol dan bilangan bulat negatif, dan dapat ditulis dalam bentuk daftar sebagai berikut $B = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$. Dimana bilangan asli adalah bagian dari bilangan bulat.



Himpunan bilangan bulat adalah himpunan bilangan yang terdiri dari bilangan bulat negatif, nol, dan bilangan bulat positif.

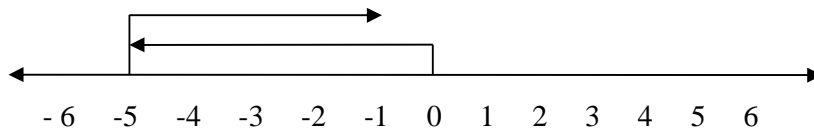
2.6. Konsep Dasar Operasi Hitung Pengurangan, Perkalian dan Pembagian pada Bilangan Bulat

Memahami konsep matematika dasar artinya paham dalam menentukan jenis dan sifat dasar operasi hitung pada pengurangan negatif, perkalian, dan pembagian. Dalam kehidupan sehari-hari tidak jarang kita harus menghitung dengan cepat untuk memberikan jawaban dari suatu masalah. Belajar matematika dasar sangatlah penting, dan hal yang akan di bahas adalah belajar :

1. Pengurangan

Dari sifat $a - b = a + (-b)$ dapat dikatakan bahwa kalimat pengurangan dapat diubah menjadi kalimat penjumlahan dengan mengubah bilangam pengurang menjadi lawan bilangan pengurang.

$$\text{Contoh } -5 - (-4) = -1 \longrightarrow -5 + 4 = -1$$



Contoh kesalahan pada oprasi hitung pengurangan

Pada operasi pengurangan kesalahan yang sering dilakukan peserta didik adalah kesalahan pengoperasikan pengurangan bentuk negatif.

Contoh kesalahan yang sering terjadi

$$12 - 20 =$$

$$\text{Seharusnya } 12 + (-20) = -8$$

$$\text{Kesalahan yang sering terjadi } 12 - 20 = 8$$

$$12 - (-20) =$$

$$\text{Seharusnya } 12 + 20 = 32$$

$$\text{Kesalahan yang sering terjadi } 12 - (-20) = -8$$

$$-12 - 12 =$$

$$\text{Seharusnya } -12 + (-12) = -24$$

$$\text{Kesalahan yang sering terjadi } -12 - 12 = 0$$

$$-12 - (-12) =$$

$$\text{Sebenarnya } -12 + 12 = 0$$

$$\text{Kesalahan yang sering terjadi } -12 - (-12) = -24$$

2. Perkalian

Pada jenis perkalian bilangan bulat, adalah operasi penjumlahan berulang dari bilangan- bilangan yang sama pada setiap sukunya.

Jika n adalah sebarang bilangan bulat positif, maka

$$n \times a = \underbrace{a + a + a + a \dots + a}_{\text{Sebanyak } n \text{ suku}}$$

Jika p dan q adalah bilangan bulat, maka

$$\begin{aligned} p \times q &= pq \\ (-p) \times q &= -(p \times q) = -pq \\ p \times (-q) &= -(p \times q) = -pq \\ (-p) \times (-q) &= p \times q = pq \end{aligned}$$

Mendefinisikan operasi perkalian pada himpunan bilangan bulat dengan sifat: tertutup, komutatif, asosiatif, identitas, perkalian dengan nol, distributive dan perkalian terhadap penjumlahan

Pada operasi perkalian kali ini adalah operasi puluhan, ratusan atau ribuan yang jumlah angkanya lebih dari satu, maka cara mengoperasikannya adalah dengan melalui langkah-langkah sebagai berikut :

Contoh

$$\begin{array}{r} 59 \times 7 = \\ \quad 59 \\ \quad \underline{7 \times} \\ 413 \end{array}$$

Uraian

Langkah 1 : 7 dikalikan 9, diperoleh 63. Ditulis 3 disimpan 6

Langkah 2 : Kemudian 5×7 diperoleh $35 + 6$ diperoleh 41

Contoh kesalahan pada operasi hitung perkalian

- Kesalahan peserta didik dalam mengalikan angka atau ketidakmampuan dalam menghafal perkalian dasar.
- Kesalahan menyusun langkah-langkah dalam mengoperasikan pada perkalian puluhan, ratusan maupun ribuan dimana salah

menempatkan hasil kali dari angka yang ditulis dan angka yang disimpan.

Contoh kesalahan yang sering terjadi

$$\begin{array}{r} 59 \\ \underline{7x} \\ 386 \end{array}$$

Uraian

1. $9 \times 7 = 65$ kesalahan dalam mengalikan
- 2a. $9 \times 7 = 63$ kesalahan dalam menuliskan bilangan terbalik, dimana 6 ditulis dan 3 disimpan sehingga
 - b. $7 \times 5 = 35$ dimana $35 + 3 = 38$

3. Pembagian

Pada jenis pembagian operasi bilangan bulat, sifat operasinya adalah operasi kebalikan (invers) dari sifat perkalian bilangan bulat

Jika p , q dan r adalah bilangan bulat, dengan q faktor p , dan $q \neq 0$, maka berlaku

$$p : q = r \Leftrightarrow p = q \times r$$

Pada operasi pembagian yang melibatkan lebih dari dua angka cara penyelesaiannya memerlukan tahapan sebagai berikut.

$$\begin{array}{r} 203 \\ 25 \overline{) 5075} \\ \underline{50} - \\ 75 \\ \underline{75} - \\ 0 \end{array}$$

Uraian

Langkah 1 : Angka terdepan 5, jika dibagi 25 tidak bisa. Maka pembagian dimulai dari 2 angka terdepan, 5 dan 0 yaitu 50, jika 50 dibagi 25 menghasilkan 2 sebagai ratusan.

Langkah 2 : hasil pembagian lalu dikalikan kembali $2 \times 25 = 50$,

Langkah 3 : Lalu Angka 7 pada pembilang diturunkan, karena tidak dapat membagi 25, maka hasilnya nol.

Langkah 4 : Dan terakhir angka 5 pada pembilang diturunkan, Sehingga menjadi 75, dibagi 25 menghasilkan 3

Contoh kesalahan pada operasi hitung pembagian

- a. Kesalahan cara membagi atau tidak mengetahui konsep dasar membagi
- b. Kesalahan menyusun langkah-langkah dalam mengoperasikan pembagian yaitu kesalahan menempatkan hasil bagi apakah sebagai satuan, atau puluhan atau ratusan dengan tidak melihat sisa angka dibelakang dari sisa yang belum dioperasikan.

Contoh kesalahan yang sering terjadi

$$\begin{array}{r} 23 \\ 25 \overline{) 5075} \\ \underline{50} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

Uraian 1. Kesalahan contoh diatas, dua angka pembilang langsung diturunkan yaitu 50 dibagi 25 hasilnya 2

2. Dan diikuti angka 75 dibagi 25 sama dengan 3, sehingga hasilnya 23, yang seharusnya satu persatu angka yang diturunkan.