

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

Persediaan (*inventory*) merupakan stok barang yang disimpan oleh suatu perusahaan untuk memenuhi permintaan pelanggan. Umumnya setiap jenis perusahaan memiliki berbagai bentuk persediaan. Berdasarkan jenis dan posisi barang dalam urutan pengerjaan produk, persediaan dapat dibagi menjadi lima macam (Taylor,2005):

1. Persediaan bahan baku, yaitu persediaan dari barang-barang berwujud yang digunakan dalam proses produksi.
2. Persediaan komponen produk atau *parts* yang dibeli, yaitu persediaan barang-barang yang terdiri dari *parts* yang diterima dari perusahaan lain, yang dapat secara langsung di-*assembling* dengan *parts* lain tanpa melalui proses produksi sebelumnya
3. Persediaan bahan-bahan pembantu atau barang-barang perlengkapan, yaitu persediaan barang-barang atau bahan baku yang diperlukan dalam proses produksi untuk membantu kelancaran produksi.
4. Persediaan barang setengah jadi, yaitu persediaan barang-barang yang keluar dari tiap-tiap bagian dalam suatu pabrik atau barang yang masih perlu diproses kembali untuk kemudian menjadi barang jadi.
5. Persediaan barang jadi, yaitu persediaan barang-barang yang telah selesai diproses atau diolah dalam pabrik dan siap untuk dijual kepada para konsumen atau perusahaan lain

2.2 Biaya-Biaya Persediaan

Biaya-biaya persediaan ini timbul karena adanya rencana persediaan dalam perusahaan untuk memperlancar kegiatan produksi. Biaya-biaya akibat pengelolaan persediaan dibedakan menjadi enam, (Setiawan dan Hayati ,2012) :

1. *Cost item* atau harga barang per unit, yaitu biaya yang timbul karena adanya harga per unit pembelian barang.
2. *Ordering cost* atau biaya pemesanan, yaitu biaya yang dikeluarkan berkenaan dengan adanya pemesanan barang atau bahan. Yang termasuk dalam bentuk

biaya ini meliputi biaya administrasi, biaya pengiriman/pengangkutan dan bongkar muat pesanan, biaya penempatan order, dan biaya pemeriksaan.

3. *Holding cost* atau biaya penyimpanan, yaitu biaya yang dikeluarkan berkenaan dengan adanya kegiatan penyimpanan barang/bahan yang sudah dibeli.
4. *Stockout cost* atau biaya kekurangan persediaan, yaitu biaya yang digunakan sehubungan dengan adanya persediaan yang kecil dari jumlah yang dikeluarkan. Di samping itu, biaya ini timbul akibat keterlambatan pengiriman pesanan dari pemasok.
5. Biaya resiko kerusakan dan kehilangan persediaan, yaitu biaya yang timbul akibat barang persediaan telah kadaluarsa atau rusak akibat kondisi tertentu dan kehilangan persediaan.
6. *Safety stock* atau biaya persediaan pengaman, yaitu biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan adanya persediaan pengaman yang berfungsi sebagai persediaan tambahan untuk melindungi dan menjaga kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan atau biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan adanya pesanan permintaan yang datang terlalu awal.

2.3 Model-Model Persediaan

Secara umum model persediaan dapat dikelompokkan menjadi dua bagian (Taha, 2003) :

1. Model Deterministik, yaitu model yang menganggap bahwa semua parameter telah diketahui dengan pasti. Model ini dibagi lagi menjadi dua yaitu *deterministic static* dan *deterministic dynamic*. Contoh model yang dipakai adalah model *Economic Order Quantity* (EOQ) dan pemesanan barang multi-item dengan Metode Lagrange Multiplier.
2. Model Stokastik (Probabilistik), yaitu model yang menganggap bahwa semua parameter mempunyai nilai-nilai yang tidak pasti dan satu atau lebih parameter tersebut merupakan variabel-variabel acak. Contoh dari model ini antara lain adalah model pengendalian persediaan Sistem P dan Sistem Q. Model ini dibagi lagi menjadi dua yaitu *probabilistic static* dan *probabilistic dynamic*.

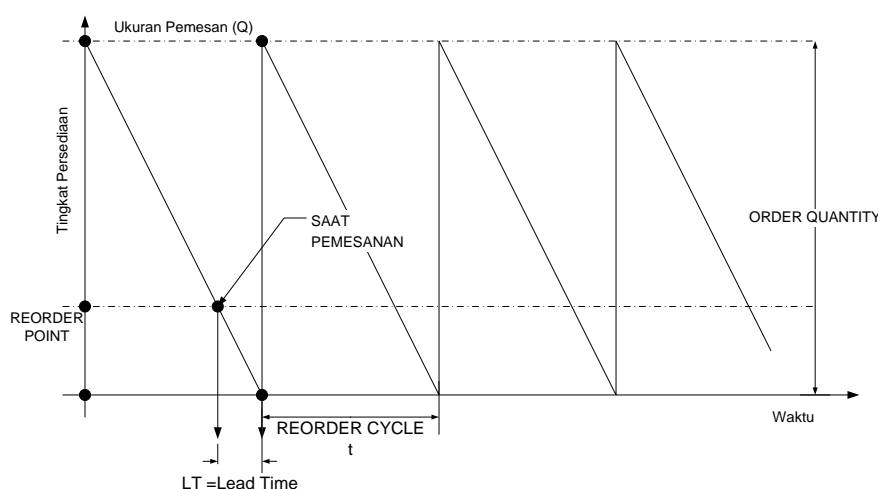
2.3.1 Model Persediaan EOQ, Deterministik

Model EOQ merupakan model persediaan yang sederhana yang bertujuan untuk menentukan ukuran pemesanan yang ekonomis dan dapat

meminimumkan biaya total persediaan. Model ini dapat diterapkan apabila terdapat asumsi-asumsi berikut (Render dan Heizer,2001):

1. kebutuhan permintaan adalah tetap dan diketahui
2. *lead time* (waktu tunggu) adalah tetap
3. harga beli per unit tetap
4. biaya simpan dan biaya setiap kali pesan tetap
5. diskon kuantitas tidak diperkenankan
6. tidak terjadi kekurangan persediaan atau *back order*

Model ini dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.1: Grafik Siklus Persediaan Sederhana

Sumber : Dahdah (2009)

Dalam kaitannya dengan model persediaan tersebut, biaya-biaya yang relevan dengan model ini adalah biaya pemesanan dan biaya penyimpanan. Jika D adalah jumlah permintaan, dalam kasus ini per minggu, y adalah kuantitas pesanan, dan K adalah biaya setiap kali pesan, maka biaya pemesanan per periode dirumuskan (Taha, 2003).

$$\text{Biaya pemesanan per periode} = K \frac{D}{y} \dots\dots\dots (2.1)$$

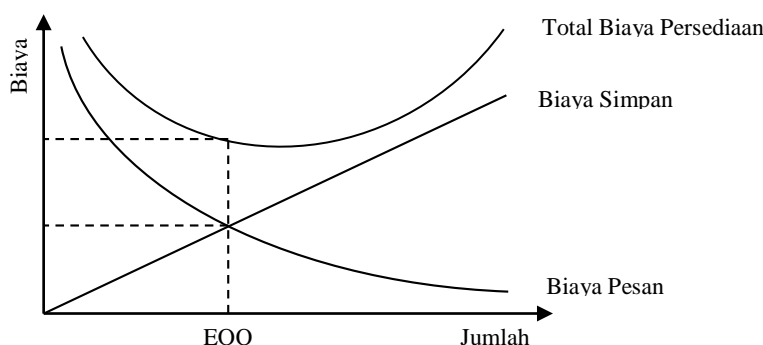
Biaya simpan mingguan dihitung dengan mencari rata-rata biaya penyimpanan tiap bulan yang dikonversi menjadi mingguan. Rata-rata persediaan dihitung sebanyak setengah kali kuantitas pesanan dikali biaya simpan per unit dan nilai ini akan berkurang terus-menerus hingga mencapai nol, sehingga biaya simpan dapat dirumuskan (Setiawan dan Hayati ,2012):

$$\text{Biaya penyimpanan} = h \frac{y}{2} \dots\dots\dots (2.2)$$

Berdasarkan persamaan (2.1) dan persamaan (2.2) maka biaya yang muncul dalam persediaan adalah hasil penjumlahan biaya pemesanan dan biaya penyimpanan per periode waktu, dalam kasus ini adalah per minggu, dan dapat dirumuskan sebagai (Taha, 2003):

$$\text{Biaya persediaan per minggu (TC)} = K \frac{D}{y} + h \frac{y}{2} \dots\dots\dots (2.3)$$

Hubungan dari ketiga persamaan tersebut dapat dilihat dalam Gambar 2.



Gambar 2.2. Kurva Biaya Persediaan

Sumber : Setiawan dan Hayati (2012)

Dari Gambar 2.2. dapat diilustrasikan bahwa total biaya persediaan akan mencapai nilai minimum pada saat biaya simpan dan biaya pesan mencapai titik yang sama, sehingga titik minimal kurva biaya total dapat dicari dengan turunan TC terhadap y sama dengan 0, yaitu (Setiawan dan Hayati, 2012).:

$$\frac{\delta TC}{\delta y} = 0 \dots\dots\dots (2.4)$$

$$\frac{\delta KD}{\delta y^2} + \frac{\delta hy}{\delta y \cdot y} = 0 \dots\dots\dots (2.5)$$

$$\frac{h}{2} - \frac{KD}{y^2} = 0 \dots\dots\dots (2.6)$$

$$\frac{h}{2} = \frac{KD}{y^2} \dots\dots\dots (2.7)$$

sehingga diperoleh

$$y^2 = \frac{2KD}{h} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$y = \sqrt{\frac{2KD}{h}} \dots\dots\dots (2.9)$$

Keterangan:

D = jumlah permintaan per periode (unit)

h = IP, biaya simpan per periode (Rp/unit/periode)

K = biaya pengadaan atau pemesanan per item dalam rupiah

y = kuantitas pesanan yang optimal (unit)

P = harga satuan unit (Rp/unit)

I = biaya simpan dalam persentase persediaan (%)

2.3.1.1 Multi-Item EOQ with Storage Limitation

Model ini digunakan untuk $n (>1)$ item, dengan pola fluktuasi persediaan seperti EOQ klasik dan tidak diizinkan kekurangan, perbedaannya adalah bahwa item bersaing untuk ruang penyimpanan yang terbatas.

Dimana $i, i = 1, 2, \dots, n$.

α_i = Area penyimpanan

y_i = kuantitas pesanan optimal item produk i dalam unit

A = Kapasitas maksimal yang tersedia untuk semua item

D_i = jumlah permintaan per periode (unit)

h_i = IP, biaya simpan per periode (Rp/unit/periode)

K_i = biaya pengadaan atau pemesanan per item dalam rupiah

Dengan asumsi tidak ada kekurangan, model matematika untuk menyatakan situasi persediaan ini diperoleh (Taha, 2003).

$$\text{Minimize TCU}(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i D_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) \dots\dots\dots (2.10)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i y_i \leq A \dots\dots\dots (2.11)$$

Dimana $y_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$

Langkah untuk menentukan solusi dalam kasus ini

Step 1. Menghitung nilai optimal jumlah pemesanan tanpa mempertimbangkan kendala, digunakan formulasi:

$$y_i^* = \sqrt{\frac{2K_i D_i}{h_i}}, i = 1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (2.12)$$

Step 2. Dari perhitungan melalui persamaan (2.12), cek kondisinya dengan mensubstitusikan nilai y_i^* pada persamaan (2.11).

Apabila nilai y_i^* belum memuaskan, maka lanjut ke step 3.

Step 3. Menggunakan persamaan metode lagrange multiplier untuk menentukan solusi optimal jumlah pemesanan dengan kendala kapasitas gudang , yakni (Taha, 2003):

$$\begin{aligned} L(\lambda, y_1, y_2, \dots, y_n) &= TCU(y_1, y_2 \dots \dots y_n - \lambda(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A)) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{K_i D_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) - \lambda(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A) \dots \dots (2.13) \end{aligned}$$

dimana $\lambda (< 0)$ adalah Lagrange multiplier

Notasi λ adalah faktor pengali Lagrange. Dengan mengambil turunan atau derivatif dari persamaan (2.13) yang dikondisikan pada nilai y_i dan λ , dan menyelesaikan persamaan tersebut dengan ruas kanan disama dengankan nol, maka diperoleh formulasi (Taha, 2003):

$$\frac{\delta L}{\delta y_i} = -\frac{K_i D_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} - \lambda a_i = 0 \dots \dots \dots (2.14)$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = -\sum_{i=1}^n a_i y_i - A = 0 \dots \dots \dots (2.15)$$

Persamaan (2.15) menunjukkan kendala area penyimpanan harus memuaskan pada kondisi optimum.

Dari persamaan (2.14) didapatkan persamaan:

$$y_i^* = \sqrt{\frac{2 K_i D_i}{h_i - 2\lambda^* a_i}} \dots \dots \dots (2.16)$$

Formulasi tersebut menunjukkan y_i^* adalah variabel dependet dari nilai λ^* . Untuk $\lambda^* = 0$, y_i^* memberikan solusi yang tidak terbatas nilai y_i^* adalah kuantitas pemesanan optimal yang diperoleh dari penggunaan metode Lagrange (Taha, 2003). Harga dari λ^* dapat diperoleh dengan formulasi:

$$\lambda^* = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{A} \sum \sqrt{2 K_i D_i C_i} \right)^2 - \frac{a}{2} \dots \dots \dots (2.17)$$

kemudian mensubstitusikannya ke persamaan (2.13) dan akan memberikan persamaan:

$$y_i^* = \frac{A}{\sum_{i=1}^n C_i y_i^*} y_i^* = \frac{A}{E} y_i^* \dots\dots\dots(2.18)$$

Untuk y_i^* dicari dengan persamaan (2.16) dan E dicari dengan persamaan:

$$E = \sum_{i=1}^n C_i y_i^* \dots\dots\dots (2.19)$$

C_i = harga item per unit dalam rupiah

K_i = biaya pengadaan atau pemesanan per item dalam rupiah

D_i = jumlah permintaan per periode (unit)

A = kapasitas maksimal gudang terpakai

E = total investasi persediaan tanpa konstrain dalam rupiah

y_i^* = kuantitas pemesanan optimal tanpa konstrain dalam unit

y_{Li}^* = kuantitas pemesanan optimal dengan Lagrange dalam unit

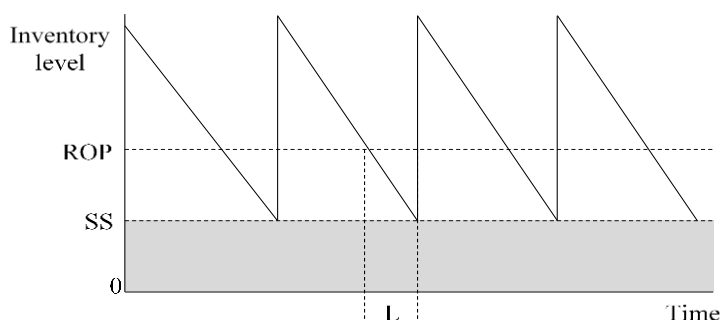
y_i = kuantitas pemesanan per periode (unit)

λ^* = faktor pengali Lagrange

a = biaya penyimpanan inventori dalam persentase

2.3.2 Model Persediaan EOQ, Stokastik (Probabilistik)

Model persediaan Stokastik adalah salah satu model persediaan yang paling mendasar dari semua model persediaan, selain itu model ini adalah model yang paling banyak digunakan dalam industri, dan sebagai dasar pengembangan model persediaan yang lainnya. Probabilitas distribusi biasanya diestimasi berdasarkan data masa lalu. Model ini digunakan ketika ketidakpastian diperlakukan sebagai keacakan dan ditangani oleh teori probabilitas. Diasumsikan bahwa permintaan diwakili distribusi normal dengan memperkirakan rata-rata permintaan harian dan standart deviasinya (Tanthatamee dan Phruksapharnat,2012).



Gambar 2.3 Grafik Siklus Persediaan Stokastik sederhana

Sumber : Taha (2003)

Pemesanan optimal dalam model ini dapat ditentukan dengan rumus (Kamal dan Sculfort, 2007).

$$Q^* = EOQ = \sqrt{\frac{2C_0H\bar{d}(C_h+C_s)}{C_hC_s}} \dots\dots\dots(2.20)$$

Dimana :

C_0 = Biaya pesan dalam satu kali pesan

C_h = Biaya simpan per periode

C_s = Biaya kekurangan per periode

\bar{d} = Rata-rata Permintaan

H = Total panjang perencanaan

Penentuan pemesanan dalam sistem persediaan kontinyu adalah pada titik pemesanan kembali (ROP),tingkat penempatan pemesanan ulang dalam persediaan (Tanthatemee dan Phruksapharnat, 2012). Jika permintaan tidak pasti kita harus menambahkan stock pengaman ke titik pemesanan ulang, titik pemesanan ulang dan safety stock dapat dihitung dengan (Kamal dan Sculfort, 2007)

$$R = \bar{d}L + SS \dots\dots\dots(2.21)$$

$$SS = z\sigma_d\sqrt{L} \dots\dots\dots(2.22)$$

Dimana:

R = Reorder point

SS = Safety Stok

L = Lead time

σ_d = Standart Deviasi dari permintaan mingguan

z = jumlah penyimpangan standart deviasi dengan probabilitas tingkat pelayanan

2.3.3 Titik pemesana kembali (Reorder Point)

Selain menentukan EOQ, pengendalian persediaan juga menentukan kapan dilakukan pesanan atau pembelian kembali bahan. Pembelian atau pemesanan bahan jangan menunggu sampai persediaan habis, karena kalau itu terjadi maka akan mengganggu kontinuitas produksi. Penentuan kapan melakukan pemesanan ini disebut dengan *Reorder Point* (ROP), yaitu saat dimana perusahaan atau manajer

produksi harus melakukan kembali pembelian bahan. Hal ini diperlukan karena karena tidak selamanya pesanan bahan baku dapat segera dikirim oleh pihak pemasok atau levanarisir, sehingga diperlukan waktu beberapa lama. (Ristono, 2009).

Bila kebiasaan pesanan bahan baku datang dengan memakan waktu 7 hari misalnya, maka perusahaan harus memiliki persediaan yang cukup untuk memenuhi kebutuhan selama 7 hari tersebut. Waktu 7 hari tersebut dikenal dengan *Lead-time*.

Dari EOQ dapat diketahui frekwensi pemesanan dan waktu siklus pemesanan. Dari Waktu siklus tersebut dapat diketahui kapan persediaan akan habis oleh karena itu ROP dilakukan sebelum waktu siklus itu berakhir, sehingga ketika waktu siklus tersebut berakhir maka barang yang dipesan akan datang dan mengisi persediaan kembali.

Pemesanan kembali ditentukan berdasarkan kebutuhan selama tenggang waktu pemesanan. Jika posisi persediaan cukup untuk memenuhi permintaan selama tenggang waktu pemesanan, maka pemesanan kembali dilakukan sebanyak y (Ristono, 2009).

2.4 Logika Fuzzy

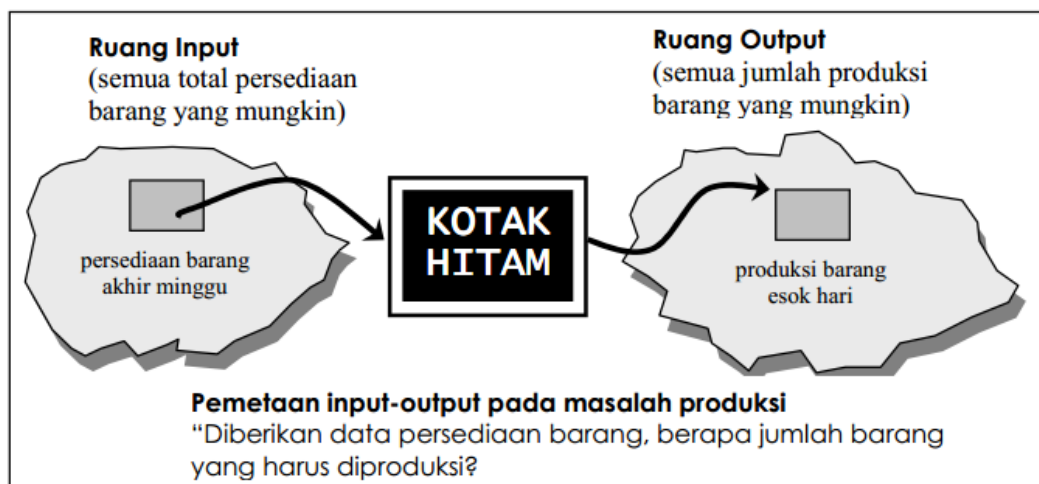
Orang yang belum pernah mengenal logika fuzzy pasti akan mengira bahwa logika fuzzy adalah sesuatu yang amat rumit dan tidak menyenangkan. Namun, sekali seseorang mulai mengenalnya, ia pasti akan sangat tertarik dan akan menjadi pendatang baru untuk ikut serta mempelajari logika fuzzy. Logika fuzzy dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika fuzzy modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu, padahal sebenarnya konsep tentang logika fuzzy itu sendiri sudah ada pada diri kita sejak lama (Kusumadewi, 2004).

Logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output. Sebagai contoh:

1. Manajer pergudangan mengatakan pada manajer produksi seberapa banyak persediaan barang pada akhir minggu ini, kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.
2. Pelayan restoran memberikan pelayanan terhadap tamu, kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayan yang diberikan;

3. Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan, saya akan mengatur putaran kipas yang ada pada ruangan ini.
4. Penumpang taksi berkata pada sopir taksi seberapa cepat laju kendaraan yang diinginkan, sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

Salah satu contoh pemetaan suatu input-output dalam bentuk grafis seperti terlihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4. Contoh pemetaan input-output

Sumber : Kusumadewi (2004)

Antara input dan output terdapat satu kotak hitam yang harus memetakan input ke output yang sesuai.

2.4.1 Alasan Digunakan Logika Fuzzy

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain (Kusumadewi, 2004):

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran fuzzy sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.

7. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami.

2.4.2 Aplikasi

Beberapa aplikasi logika fuzzy, antara lain (Kusumadewi, 2004):

1. Pada tahun 1990 pertama kali dibuat mesin cuci dengan logika fuzzy di Jepang (Matsushita Electric Industrial Company). Sistem fuzzy digunakan untuk menentukan putaran yang tepat secara otomatis berdasarkan jenis dan banyaknya kotoran serta jumlah yang akan dicuci. Input yang digunakan adalah: seberapa kotor, jenis kotoran, dan banyaknya yang dicuci. Mesin ini menggunakan sensor optik, mengeluarkan cahaya ke air dan mengukur bagaimana cahaya tersebut sampai ke ujung lainnya. Makin kotor, maka sinar yang sampai makin redup. Disamping itu, sistem juga dapat menentukan jenis kotoran (daki atau minyak).
2. Transmisi otomatis pada mobil. Mobil Nissan telah menggunakan sistem fuzzy pada transmisi otomatis, dan mampu menghemat bensin 12 – 17%.
3. Kereta bawah tanah Sendai mengontrol pemberhentian otomatis pada area tertentu.
4. Ilmu kedokteran dan biologi, seperti sistem diagnosis yang didasarkan pada logika fuzzy, penelitian kanker, manipulasi peralatan prostetik yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
5. Manajemen dan pengambilan keputusan, seperti manajemen basisdata yang didasarkan pada logika fuzzy, tata letak pabrik yang didasarkan pada logika fuzzy, sistem pembuat keputusan di militer yang didasarkan pada logika fuzzy, pembuatan games yang didasarkan pada logika fuzzy, dll.
6. Ekonomi, seperti pemodelan fuzzy pada sistem pemasaran yang kompleks, dll.
7. Klasifikasi dan pencocokan pola.
8. Psikologi, seperti logika fuzzy untuk menganalisis kelakuan masyarakat, pencegahan dan investigasi kriminal, dll.
9. Ilmu-ilmu sosial, terutama untuk pemodelan informasi yang tidak pasti.
10. Ilmu lingkungan, seperti kendali kualitas air, prediksi cuaca, dll.
11. Teknik, seperti perancangan jaringan komputer, prediksi adanya gempa bumi, dll.

12. Riset operasi, seperti penjadwalan dan pemodelan, pengalokasian, dll.

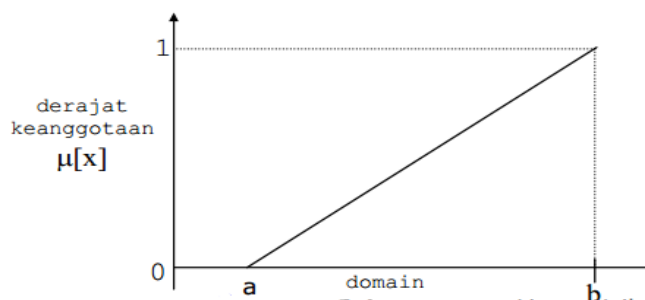
13. Peningkatan kepercayaan, seperti kegagalan diagnosis, inspeksi dan monitoring produksi.

2.4.3 Fungsi Keanggotaan

Fungsi Keanggotaan (membership function) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan (Kusumadewi, 2004).

1. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi (Gambar 2.5)



Gambar 2.5 Representasi Linear bNaik.

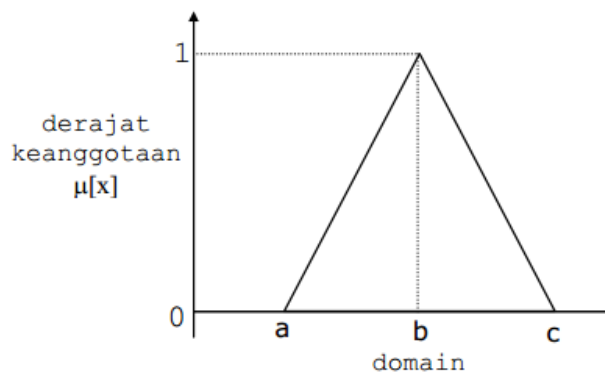
Sumber : Kusumadewi (2004)

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \dots\dots\dots(2.23)$$

2. Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6. Kurva Segitiga

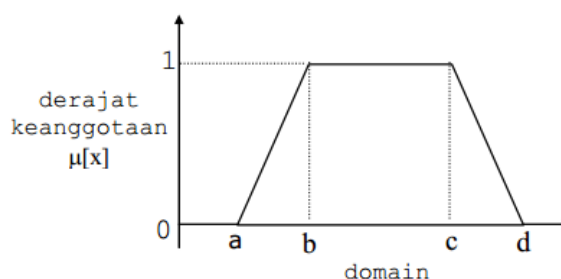
Sumber : Kusumadewi (2004)

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x \leq b \\ (b - x)/(c - b); & b \leq x \leq c \end{cases} \dots\dots\dots(2.24)$$

3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (Gambar 2.7)



Gambar 2.7. Kurva Trapesium

Sumber : Kusumadewi (2004)

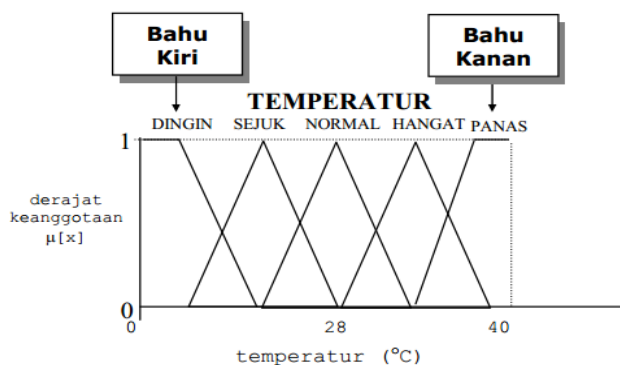
Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ (d - x)/(d - c); & c \leq x \leq d \end{cases} \dots\dots\dots(2.25)$$

4. Representasi Kurva Bentuk Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari

variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS. Himpunan fuzzy ‘bahu’, bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar 2.7 menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.



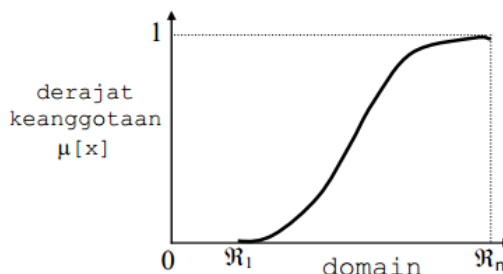
Gambar 2.8. Daerah ‘bahu’ pada variabel TEMPERATUR

Sumber : Kusumadewi (2004)

5. Representasi Kurva-S

Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

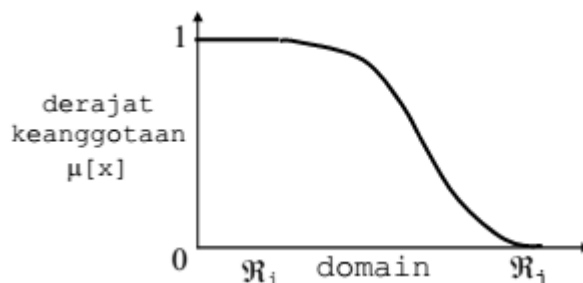
Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi (Gambar 2.9).



Gambar 2.9. Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PERTUMBUHAN

Sumber : Kusumadewi (2004)

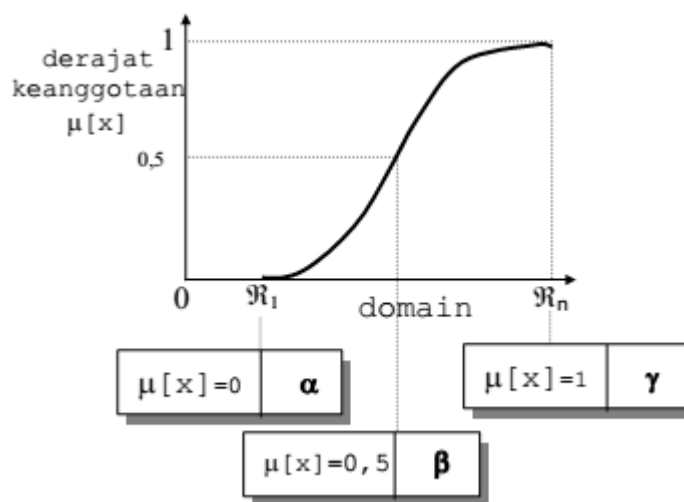
Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) seperti terlihat pada (Gambar 2.10).



Gambar 2.10 Himpunan fuzzy dengan kurva-S: PENYUSUTAN.

Sumber : Kusumadewi (2004)

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Gambar 2.11 menunjukkan karakteristik kurva-S dalam bentuk skema.



Gambar 2.11 Karakteristik fungsi kurva-S.

Sumber : Kusumadewi (2004)

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

$$S(x; a, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0; & \rightarrow & x \leq a \\ 2((x - a)/(\gamma - a))^2; & \rightarrow & a \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x)/(\gamma - a))^2; & \rightarrow & \beta \leq x \leq \gamma \\ 1; & \rightarrow & x \geq \gamma \end{cases}$$

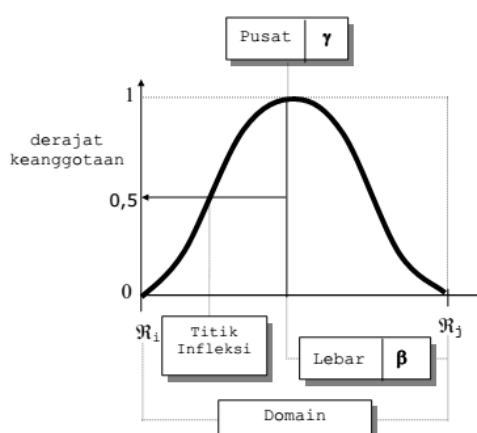
.....(2.26)

6. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (Bell Curve)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu: himpunan fuzzy PI, beta, dan Gauss. Perbedaan ketiga kurva ini terletak pada gradiennya.

a. Kurva PI

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 2.12. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



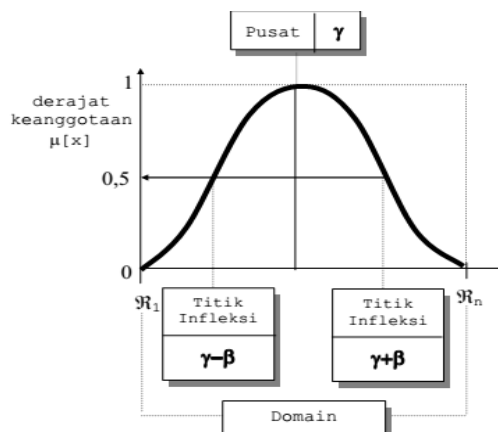
Gambar 2.12 Karakteristik fungsional kurva PI.
 Sumber : Kusumadewi (2004)

Fungsi Keanggotaan:

$$\pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) & \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) & \rightarrow x > \gamma \end{cases} \dots\dots\dots(2.27)$$

b. Kurva BETA

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (β) seperti terlihat pada Gambar 2.13. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 2.13 Karakteristik fungsional kurva BETA.

Sumber : Kusumadewi (2004)

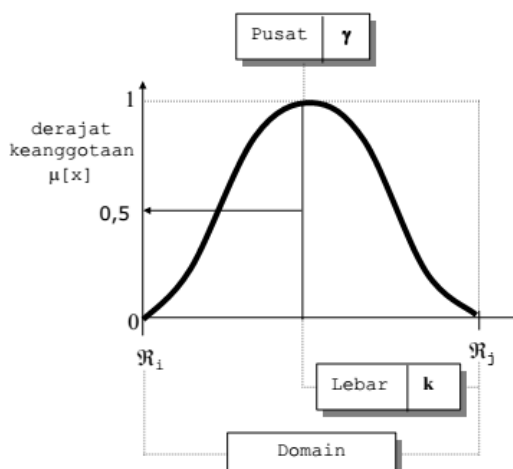
Fungsi Keanggotaan:

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^2} \dots\dots\dots(2.28)$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekati nol hanya jika nilai (β) sangat besar.

c. Kurva GAUSS

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva (Gambar 2.14). Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 2.14. Karakteristik fungsional kurva GAUSS

Sumber : Kusumadewi (2004)

Fungsi Keanggotaan:

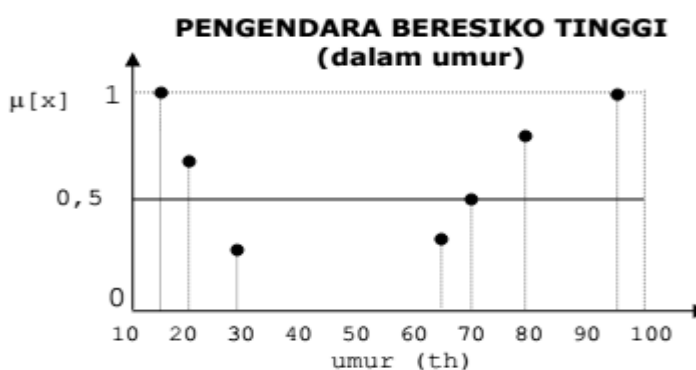
$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma-k)^2} \dots\dots\dots(2.29)$$

7. Koordinat Keanggotaan

Himpunan fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Skalar(i) / Derajat(i)

‘Skalar’ adalah suatu nilai yang digambar dari domain himpunan fuzzy, sedangkan ‘Derajat’ skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan fuzzynya.



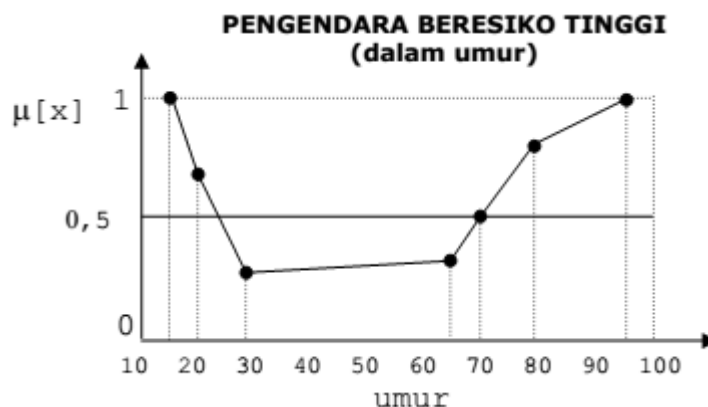
Gambar 2.15 Titik-titik koordinat yang menunjukkan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

Sumber : Kusumadewi (2004)

Gambar 2.14 merupakan contoh himpunan fuzzy yang diterapkan pada sistem asuransi yang akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usianya, akan berbentuk ‘U’. Koordinatnya dapat digambarkan dengan 7 pasangan berurutan sebagai berikut:

16/1 21/0.6 28/0.3 68/0.3 76/0.5 80/0.7 96/1

Gambar 2.14 memperlihatkan koordinat yang menspesifikasikan titik-titik sepanjang domain himpunan fuzzy. Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yang memiliki nilai kebenaran sama dengan 1. Apabila titik-titik tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linear untuk mendapatkan permukaan fuzzy-nya seperti terlihat pada Gambar 2.16.

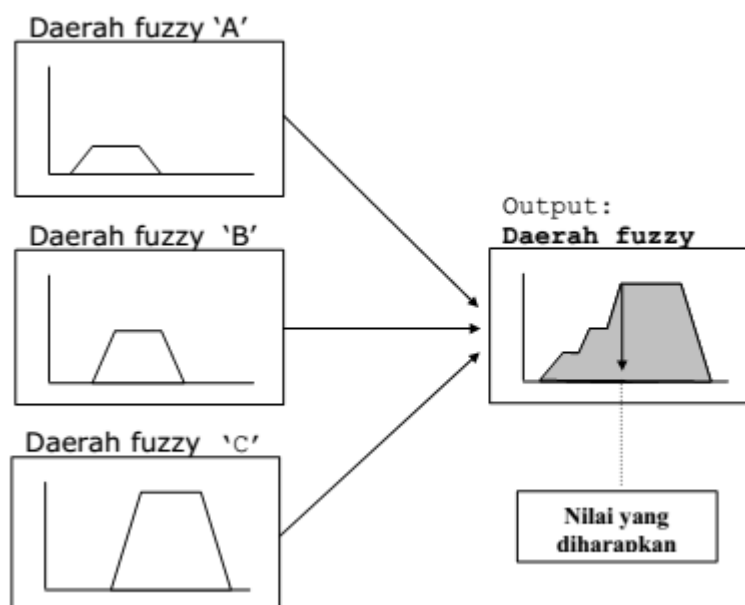


Gambar 2.16 Kurva yang berhubungan dengan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

Sumber : Kusumadewi (2004)

2.4.4 Penegasan (defuzzy)

Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crisp tertentu sebagai output seperti terlihat pada Gambar 2.17 (Kusumadewi, 2004).



Gambar 2.17 Proses defuzzifikasi

Sumber : Kusumadewi (2003)

Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

1. Metode Centroid (Composite Moment)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z^*) daerah fuzzy. Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int z\mu(z)dz}{\int \mu(z)dz} \dots\dots\dots (2.30)$$

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j\mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)} \dots\dots\dots (2.31)$$

2. Metode Bisektor

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan separo dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$z_p \text{ sedemikian hingga } \int_{\mu_1}^p \mu(z) dz = \int_p^{\mu_n} \mu(z) dz \dots\dots\dots (2.32)$$

3. Metode Mean of Maximum (MOM)

ada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

4. Metode Largest of Maximum (LOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

5. Metode Smallest of Maximum (SOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

2.5 Fuzzy Economic Order Quantity (EOQ)

Menurut Tersine (1994) untuk menentukan ukuran pemesanan yang ekonomis diperlukan data tentang permintaan, biaya persediaan dan *lead time*. Dengan asumsi bahwa ketiga variabel tersebut diketahui atau dapat dihitung

dengan pasti. Pada kenyataannya asumsi untuk ketiga variabel tersebut sangat jarang sekali terjadi. Ketidakpastian yang melingkupi variabel tersebut dapat disebabkan karena ketidakadaan informasi atau kurangnya informasi sehingga dapat menimbulkan ketidakjelasan, samar, atau informasi yang didapat bermakna ganda atau mungkin informasinya berupa *linguistic* (Zimmerman dan Dahdah, 2009). Seperti jika ingin ditentukan permintaan produk baru atau jika perusahaan tidak mempunyai data yang cukup untuk menentukan variabel tersebut. Untuk mengatasi ketidakpastian variabel yang mempunyai pola tersebut digunakan angka fuzzy untuk membantu mengatasi permasalahan tersebut sehingga memunculkan model fuzzy untuk penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis atau yang dikenal dengan *Fuzzy Economic Order Quantity* (Dahdah, 2009).

Dalam keadaan data permintaan tidak diketahui dengan pasti atau bersifat estimasi subjektif, perumusan penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis dapat dimodelkan dengan Fuzzy (Dahdah, 2009).

Model ini lebih fleksibel dari pada model persediaan biasa dalam penentuan kuantitas pemesanan dan reorder point, model Stokastik EOQ tidak dapat menangani fluktuasi ketersediaan persediaan yang ekstrim dengan mempertimbangkan service level tinggi jadi biaya kekurangan menjadi tinggi berbeda dengan Fuzzy model dengan tidak ada biaya kekurangan. Situasi ini terjadi karena didalam Stokastik model EOQ, dalam mengatasi kondisi ketidakpastian tidak memperhitungkan ketersediaan persediaan akan tetapi memungkinkan terjadinya kehabisan persediaan sehingga ada penambahan biaya kekurangan persediaan. Sedangkan Fuzzy model dapat mengontrol titik pemesanan kembali dan kuantitas pemesanan ketika keduanya dibutuhkan. Jadi Fuzzy model lebih fleksibel dari pada stokastik model disemua *service level* (Tanthatemee dan Phruksapharnat, 2012). Selain itu dalam Stokastik EOQ untuk mengurangi kekurangan persediaan yang mengakibatkan biaya bertambahnya biaya kekurangan akan ditentukan *Safety stock*, hal ini akan mengakibatkan semakin bertambahnya biaya penyimpanan (Kamal dan Sculfort, 2007).

Ada beberapa definisi Fuzzy untuk membentuk Fuzzy EOQ (Dahdah, 2009).

Definisi 1.

Sebuah himpunan fuzzy \tilde{r} didefinisikan sebagai fungsi keanggotaan dari $\mu_{\tilde{r}}(r)$ yang mana memetakan masing-masing dan setiap elemen dari R ke rentang antara 0 sampai 1, atau dapat dituliskan dengan $\mu_{\tilde{r}}(r) \rightarrow [0, 1]$

Dimana R adalah himpunan universal.

Diartikan secara sederhana, Himpunan fuzzy adalah himpunan yang tidak mempunyai batasan secara tegas. Disisi yang lain, Sebuah himpunan fuzzy adalah himpunan yang memiliki elemen dengan karakteristik seperti pada fungsi keanggotaan diatas.

Definisi 2.

Bilangan Fuzzy \tilde{r} adalah sebuah himpunan fuzzy yang didefinisikan dalam R yang mempunyai tingkat keanggotaan $\mu_{\tilde{r}}(r)$, dimana $r \in R$ dengan asumsi

- a. *Convex*
- b. *Normalized fuzzy set*
- c. *Piecewise Continuous*

Definisi 3.

Misalkan \tilde{r} adalah bilangan fuzzy, α -cut dari \tilde{r} dinotasikan dengan \tilde{r}_α adalah himpunan bilangan nyata yang mana fungsi keanggotaan \tilde{r} tidak lebih kecil dari α . Dapat dituliskan dalam bentuk

$$\tilde{r}_\alpha = \{r \mid \mu_{\tilde{r}}(r) \geq \alpha, r \in R\} \dots\dots\dots(2.33)$$

Definisi 4.

Support dari satu himpunan fuzzy adalah sebuah himpunan bagian bilangan crisp (tegas) dari himpunan dasar R . Dapat dituliskan dalam bentuk

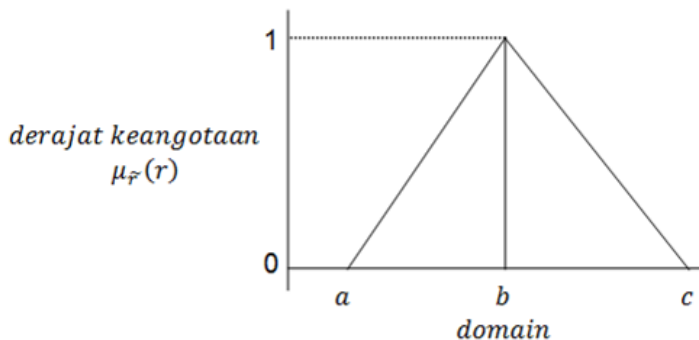
$$Supp(\tilde{r}) = \{r \mid \mu_{\tilde{r}}(r) \geq 0, r \in R\} \dots\dots\dots(2.34)$$

Definisi 5.

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan nilai data input (*domain*) ke nilai keanggotaannya dengan cara mendakati dengan suatu bentuk fungsi. Salah satu fungsi keanggotaan (*kurva*) adalah triangular/segitiga (*triangular fuzzy number*). Bentuk kurva ini seperti pada gambar, dimana r ditunjukkan dengan (a, b, c) , dimana $a \leq b \leq c$ dan fungsi keanggotaan didefinisikan sebagai berikut :

$$\mu_{\tilde{r}}(r) = \begin{cases} 0 & x \leq a ; x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{b-x}{c-b} & b \leq x \leq c \end{cases} \dots\dots\dots(2.35)$$

dimana, $a, b, c \in R$.



Gambar 2.3. Representasi Kurva Segitiga

Sumber : Dahdah (2009)

Keterangan:

a = nilai domain terkecil yang mempunyai derajat keanggotaan nol

b = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

c = nilai domain terbesar yang mempunyai derajat keanggotaan nol

r = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan fuzzy

Definisi 6.

Dengan menggunakan konsep definisi 3, apabila diberikan koefisien confidence α bilangan fuzzy segitiga akan didefinisikan sebagai himpunan dengan interval tertutup. Interval tersebut adalah

$$\tilde{r}_\alpha = (\tilde{r}_{\alpha-L} ; \tilde{r}_{\alpha-U}) = \{a + \alpha(b - a); c - \alpha(c - b)\} \forall \alpha \in [0, 1] \dots\dots\dots(2.36)$$

Definisi 7.

Proses penegasan (*de-fuzzifikasi*) keluaran dari suatu aturan-aturan fuzzy merupakan domain himpunan fuzzy yang harus dapat dirubah menjadi bilangan tegas (*crisp*). Ada beberapa metode yang digunakan untuk proses defuzzifikasi salah satu yang digunakan pada metode ini adalah metode pusat gravitasi (*centre of gravity*) atau centroid yang meruapakan metode yang paling terkenal dan efisien (Sinha dan Sarmah). \tilde{r} diubah menjadi bilangan tegas dengan rumusan

$$r = Defuzzifikasi \tilde{r} = \frac{\int_R r \cdot \mu_{\tilde{r}}(r) dr}{\int_R \mu_{\tilde{r}}(r) dr} \dots\dots\dots(2.37)$$

Dalam kaitan dengan penggunaan fuzzy pada penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis, dengan variabel permintaan yang bersifat deterministik akan diubah menjadi fuzzy permintaan maka akan mengakibatkan berubahnya bentuk ukuran pemesanan yang ekonomis menjadi fuzzy ukuran pemesanan yang ekonomis \tilde{Q}^* . Rumusan akan berubah menjadi (Dahdah, 2009).

$$\tilde{Q}^* = \sqrt{\frac{2 \cdot c \cdot \tilde{D}}{h}} \dots\dots\dots(2.38)$$

Dimana \tilde{D} adalah bilangan fuzzy permintaan dengan fungsi keanggotaan merepresentasikan kurva segitiga (*triangular*). Sebuah bilangan fuzzy \tilde{D} didefinikan dengan support $[D_l; D_u]$ dengan titik D_m merupakan maksimal derajat keanggotaan. Dimana $\tilde{D} = [D_l; D_m; D_u]$ dan $D_l; D_m; D_u \in R$, dimana D_l adalah batas bawah permintaan, D_m adalah nilai tengah permintaan dan D_u adalah batas permintaan. Derajat keanggotaan D_l dan D_u adalah 0 dan derajat keanggotaan D_m mencapai angka 1.

Begitu halnya dengan biaya persediaan yang akan berubah menjadi

$$\tilde{TIC} = h \cdot \frac{Q}{2} + c \cdot \frac{\tilde{D}}{Q} \dots\dots\dots(2.39)$$

Jika ukuran pemesanan yang optimal tidak diikuti dalam perhitungan maka didapat rumus;

$$\tilde{TIC} = \sqrt{2 \cdot h \cdot c \cdot \tilde{D}} \dots\dots\dots(2.40)$$

2.5 Penelitian Terdahulu

Penelitian tugas akhir yang dilakukan merupakan aplikasi pengembangan dari penelitian sebelumnya dengan menggabungkan aspek permasalahan yang baru. Referensi penelitian yang dilakukan oleh Ayu TriSeptadianti .(2013) dengan judul “ *Sistem Pengendalian Persediaan Dengan Permintaan Dan Pasokan Tidak Pasti*”. Dalam sistem pengendalian persediaan, permintaan maupun pasokan yang tidak pasti merupakan salah satu fenomena nyata yang pasti akan terjadi. Hal ini tentu saja dapat mengganggu proses produksi dan mengakibatkan kerugian pada perusahaan. Model Economic Order Quantity Back Order atau EOQ Back Order hanya digunakan untuk mengatasi permintaan yang tidak pasti dengan adanya kemungkinan terjadinya kehabisan persediaan (stockout) sehingga diperlukan persediaan cadangan. Model EOQ Back Order tidak memperhitungkan

ketersediaan pasokan bahan baku, dimana kondisi tersebut pasti akan sering dialami oleh sebuah perusahaan manufaktur. Model pengendalian persediaan Fuzzy (Fuzzy Inventory Control) dapat digunakan dalam sistem persediaan dengan kondisi permintaan dan pasokan tidak pasti yang bertujuan untuk mendapatkan jumlah pemesanan yang optimal dan titik pemesanan ulang sehingga biaya total persediaan minimum. Studi kasus yang dilakukan pada PT.XYZ, model pengendalian persediaan fuzzy mampu menghasilkan biaya total persediaan paling minimum diantara model EOQ dan model kebijakan yang digunakan oleh perusahaan.

R.Deni Kurniawan.(2010).*Pengendalian Persediaan Bahan Baku Produk Basmilang 480 dengan metode EOQ Multi Item Guna Meminimumkan Biaya Di PT.Petrokimia Kayaku Gresik*, *EOQ Multi-Item* adalah teknik pengendalian permintaan/ pemesanan beberapa jenis item yang optimal dengan biaya *inventory* serendah mungkin dengan tidak terjadi kekurangan.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Muh. Akchana Maksuwah,(2011) dengan judul “*Penentuan Kebutuhan Batu Bara Yang Optimal,Dengan Menggunakan Metode Fuzzy Permintaan*. Dengan ketidak pastian dalam pemesanan batubara yang disebabkan karena ketidak pastian informasi, atau kurangnya informasi sehingga dapat menimbulkan ketidakjelasan , samar, atau informasi yang didapat bermakna ganda atau mungkin informasi berupa *Linguistic*. Untuk mengatasi ketidak pastian (permintaan, biaya persediaan dan *lead time*). Dapat digunakan angka Fuzzy untuk membantu mengatasi permasalahan tersebut sehingga memunculkan model fuzzy untuk penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis.