

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Pembelajaran Matematika

2.1.1 Definisi Belajar

Belajar adalah suatu kata yang sudah akrab dengan semua lapisan masyarakat. Bagi para pelajar atau mahasiswa, kata “belajar” merupakan kata yang tidak asing. Bahkan sudah merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari semua kegiatan mereka dalam menuntut ilmu di lembaga pendidikan formal maupun informal.

James O. Whittaker, merumuskan belajar sebagai proses dimana tingkah laku ditimbulkan atau diubah melalui latihan atau pengalaman. Cronbach berpendapat bahwa *learning is shown by change in behavior as a result of experience* (belajar sebagai suatu aktivitas yang ditunjukkan oleh perubahan tingkah laku sebagai hasil dari pengalaman). Howard L. Kingskey mengatakan bahwa *learning is a process by which behavior (in the broader sense) is originated or changed through practice or training* (belajar adalah proses dimana tingkah laku (dalam arti luas) ditimbulkan atau diubah melalui praktek atau latihan). Geoch merumuskan *learning is change in performance as a result of practice*. Drs. Slameto juga mengemukakan bahwa belajar adalah suatu proses usaha yang dilakukan individu untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalaman individu itu sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya (Djamarah, 2000: 13).

Dari beberapa pendapat yang dikemukakan para ahli tentang pengertian belajar, dapat dipahami bahwa belajar adalah suatu kegiatan yang dilakukan dengan melibatkan dua unsur, yaitu jiwa dan raga. Gerak raga yang ditunjukkan harus sejalan dengan proses jiwa untuk mendapatkan perubahan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa belajar adalah serangkaian kegiatan jiwa raga untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari pengalaman individu dalam interaksi dengan lingkungannya yang menyangkut kognitif, afektif dan psikomotor.

Dari sejumlah pengertian belajar yang telah diuraikan, ada kata

yang sangat penting untuk dibahas yaitu kata “*change*” yang berarti perubahan. Perubahan yang dimaksudkan tentu saja perubahan yang sesuai dengan perubahan yang di kehendaki oleh pengertian belajar. Perubahan yang terjadi akibat belajar adalah perubahan yang bersentuhan dengan aspek kejiwaan dan mempengaruhi tingkah laku, sehingga dapat disimpulkan bahwa hakikat belajar adalah perubahan dan tidak setiap perubahan adalah sebagai hasil belajar.

Belajar tidaklah berproses dalam kehampaan, tidak pula pernah sepi dari berbagai aktivitas. Tidak pernah terlihat orang yang belajar tanpa melibatkan aktivitas raganya. Dalam belajar, seseorang tidak akan dapat menghindarkan diri dari situasi. Situasi akan menentukan aktivitas belajar apa yang dilakukan dalam proses belajar.

2.1.2 Definisi Mengajar

Pengertian yang umum dipahami orang yang awam dalam bidang-bidang studi kependidikan ialah bahwa mengajar itu merupakan penyampaian pengetahuan kepada siswa. Menurut DeQueliy dan Ghazali dalam Slameto (2013: 30) “definisi mengajar adalah menanamkan pengetahuan pada seseorang dengan cara paling cepat dan tepat”. Menurut Alvin W. Howard dalam Slameto (2013: 32) “mengajar adalah suatu aktivitas untuk mencoba menolong, membimbing seseorang untuk mendapatkan, mengubah atau mengembangkan *skill* (kemampuan), *attitude* (sikap), *ideals* (cita-cita), *appreciation* (penghargaan) dan *knowledge* (pengetahuan)”.

Agar kita memiliki pedoman yang lebih kuat tentang mengajar, berikut beberapa pengertian mengajar yang bersumber dari 6 pendapat yang dipandang sebagai pendapat yang lebih menonjol.

1. Mengajar adalah menyampaikan pengetahuan kepada peserta didik atau murid di sekolah
2. Mengajar adalah mewariskan kebudayaan kepada generasi muda melalui lembaga pendidikan sekolah
3. Mengajar adalah usaha mengorganisasi lingkungan sehingga menciptakan kondisi belajar bagi siswa
4. Mengajar adalah memberikan bimbingan belajar kepada murid

5. Mengajar adalah kegiatan mempersiapkan siswa untuk menjadi warga negara yang baik sesuai dengan tuntutan masyarakat

6. Mengajar adalah suatu proses membantu siswa menghadapi kehidupan masyarakat sehari-hari.

(Hamalik, 2001: 44)

Dari beberapa pendapat mengenai definisi mengajar tersebut, dapat kita tarik kesimpulan bahwa kegiatan mengajar memang sangat kompleks. Membimbing kegiatan belajar peserta didik khususnya ketika mengajar tidak hanya berceramah di muka kelas, tetapi juga memberikan peluang seluas-luasnya kepada peserta didik untuk melakukan aktivitas belajarnya. Istilah mengajar dan belajar adalah dua peristiwa yang berbeda namun antara keduanya terdapat hubungan yang erat sekali. Antara kedua kegiatan itu saling menunjang satu sama lain.

2.1.3 Definisi Pembelajaran

Pembelajaran dapat diartikan sebagai proses kerja sama antara guru dan siswa dalam memanfaatkan segala potensi dan sumber yang ada baik potensi yang bersumber dari dalam diri siswa itu sendiri seperti minat, bakat dan kemampuan dasar yang dimiliki termasuk gaya belajar maupun potensi yang ada di luar diri siswa seperti lingkungan, sarana dan sumber belajar sebagai upaya untuk mencapai tujuan belajar tertentu. Pembelajaran adalah terjemahan dari kata "*instruction*" yang banyak dipakai dalam dunia pendidikan di Amerika Serikat. Istilah ini banyak dipengaruhi oleh aliran Psikologi Kognitif-holistik yang menempatkan siswa sebagai sumber dari kegiatan. Selain itu, istilah ini juga dipengaruhi oleh perkembangan teknologi yang diasumsikan dapat mempermudah siswa mempelajari segala sesuatu lewat berbagai macam media, sehingga semua itu mendorong terjadinya perubahan peranan guru dalam mengelola proses belajar mengajar dari guru sebagai sumber belajar menjadi guru sebagai fasilitator dalam belajar mengajar.

Seperti yang diungkapkan Gagne (1992) dalam Sanjaya (2008: 27), yang menyatakan bahwa "*instruction is a set of event that effect learns in succs a way that learning is facilitated*". Oleh karena itu menurut Gagne

dalam Sanjaya (2008: 27) “mengajar merupakan bagian dari pembelajaran (*instruction*), di mana peran guru lebih ditekankan pada bagaimana merancang atau mengaransemen berbagai sumber dan fasilitas yang tersedia untuk digunakan atau dimanfaatkan siswa dalam mempelajari sesuatu”.

Dalam standar isi dan standar kompetensi lulusan, tujuan pembelajaran dirumuskan dalam bentuk kompetensi yang harus dicapai atau dikuasai oleh siswa. Dalam merumuskan tujuan pembelajaran, tugas guru adalah menjabarkan standar kompetensi dan kompetensi dasar (SK/KD) menjadi indikator hasil belajar. Indikator hasil belajar pada dasarnya adalah pernyataan perilaku yang memiliki dua syarat utama yakni bersifat observable dan berorientasi pada hasil belajar.

Dalam proses pembelajaran, harus bisa memanfaatkan sumber belajar. Sumber belajar adalah segala sesuatu yang ada di sekitar lingkungan kegiatan belajar yang secara fungsional dapat digunakan untuk optimalisasi hasil belajar. Optimalisasi hasil belajar dapat dilihat tidak hanya dari hasil belajar (*output*), namun juga dilihat dari proses berupa interaksi siswa dengan berbagai macam sumber yang dapat merangsang siswa untuk belajar dan mempercepat pemahaman dan penguasaan bidang ilmu yang dipelajari. Contoh pemanfaatan sumber belajar, misalnya seperti buku paket, buku teks, modul, program video, film, program slide, alat peraga, dan sebagainya.

2.1.4 Definisi Pembelajaran Matematika

Menurut Suharjo (2013: 2) “matematika merupakan suatu cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis dalam suatu sistem dengan struktur yang logik disertai dengan aturan yang ketat mengenai fakta kuantitatif serta permasalahan ruang dan bentuk beserta kalkulasinya”. Berdasarkan pengertian matematika, maka belajar matematika mencakup belajar ilmu pengetahuan dengan fakta kuantitatif serta permasalahan ruang dan bentuk, organisasi dan sistemnya, struktur dan aturan serta kalkulasinya.

Pembelajaran matematika adalah suatu proses belajar mengajar yang pelaksanaan kegiatannya berpusat pada mata pelajaran matematika. Matematika perlu diajarkan dari tingkat Taman Kanak-kanak (TK), Sekolah Dasar (SD), Sekolah Menengah Pertama (SMP), sampai dengan Sekolah Menengah Atas (SMA) karena matematika membawa misi yang sangat penting, yaitu sebagai salah satu bagian penting untuk mendukung ketercapaian tujuan pendidikan nasional.

Tujuan pembelajaran matematika sekolah sesuai dengan standar kompetensi mata pelajaran matematika adalah :

- a. Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan
- b. Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinal, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba
- c. Mengembangkan kemampuan memecahkan masalah
- d. Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan

Manfaat dari belajar matematika adalah bahwa dalam matematika terdapat nilai-nilai intrinsik yang sangat positif untuk perkembangan dan kehidupan. Apabila seorang guru matematika mampu mendesain pembelajaran matematika dengan baik, maka nilai-nilai positif itu akan berkembang dan tertanam dalam diri siswa. Dan di masa depan, salah satu kunci utama keberhasilan seseorang akan dicapai dari karakter yang dibangun dari nilai-nilai positif, sehingga pembelajaran matematika menjadi sangat penting.

2.2 Strategi Belajar PQ4R

2.2.1 Definisi Strategi Belajar

Dalam dunia pendidikan, strategi diartikan sebagai *a plan, method, or series of activities designed to achieves a particular educational goal* (J.R. David, 1976) dalam Sanjaya (2008: 186). Menurut Trianto (2007: 85) “strategi bisa diartikan sebagai pola-pola umum kegiatan guru dan anak

didik dalam perwujudan kegiatan belajar mengajar untuk mencapai tujuan yang telah digariskan”. Strategi belajar mengacu pada perilaku dan proses-proses berpikir yang digunakan oleh siswa dalam mempengaruhi apa yang dipelajari, termasuk proses memori dan metakognitif (Nur, 2005: 7) dalam (Suprihatiningrum, 2013: 48).

Menurut Arends (1997: 244) dalam Trianto (2007: 152) “strategi-strategi belajar merujuk kepada perilaku dan proses-proses pikiran yang digunakan siswa yang mempengaruhi apa yang dipelajarinya, termasuk ingatan dan proses metakognitif. Nama lain untuk strategi belajar adalah strategi kognitif. Contoh tujuan kognitif tradisional yang diharapkan dicapai siswa adalah pemahaman suatu wacana dalam sebuah buku.

Sulistiyono (2003) dalam Trianto (2007: 86) mendefinisikan strategi belajar sebagai tindakan khusus yang dilakukan oleh seseorang untuk mempermudah, mempercepat, lebih menikmati, lebih mudah memahami secara langsung, lebih efektif dan lebih mudah ditransfer ke dalam situasi yang baru. Menentukan strategi belajar pada hakikatnya adalah menyusun pengalaman belajar siswa.

Dukungan untuk strategi belajar diperoleh dari dua sumber teoretik, yaitu dari Vygotsky dan psikologi kognitif. Teori Vygotsky menekankan pada tiga ide utama bahwa (a) intelektual berkembang pada saat individu menghadapi ide-ide baru dan sulit serta mengaitkan ide-ide tersebut dengan apa yang telah mereka ketahui; (b) interaksi dengan orang lain memperkaya perkembangan intelektual; (c) peran utama guru adalah bertindak sebagai orang penolong dan mediator pembelajaran siswa. (Arend, 1997: 245) dalam (Suprihatiningrum, 2013: 49)

Strategi belajar merupakan operator-operator kognitif meliputi dan terdiri atas proses-proses yang secara langsung terlibat dalam menyelesaikan suatu tugas (belajar). Untuk menyelesaikan tugas belajar, siswa memerlukan keterlibatan dalam proses-proses belajar dan perilaku, menskim atau membaca sepintas lalu judul-judul utama, meringkas dan membuat catatan, di samping itu juga memonitor jalan berpikir diri sendiri. Hal inilah yang menjadikan strategi belajar mutlak diajarkan pada siswa tersendiri mulai dari tingkat SD hingga perguruan tinggi.

2.2.2 Strategi Belajar PQ4R

2.2.2.1 Ruang Lingkup Strategi Belajar PQ4R

Ada beberapa strategi membaca yang digunakan untuk membaca buku pelajaran dan bahan bacaan yang lainnya dalam suatu bidang pengetahuan. Strategi SQ3R yang dicetuskan oleh Francis Robinson tahun 1941 yang membuat perubahan besar dalam perkembangan metodologi belajar (Nur, 2000: 25). Pola ini kemudian ditiru oleh ahli-ahli lain dengan penyempurnaan uraian, penambahan langkah, atau perubahan sebutan saja. Sampai sekarang telah berkembang begitu banyak system belajar, diantaranya: system PQRST dari Thomas F. Staton, OK5R oleh Walter Pauk, STUDY dari William Resnick dan David Heller, dan masih banyak lagi system membaca lainnya untuk keperluan belajar (Gie, 1998: 68) dalam Trianto (2007: 146). Keseluruhan strategi ini pada dasarnya mempunyai prinsip yang sama.

Strategi elaborasi adalah proses penambahan perincian sehingga informasi baru akan menjadi lebih bermakna, oleh karena itu membuat pengkodean lebih mudah dan lebih memberikan kepastian. Strategi ini membantu pemindahan informasi baru dari memori jangka pendek ke memori jangka panjang, melalui penciptaan gabungan dan hubungan antara informasi baru dan apa yang telah diketahui. Menurut Pratiwi (2003: 10) dalam Trianto (2007: 146) “strategi elaborasi terdiri dari: pembuatan catatan, penggunaan analogy dan strategi PQ4R”. Strategi PQ4R merupakan salah satu bagian dari strategi elaborasi. Strategi ini digunakan untuk membantu peserta didik mengingat apa yang mereka baca dan dapat membantu proses belajar mengajar di kelas yang dilaksanakan dengan kegiatan membaca buku.

Salah satu strategi yang paling banyak dikenal untuk membantu siswa memahami dan mengingat materi yang mereka baca adalah strategi PQ4R (Thomas dan Robinson, 1972) dalam Arends (1997: 257). Strategi PQ4R didasarkan pada strategi PQRST dan strategi SQ3R (Arends, 1997). PQ4R merupakan singkatan dari *Preview*,

Question, Read, Reflect, Recite and Review. Strategi PQ4R ini digunakan untuk membantu siswa mengingat dan memahami apa yang mereka baca dan dapat membantu proses belajar mengajar di kelas yang dilaksanakan melalui kegiatan membaca buku. Langkah-langkah yang harus dilakukan dalam strategi belajar PQ4R adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : *Preview*

Fokus *preview* adalah peserta didik menemukan ide-ide pokok yang dikembangkan dalam bahan bacaan. Pelacakan ide-ide pokok dilakukan dengan membiasakan peserta didik membaca selintas dan cepat bahan bacaan. Bagian-bagian yang bisa dibaca misalnya : bab pengantar, daftar isi, topik maupun sub topik, judul dan sub judul, atau ringkasan pada akhir suatu bab. Penelusuran ide pokok dapat juga dilakukan dengan membaca satu atau dua kalimat setiap halaman dengan cepat. Melalui *preview*, peserta didik telah mempunyai gambaran mengenai hal yang akan dipelajarinya.

Langkah 2 : *Question*

Langkah kedua adalah peserta didik merumuskan pertanyaan-pertanyaan untuk dirinya sendiri. Pertanyaan dapat dikembangkan dari yang sederhana menuju pertanyaan yang kompleks. Pergunakan judul dan sub judul atau topik dan sub topik utama. Awali pertanyaan-pertanyaan menggunakan kata “apa, siapa, mengapa dan bagaimana”. Pengalaman telah menunjukkan bahwa apabila seseorang membaca untuk menjawab sejumlah pertanyaan, maka akan membuat membaca lebih hati-hati dan sekama serta akan dapat membantu mengingat apa yang dibaca dengan baik.

Langkah 3 : *Read*

Setelah pertanyaan-pertanyaan dirumuskan, selanjutnya peserta didik membaca secara detail dari bahan bacaan yang dipelajarinya. Diharapkan peserta didik membaca materi secara aktif, yakni dengan cara pikiran peserta didik harus memberikan reaksi terhadap apa yang dibacanya. Pada tahap ini peserta didik diarahkan mencari jawaban terhadap semua pertanyaan yang telah dirumuskan sebelumnya.

Langkah 4 : *Reflect*

Selama membaca peserta didik harus melakukan refleksi. Selama membaca mereka tidak hanya cukup mengingat atau menghafal, namun terpenting adalah mereka berdialog dengan apa yang dibacanya dan mencoba memahami apa yang dibacanya, caranya :

1. Menghubungkan apa yang sudah dibacanya dengan hal-hal yang telah diketahui sebelumnya
2. Mengaitkan sub-sub topik di dalam teks dengan konsep-konsep
3. Mengaitkan hal yang dibacanya dengan kenyataan yang dihadapinya

Langkah 5 : *Recite*

Pada langkah ini peserta didik diminta merenungkan (mengingat) kembali informasi yang telah dipelajari dengan menyatakan butir-butir penting dengan nyaring dan dengan menanyakan dan menjawab pertanyaan-pertanyaan. Terpenting dalam membawakan kembali apa yang telah dibaca atau dipahami oleh peserta didik adalah mereka mampu merumuskan konsep-konsep, menjelaskan hubungan antar konsep tersebut dan mencatat pokok-pokok penting yang telah dibacanya dengan redaksinya sendiri. Pada tahap ini peserta didik diharapkan mampu membuat rangkuman atau merumuskan inti dari bahan bacaan yang telah dibacanya.

Langkah 6 : *Review*

Pada langkah terakhir ini peserta didik diminta untuk membaca catatan singkat (intisari) yang telah dibuatnya dan sekali lagi menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diajukan. Terpenting dalam langkah ini peserta didik mampu merumuskan kesimpulan sebagai jawaban dari pertanyaan-pertanyaan yang sudah diajukannya.

Apabila langkah-langkah strategi belajar PQ4R dikaitkan dengan mata pelajaran matematika, pada langkah *preview* dan *question*, peserta didik akan menghubungkan antara pengalaman dan pengetahuan yang telah mereka miliki dengan topik yang sedang mereka pelajari. Pada langkah *read* dan *reflect*, peserta didik berusaha

untuk mempelajari dan memahami topik yang dibahas sehingga mereka memperoleh pengetahuan baru dan merefleksikan pengetahuan itu untuk dirinya sendiri. Pada langkah *recite*, pengetahuan yang telah terbentuk dimantapkan kembali melalui latihan sehingga pengetahuan tersebut akan selalu ada dalam ingatan peserta didik. Setiap peserta didik memiliki perbedaan dan keterbatasan, baik pengalaman, pengetahuan dan kecepatan belajar yang berdampak pada kecepatan pemahaman atau penguasaan materi ajar. Oleh karena itu, setiap peserta didik diberi kesempatan untuk mereview atau mengulang materi yang telah dipelajari (langkah *review*). Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa strategi belajar PQ4R sesuai untuk diterapkan pada pembelajaran matematika dan dapat mendukung keberhasilan dalam belajar matematika.

Dari langkah-langkah strategi PQ4R yang telah peneliti uraikan di atas, dapat dilihat bahwa strategi belajar ini dapat membantu peserta didik memahami materi pelajaran, terutama terhadap materi-materi yang lebih sukar dan menolong peserta didik untuk berkonsentrasi lebih lama.

2.2.2.2 Teori yang Mendasari Strategi Belajar PQ4R

Menurut Arends (1997: 224) “strategi-strategi belajar merujuk pada perilaku dan proses-proses pikiran yang digunakan siswa yang mempengaruhi apa yang dipelajarinya termasuk ingatan dan proses metakognitif”. Nama lain strategi belajar adalah strategi kognitif. Contoh tujuan kognitif tradisional yang diharapkan dicapai peserta didik adalah pemahaman suatu wacana dalam sebuah buku. Menurut Weisten dan Meyer dalam Arends (1997: 243), “mengajar yang baik mencakup mengajari siswa bagaimana belajar, bagaimana mengingat, bagaimana berpikir dan bagaimana mendorong diri sendiri”.

Pembelajaran dengan penerapan strategi-strategi belajar berpedoman pada premis, bahwa keberhasilan peserta didik banyak bergantung kepada kemahiran mereka untuk belajar sendiri dan untuk

memonitor belajarnya sendiri. Hal ini menyebabkan pentingnya strategi-strategi belajar diajarkan kepada peserta didik dimulai dari sekolah dasar dan berlanjut pada pendidikan menengah dan perguruan tinggi.

2.3 Materi Pembelajaran

Pada penelitian ini, peneliti menggunakan materi persamaan kuadrat Berdasarkan Kurikulum 2013, materi persamaan kuadrat terdapat pada kelas VIII semester genap. Dalam penelitian ini, peneliti memilih kompetensi dasar dan indikator pencapaian dari materi persamaan kuadrat.

Adapun materi persamaan kuadrat adalah sebagai berikut:

➤ Pengertian Persamaan Kuadrat

Pada bahasan kali ini, akan kita pelajari persamaan dalam bentuk yang lebih kompleks, misalnya :

1. $x^2 + 4x - 21 = 0$

2. $8y^2 - 24y = 0$

3. $9 - 12x - x^2 = 0$

Setiap persamaan di atas terdiri dari satu variabel dengan pangkat tertinggi 2. Oleh karena itu, persamaan seperti di atas disebut *persamaan kuadrat* atau *persamaan berderajat dua*.

Persamaan kuadrat dalam x secara umum dapat ditulis dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a, b, c \in R$ (bilangan real atau nyata) dan $a \neq 0$. Dengan demikian, bentuk $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a, b, c \in R$ merupakan *bentuk umum* atau *bentuk baku* persamaan kuadrat dengan a sebagai koefisien x^2 , b sebagai koefisien x , dan c adalah konstanta.

Bentuk umum atau **bentuk baku** persamaan kuadrat dalam x adalah $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$ dan $a, b, c \in R$ (bilangan real atau nyata)

Contoh :

1. Mengacu pada bentuk umum persamaan kuadrat, tentukan nilai a , b dan c untuk persamaan $2x^2 + 3x - 9 = 0$!

Jawab :

$$2x^2 + 3x - 9 = 0$$

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$, maka :

$$a = 2, b = 3, \text{ dan } c = -9$$

2. Tentukan koefisien dan konstanta pada persamaan $36 - 12x - x^2 = 0$!

Jawab :

$$36 - 12x - x^2 = 0$$

Koefisien $x^2 = -1$, koefisien $x = -12$ dan konstanta = 36

3. Nyatakan persamaan $4x + 3x(x - 5) + 21 = x^2 + 7$ dalam bentuk umum persamaan kuadrat !

Jawab:

$$4x + 3x(x - 5) + 21 = x^2 + 7$$

$$4x + 3x^2 - 15x + 21 = x^2 + 7$$

$$3x^2 - 11x + 21 = x^2 + 7$$

$$3x^2 - x^2 - 11x + 21 - 7 = 0$$

$$2x^2 - 11x + 14 = 0$$

Jadi bentuk umum persamaan $4x + 3x(x - 5) + 21 = x^2 + 7$ adalah $2x^2 - 11x + 14 = 0$

➤ Akar atau Penyelesaian Persamaan Kuadrat

Menentukan akar atau penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ artinya mencari nilai x yang memenuhi persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ sehingga persamaan tersebut menjadi *kalimat (pernyataan)* yang *benar*.

Untuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, pengganti – pengganti variabel x yang dicari harus memenuhi syarat jika *disubstitusikan* pada persamaan tersebut menjadi *kalimat benar*. Pengganti-pengganti variabel x yang demikian disebut **akar** atau **penyelesaian** dari persamaan kuadrat.

Contoh :

1. Tunjukkan bahwa $x_1 = 7$ dan $x_2 = -7$ merupakan akar-akar persamaan $x^2 - 49 = 0$!

Jawab:

Nilai $x_1 = 7$ disubstitusikan pada persamaan $x^2 - 49 = 0$, diperoleh:

$$\begin{aligned} 7^2 - 49 &= 49 - 49 \\ &= 0 \text{ (benar)} \end{aligned}$$

Nilai $x_2 = -7$ disubstitusikan pada persamaan $x^2 - 49 = 0$, diperoleh:

$$\begin{aligned} (-7)^2 - 49 &= 49 - 49 \\ &= 0 \text{ (benar)} \end{aligned}$$

Oleh karena pada substitusi $x_1 = 7$ dan $x_2 = -7$ menghasilkan kalimat benar, maka $x_1 = 7$ dan $x_2 = -7$ adalah akar-akar dari persamaan $x^2 - 49 = 0$

2. Selidikilah apakah $x = -8$ merupakan akar (penyelesaian) dari persamaan $x^2 - 5x - 24 = 0$?

Jawab:

Nilai $x = -8$ disubstitusikan pada persamaan $x^2 - 5x - 24 = 0$, diperoleh:

$$\begin{aligned} (-8)^2 - 5(-8) - 24 &= 64 + 40 - 24 \\ &= 80 \text{ (salah)} \end{aligned}$$

Oleh karena menghasilkan kalimat yang salah, maka $x = -8$ bukan akar dari persamaan $x^2 - 5x - 24 = 0$

3. Salah satu akar dari persamaan $y^2 + 9y + 2p = 0$ adalah $y = -5$.
Tentukan nilai p!

Jawab:

$$\begin{aligned} y^2 + 9y + 2p &= 0 \\ (-5)^2 + 9(-5) + 2p &= 0 \text{}y \text{ disubstitusikan dengan } -5 \\ 25 - 45 + 2p &= 0 \\ -20 + 2p &= 0 \\ 2p &= 20 \\ p &= \frac{20}{2} \\ p &= 10 \end{aligned}$$

➤ **Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Memfaktorkan**

Pada persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ jika bentuk $ax^2 + bx + c$ dapat difaktorkan, maka persamaan $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diselesaikan dengan cara memfaktorkan $ax^2 + bx + c$.

Menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara memfaktorkan dilakukan dengan menggunakan sifat berikut:

$$\text{Jika } p, q \in \mathbf{R} \text{ dan } pq = \mathbf{0}, \text{ maka } p = \mathbf{0} \text{ atau } q = \mathbf{0}$$

Sifat di atas dapat digunakan setelah bentuk $ax^2 + bx + c$ difaktorkan dan bilangan di ruas kanan harus nol.

Cara menyelesaikan persamaan kuadrat dengan memfaktorkan:

- a. Faktorisasi dengan merubah dalam bentuk:

$$p \cdot q = 0; \longrightarrow \begin{cases} p = rx + s \\ q = tx + u \end{cases}$$

$$(rx + s)(tx + u) = 0$$

- b. Faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c = 0$, dengan $a = 1$

$$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$$

Dengan syarat: $c = p \cdot q$ (c merupakan hasil kali dua bilangan)

$$b = p + q \text{ (} b \text{ merupakan hasil jumlah dua bilangan)}$$

- c. Faktorisasi bentuk $ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 1$

- Mencari faktor dari $a \cdot c$ yang selisih atau jumlahnya adalah $\pm b$

Dari bentuk persamaan kuadrat

$$ax^2 \pm bx \pm c$$

$$\downarrow$$

$$a \cdot c = x_1 \cdot x_2$$

$$x_1 \cdot x_2$$



dan seterusnya

$$a \cdot c = x_1 \cdot x_2$$

$$x_1 + x_2 = \pm b$$

- Jika, $ax^2 \pm bx - c$

$$x_1 \cdot x_2 = -c$$

$$x_1 - x_2 = \pm b$$

$$x_2 - x_1 = \pm b$$

➤ Jika $ax^2 \pm bx + c$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x_1 + x_2 = \pm b$$

$$x_2 + x_1 = \pm b$$

- Dijabarkan menjadi 4 suku menjadi: $ax^2 \pm bx \pm c = ax^2 \pm x_1 \pm x_2 \pm c \dots (x_1 \text{ dan } x_2 \text{ adalah faktor dari } a \cdot c \text{ yang selisih atau jumlahnya sama dengan } \pm b)$
- Selanjutnya faktorkanlah bentuk $ax^2 \pm x_1 \pm x_2 \pm c$ dengan menggunakan hukum distributif.

Contoh:

1. Tentukan penyelesaian dari persamaan $(3x + 1)(x - 1) = (2x - 2)^2$!

Jawab:

$$(3x + 1)(x - 1) = (2x - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 3x + x - 1 = 4x^2 - 2(2x)(2) + 2^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 4x^2 - 8x + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x^2 - 2x + 8x - 1 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x - 5 = 0 \text{ (bentuk umum persamaan kuadrat)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ (kedua ruas dikali -1)}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{(x - 5)}_{\rightarrow x - 5 = 0} \underbrace{(x - 1)}_{\rightarrow x - 1 = 0} = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \text{ atau } x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \qquad x = 1$$

Akar atau penyelesaiannya adalah $x_1 = 5$ dan $x_2 = 1$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{5, 1\}$ atau $\{1, 5\}$

2. Tentukan penyelesaian dari persamaan $3x^2 - 7x - 20 = 0$

Jawab:

$$3x^2 - 7x - 20 = 0$$

$$\underbrace{3 \cdot -20}_{= -60}$$

Mencari faktor dari -60 yang selisihnya -7 , yaitu -12 dengan 5 atau sebaliknya

Kemudian dijabarkan menjadi 4 suku menjadi $3x^2 - 12x + 5x - 20 = 0$

$$\begin{aligned}
 & 3x^2 - 12x + 5x - 20 = 0 \\
 \leftrightarrow & 3x(x - 4) + 5(x - 4) = 0 \\
 \leftrightarrow & (3x + 5)(x - 4) = 0 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad 3x + 5 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 4 = 0 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad 3x = -5 \quad \quad \quad \quad \quad x = 4 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad x = -1\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Atau

$$\begin{aligned}
 & 3x^2 + 5x - 12x - 20 = 0 \\
 \leftrightarrow & x(3x + 5) - 4(3x + 5) = 0 \\
 \leftrightarrow & (3x + 5)(x - 4) = 0 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad 3x + 5 = 0 \quad \text{atau} \quad x - 4 = 0 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad 3x = -5 \quad \quad \quad \quad \quad x = 4 \\
 \leftrightarrow & \quad \quad \quad x = -1\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Akar atau penyelesaiannya adalah $x_1 = -1\frac{2}{3}$ dan $x_2 = 4$

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{-1\frac{2}{3}, 4\}$ atau $\{4, -1\frac{2}{3}\}$