

## BAB II

### KAJIAN TEORI

#### 2.1 Representasi Matematis

Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi (2006:346) untuk satuan pendidikan Sekolah Dasar dan Menengah menyebutkan bahwa mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik memiliki kemampuan: 1) memahami konsep matematika; 2) menggunakan penalaran pada pola dan sifat; 3) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah; 4) mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah; dan 5) sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Representasi matematis terdapat dalam tujuan pembelajaran matematika nomor 4, yaitu mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain sehingga kemampuan representasi sangat diperlukan dalam pembelajaran matematika.

NCTM (2000) menegaskan bahwa tujuan pembelajaran matematika diantaranya adalah kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan penalaran (*reasoning*), kemampuan berkomunikasi (*communication*), kemampuan membuat koneksi (*connection*), kemampuan representasi (*representation*). Oleh karena itu salah satu kemampuan yang harus dimiliki siswa adalah kemampuan representasi matematis.

Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan representasi yang selama ini dianggap sebagai bagian kecil sasaran pembelajaran, ternyata bisa dipandang sebagai suatu proses untuk mengembangkan kemampuan berpikir matematika siswa dan sejajar dengan komponen-komponen proses lainnya. Selain itu, Pencantuman representasi sebagai komponen standar proses dalam *Principles and Standards for School Mathematics* selain kemampuan pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, dan koneksi cukup beralasan karena untuk berpikir matematis dan mengkomunikasikan ide-ide matematis seseorang perlu

merepresentasikannya dalam berbagai bentuk representasi matematis. Tidak dapat dipungkiri bahwa objek dalam matematika itu semuanya abstrak sehingga untuk mempelajari dan memahami ide-ide abstrak itu tentunya memerlukan representasi (Wiryanto:2012).

Beberapa alasan penting yang mendasari pencantuman representasi sebagai komponen standar proses selain kemampuan pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, dan koneksi menurut Jones (2000) (dalam Sabirin, 2014: 35) adalah:

1. Kelancaran dalam melakukan translasi di antara berbagai bentuk representasi berbeda, merupakan kemampuan mendasar yang perlu dimiliki siswa untuk membangun konsep dan berpikir matematis.
2. Cara guru dalam menyajikan ide-ide matematika melalui berbagai representasi akan memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap pemahaman siswa dalam mempelajari matematika.
3. Siswa membutuhkan latihan dalam membangun representasinya sendiri sehingga memiliki kemampuan dan pemahaman konsep yang kuat dan fleksibel yang dapat digunakan dalam memecahkan masalah.

NCTM (2000) dalam Wiryanto (2012) menyebutkan bahwa standar representasi menetapkan program pembelajaran mulai pra-Taman Kanak-Kanak sampai kelas XII harus memungkinkan siswa untuk: (1) menciptakan dan menggunakan representasi untuk mengorganisir, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematis, (2) memilih, menerapkan, dan menerjemahkan representasi matematis untuk memecahkan masalah, (3) menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena fisik, sosial, dan fenomena matematika.

Suatu masalah yang dianggap rumit dan kompleks, bisa menjadi lebih sederhana jika pemanfaatan strategi dan pemanfaatan representasi matematika yang digunakan sesuai dengan permasalahan tersebut. Oleh karena itu pemilihan model representasi yang dimiliki oleh siswa sangat berperan dalam pengambilan strategi pemecahan masalah matematika yang tepat.

Sabirin (2014:33) menyatakan bahwa representasi adalah bentuk interpretasi pemikiran siswa terhadap suatu masalah, yang digunakan sebagai alat bantu untuk menemukan solusi dari masalah tersebut. Bentuk interpretasi siswa

dapat berupa kata-kata atau verbal, tulisan, gambar, tabel, grafik, benda konkrit, simbol matematika dan lain-lain.

Lebih sederhana lagi Kartini (2009:369) mendefinisikan representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil kerjanya dengan cara tertentu (cara konvensional atau tidak konvensional) sebagai hasil interpretasi dari pikirannya.

Begitu pula dengan pendapat Alhadad (2010) dalam Ulandari (2014:2) mengungkapkan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide matematis yang ditampilkan siswa sebagai model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi dari suatu masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya. Dalam hal ini siswa dapat mencoba berbagai representasi dalam menyelesaikan masalah matematis.

Luitel (2002) menyatakan bahwa terdapat empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep tentang representasi :

*“Firstly, within the domain of mathematics, representation may be regarded as internal- abstraction of mathematical ideas or cognitive schemata that are constructed by the learner . Secondly, representation can be explicated as mental reproduction of a former mental state. Thirdly a structurally equivalent presentation through pictures, symbols and signs also resembles to the concept of representation. Lastly, it is also known as something in place of something.”*

Dari uraian yang dijabarkan oleh Luitel, representasi dapat dipandang sebagai proses abstraksi secara internal dari ide–ide matematika atau skema kognitif yang dibangun oleh siswa, representasi sebagai reproduksi mental, merujuk pada sajian secara struktur melalui gambar, simbol dan lambang, representasi sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain.

Dalam matematika apa yang dibicarakan semuanya bersifat abstrak dan untuk mempelajari serta memahami ide–ide abstrak itu diperlukan kemampuan representasi. Menurut pendapat Izsak dan Andrew (2003) yang dikutip Wiryanto

(2012:7) secara umum representasi dapat diklasifikasikan sebagai representasi internal dan representasi eksternal. Representasi internal yaitu representasi yang merujuk pada istilah struktur pengetahuan untuk menjelaskan struktur-struktur mental di mana seseorang melakukan pengkodean (*encoding*), penyimpanan (*storing*), pemanggilan (*retrieving*), atau transformasi informasi (*transforming information*). Representasi tersebut tidak dapat diamati karena terdapat dalam pikiran seseorang. Untuk mengetahui apa yang dipikirkan, seseorang memerlukan representasi eksternal. Representasi eksternal yaitu representasi yang merujuk pada benda (*artifact*) yang dihasilkan manusia untuk berpikir atau menyampaikan informasi mengenai beberapa konteks yang berbeda dari karya-karya tersebut. Contoh representasi eksternal adalah simbol-simbol matematika, tanda-tanda, karakter, dan signal. Sehingga untuk mengetahui apa yang dipikirkan, seseorang memerlukan representasi eksternal yang berbentuk verbal, gambar, dan benda konkrit. Dengan kata lain, representasi internal merujuk pada konstruksi mental sedangkan representasi eksternal merujuk pada notasi-notasi material.

Dalam studinya Kalathil dan Sherin (2000) yang dikutip oleh Kartini (2009: 367) melaporkan bahwa terdapat tiga fungsi representasi eksternal yang dihasilkan siswa dalam belajar matematika : (1) untuk memberikan informasi kepada guru mengenai bagaimana siswa berpikir tentang ide matematika, (2) untuk memberikan informasi tentang pola dan kecenderungan di antara siswa, dan (3) digunakan oleh guru dan siswa sebagai alat bantu dalam proses pembelajaran.

Dari beberapa pendapat di atas ditarik kesimpulan bahwa representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide matematika yang meliputi simbol, persamaan, kata-kata, gambar, tabel, grafik untuk memudahkan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika yang dihadapinya.

## **2.2 Bentuk-Bentuk Representasi**

Pada saat siswa diberikan soal matematika, untuk menyelesaikan soal tersebut maka langkah yang ditempuh siswa yaitu mencoba memahami soal yang diberikan. Siswa akan mengungkapkan apa yang diperolehnya dari suatu bacaan tertentu. Ungkapan inilah yang merupakan bentuk representasi.

Pada dasarnya representasi adalah pengungkapan ide-ide matematika siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Untuk itu siswa perlu dikenalkan pada berbagai macam bentuk representasi matematika sehingga siswa dapat memanfaatkan bentuk- bentuk representasi yang sesuai dengan suatu permasalahan untuk memperoleh solusi yang tepat dari permasalahan yang diberikan. Semakin banyak bentuk representasi yang dikuasai oleh siswa, maka semakin mudah siswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

Bentuk-bentuk representasi telah banyak dijelaskan oleh pendapat beberapa ahli diantaranya adalah Sabirin (2014: 35) menyatakan bahwa ragam representasi yang sering digunakan oleh siswa dapat berupa kata-kata atau verbal, tulisan, gambar, tabel, grafik, benda konkrit, simbol matematika dan lain-lain.

Begitu pula dengan Kartini (2009:369) yang mengungkapkan bahwa kemampuan representasi matematis adalah kemampuan mengungkapkan ide-ide matematika (masalah, pernyataan, solusi, definisi, dan lain-lain) ke dalam salah satu bentuk diantaranya: (1) Gambar, diagram grafik, atau tabel; (2) Notasi matematik, numerik/symbol aljabar; dan (3) Teks tertulis/kata-kata, sebagai interpretasi dari pikirannya.

Tidak jauh berbeda dengan pendapat di atas, Mustangin juga (2015:16) menyatakan bahwa suatu masalah dapat direpresentasikan melalui gambar, kata-kata (*verbal*), tabel, benda konkrit, atau simbol matematika.

Friedlander dan Tabach (2001) dalam Mustangin (2015: 19) mengelompokkan representasi dalam representasi verbal, representasi numeris, representasi grafis, dan representasi aljabar.

Lebih jelas lagi Menurut Murni (2013) dalam Wiriandi, dkk (2015:2) mengemukakan bahwa kemampuan representasi matematis adalah kemampuan menggunakan berbagai bentuk matematis untuk menjelaskan ide-ide matematis, melakukan translasi antar bentuk matematis,, dan menginterpretasi fenomena matematis dengan berbagai bentuk matematis, yaitu visual (grafik, tabel, diagram, dan gambar); simbolik (pernyataan matematis/notasi matematis, numerik atau simbol aljabar); verbal (kata-kata atau teks tertulis).

Sama halnya dengan pendapat Suryana (2012: 40) yang menyatakan bahwa ragam representasi yang sering digunakan dalam matematika adalah tabel (*tables*), gambar (*drawing*), grafik (*graph*), ekspresi atau notasi matematis (*mathematical expressions*), serta menulis dengan bahasa sendiri, baik formal maupun informal (*written text*).

Mudzakir dalam Wiriandi (2015:2) mengelompokkan representasi matematis ke dalam tiga ragam representasi yang utama, yaitu representasi visual berupa diagram, grafik, atau tabel dan gambar; persamaan atau ekspresi matematis; dan kata-kata atau teks tertulis.

Dari beberapa pendapat di atas, peneliti lebih condong kepada pendapat Murni dalam Wiriandi, dkk (2015) bahwasanya bentuk representasi ada tiga diantaranya adalah representasi visual, representasi simbolik, dan representasi verbal. Hal ini tentunya didasari alasan bahwa Murni dalam Wiriandy, dkk (2015:2) mengelompokkan representasi matematis menjadi representasi visual, representasi simbolik, dan representasi verbal yang di dalam setiap bentuk representasi memuat beberapa indikator.

Untuk mempermudah pemahaman tentang bentuk-bentuk representasi, peneliti menguraikan bentuk-bentuk representasi antara lain:

1. Representasi visual adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematika ke dalam bentuk grafik, tabel, diagram, atau gambar.
2. Representasi simbolik adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematika ke dalam bentuk pernyataan matematis/ notasi, numerik atau simbol aljabar.
3. Representasi verbal adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematika ke dalam bentuk kata-kata atau teks tertulis.

### **2.3 Kemampuan Matematika**

Dalam menyelesaikan suatu permasalahan dibutuhkan kemampuan. Menurut pendapat Kondalkar (2007) yang dikutip oleh Widarti (2013: 4) bahwa kemampuan adalah kapasitas seseorang individu untuk melakukan beragam tugas

dalam suatu pekerjaan. Sedangkan kemampuan matematika adalah kemampuan yang di butuhkan untuk melakukan berbagai aktifitas mental, berpikir, menelaah, memecahkan masalah siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

Kemampuan matematika setiap siswa berbeda-beda, ada siswa yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Untuk mendapatkan kategori tinggi, sedang, dan rendah maka perlu dibuat acuan nilai dari hasil tes kemampuan matematika siswa.

Menurut pendapat Rofiki (Widarti, 2013:4) membuat kriteria tingkat kemampuan siswa dan skala penilaiannya menjadi 3 kategori yaitu kemampuan tinggi jika  $80 \leq \text{nilai yang di peroleh} \leq 100$ , kemampuan sedang jika  $65 \leq \text{nilai yang di peroleh} < 80$ , dan kemampuan rendah jika  $0 \leq \text{nilai yang di peroleh} < 65$ . Sedangkan dalam KKM sekolah kemampuan matematis dikategorikan rendah dengan  $0 \leq \text{Nilai Tes} < 65$ , dikategorikan sedang  $65 \leq \text{Nilai Tes} < 75$ , dikategorikan tinggi  $75 \leq \text{Nilai Tes} < 100$ . Dalam penelitian ini digunakan pengkategorian kemampuan matematika siswa berdasarkan KKM sekolah, yaitu tingkat kemampuan matematika rendah dengan  $0 \leq \text{Nilai Tes} < 65$ , dikategorikan sedang  $65 \leq \text{Nilai Tes} < 75$ , dikategorikan tinggi  $75 \leq \text{Nilai Tes} < 100$ .

#### **2.4 Keterkaitan Antara Representasi dengan Kemampuan Matematika**

Antara representasi dengan kemampuan matematika siswa memiliki keterkaitan. Sebagaimana yang diungkapkan oleh Hudiono (2010:106) dalam penelitiannya, ia menyimpulkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi memiliki daya representasi yang lebih baik dari siswa berkemampuan matematika sedang. Begitu pula dengan siswa yang berkemampuan matematika sedang memiliki daya representasi yang lebih baik dari siswa berkemampuan matematika rendah.

Sama halnya dengan hasil analisis Marzano (2006) yang dikutip oleh Aryanti (2013) menyiratkan bahwa tingkat kemampuan siswa ikut mempengaruhi daya representasi matematisnya. Hal ini dipertegas dengan kontribusi nilai yang diperoleh siswa dengan tingkat kemampuan tinggi, sedang, dan rendah masing-masing mendapatkan hasil belajar sebesar 31.86%, 25.80%, dan 23.89%.

Berdasarkan simpulan penelitian di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa ada keterkaitan antara representasi matematis dengan tingkat kemampuan matematika siswa.

## **2.5 Pemecahan Masalah Matematika**

Di dalam suatu kehidupan pastinya tidak luput dari suatu masalah, begitu pula dalam belajar. Secara umum masalah merupakan suatu kendala atau persoalan yang harus dipecahkan dengan kata lain masalah merupakan kesenjangan antara kenyataan dengan sesuatu yang diharapkan. Shadiq (2004) dalam Husna, dkk (2013:83) menyatakan bahwa masalah adalah suatu persoalan/pertanyaan yang membutuhkan penyelesaian/jawaban yang tidak bisa diperoleh secara langsung, dengan kata lain suatu pertanyaan akan menjadi masalah jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui.

Suherman (Widjajanti,2009:2) menyatakan bahwa suatu masalah biasanya memuat suatu situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Jika suatu masalah diberikan kepada seorang anak dan anak tersebut langsung mengetahui cara menyelesaikannya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah bagi anak tersebut. Jadi dapat disimpulkan bahwa masalah adalah suatu soal non rutin yang memuat tantangan yang tidak secara langsung dapat diselesaikan oleh siswa.

Begitu juga dalam belajar matematika, pada umumnya yang dianggap masalah bukanlah suatu soal yang biasa dijumpai siswa melainkan soal yang tidak secara langsung diketahui cara penyelesaiannya. Untuk menyelesaikan suatu masalah maka diperlukan suatu kemampuan penyelesaian masalah.

Menurut Silva, dkk (2011) pemecahan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal. Menurut para ahli ada bermacam-macam cara dalam menyelesaikan masalah.

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan pemecahan masalah menurut POLYA karena teori ini mudah dipahami langkah-langkahnya. Menurut POLYA

(1973), ada beberapa langkah dalam memecahkan suatu masalah, diantaranya adalah :

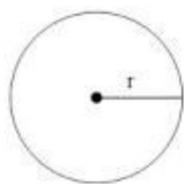
1. *Understanding The Problem* (Memahami permasalahannya)
2. *Devising A Plan* (Merancang rencana penyelesaian)
3. *Carrying Out The Plan* (Melaksanakan rencana penyelesaian)
4. *Looking Back* (Meninjau kembali langkah penyelesaian)

Adapun penjabaran dari keempat langkah yang diajukan Polya yang digunakan sebagai landasan dalam memecahkan suatu masalah menurut Hall (2000) yang membuat iktisar dari buku G Polya yang dikutip oleh Widjajanti (2009:5) bahwa:

1. Memahami masalah, meliputi memberi label dan mengidentifikasi apa yang ditanyakan, syarat-syarat, apa yang diketahui (datanya), dan menentukan *solusi* masalahnya.
2. Membuat sebuah rencana, yang berarti menggambarkan pengetahuan sebelumnya untuk kerangka teknik penyelesaian yang sesuai, dan menuliskannya kembali masalahnya jika perlu.
3. Menyelesaikan masalah tersebut, menggunakan teknik penyelesaian yang sudah dipilih.
4. Mengecek kebenaran dari penyelesaiannya yang diperoleh dan memasukkan masalah dan penyelesaian tersebut ke dalam memori untuk kelak digunakan dalam menyelesaikan masalah dikemudian hari.

## 2.6 Materi

### a. Definisi Lingkaran

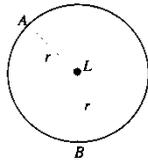


Lingkaran adalah lengkung tertutup yang semua titik-titik pada lengkung itu berjarak sama terhadap suatu titik tertentu dalam lengkungan itu. Titik tertentu dalam lengkungan disebut pusat lingkaran dan jarak tersebut disebut jari – jari lingkaran.

### b. Unsur – Unsur Lingkaran

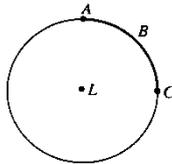
Di dalam lingkaran dapat kita temukan bagian–bagian lingkaran yang lebih umum disebut unsur–unsur lingkaran. Bagian–bagian lingkaran antara lain :

## 1. Jari-jari lingkaran



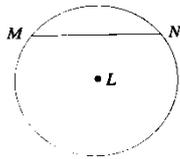
Jari-jari lingkaran atau radius lingkaran adalah jarak titik-titik pada lingkaran dengan pusat lingkaran. Dinotasikan dengan  $r$ .

## 2. Busur lingkaran



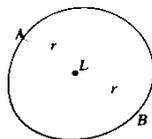
Busur lingkaran adalah lengkung lingkaran yang terletak diantara dua titik pada lingkaran. Busur lingkaran dinotasikan dengan " $\cap$ ".

## 3. Titik busur lingkaran



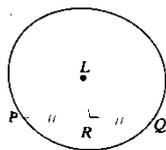
Adalah garis di dalam lingkaran yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.

## 4. Diameter lingkaran



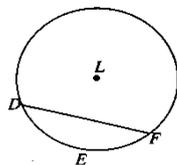
Diameter atau garis tengah lingkaran adalah tali busur yang melalui titik pusat lingkaran.

## 5. Apotema tali busur



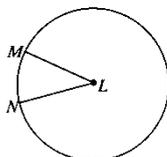
Adalah jarak tali busur dengan titik pusat lingkaran, atau penggal garis dari titik pusat lingkaran yang tegak lurus tali busur.

## 6. Tembereng



Tembereng adalah daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh sebuah tali busur dan busur di hadapan tali busur.

## 7. Juring



Juring adalah daerah dalam lingkaran yang dibatasi oleh dua jari-jari dan busur yang diapit oleh kedua jari-jari tersebut.

### c. Luas dan Keliling Lingkaran

#### 1. Luas Lingkaran

Rumus Luas Lingkaran :

$$L = \pi r^2$$

#### 2. Keliling Lingkaran

Rumus keliling Lingkaran :

$$K = \pi d \text{ atau } 2\pi r$$

## 2.7 Penelitian yang Relevan

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya yang dalam penelitian ini dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembandingan. Hasil penelitian terdahulu yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Ulandari, dkk (2014) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa siswa yang memiliki tingkat kemampuan dasar kelompok atas, kemampuan representasi visualnya berada pada kategori tinggi, kemampuan representasi simbolnya berada pada kategori sedang, kemampuan representasi verbalnya berada pada kategori rendah. Siswa yang memiliki tingkat kemampuan dasar kelompok menengah, kemampuan representasi visual dan simbolnya berada pada kategori sedang dan kemampuan representasi verbalnya berada pada kategori sangat rendah. Siswa yang memiliki tingkat kemampuan dasar kelompok bawah, kemampuan representasi visualnya berada pada kategori sedang, kemampuan representasi simbolnya berada pada kategori rendah, kemampuan representasi verbalnya berada pada kategori sangat rendah. Perbedaan antara penelitian Ulandari dengan penelitian ini adalah pada penelitian yang dilakukan oleh Ulandari, dkk menggunakan pendekatan soal open ended, sedangkan penelitian ini tidak menggunakan pendekatan soal open ended. Sedangkan persamaan antara penelitian Ulandari dengan penelitian ini adalah sama-sama meneliti kemampuan representasi matematis menurut tingkat kemampuan dasar matematika siswa.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Karyanto (2014) menyimpulkan bahwa peningkatan kemampuan representasi matematis siswa dengan pembelajaran matematika berbasis *ICT* lebih baik daripada dengan pembelajaran konvensional. Perbedaan kedua penelitian ini adalah pada penelitian karyanto

menggunakan media pembelajaran berbasis *ICT* sedangkan penelitian ini tidak menggunakan media apapun. Perbedaan antara penelitian Karyanto dengan penelitian ini yaitu penelitian Karyanto bertujuan untuk mengetahui adanya pengaruh pembelajaran matematika berbasis *ICT* terhadap kemampuan representasi matematis siswa seangkan penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan representasi matematis menurut tingkat kemampuan dasar matematika siswa. sedangkan persamaan antara penelitian Karyanto dengan penelitian ini adalah sama – sama meneliti kemampuan representasi matematis siswa.