BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 PENALARAN ANALOGI

2.1.1 Pengertian Penalaran

Penalaran atau *reasoning* dijelaskan Keraf dalam Shadiq (2004: 2) sebagai proses berpikir yang berusaha menghubung-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan. Selanjutnya, Shadiq (2004: 2) mendefinisikan bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Selain itu, Jacob (2007: 1) mengungkapkan bahwa setiap penalaran adalah berpikir, namun tidak semua berpikir adalah penalaran. Penalaran merupakan suatu proses berpikir logis. Berpikir logis diartikan sebagai kegiatan berpikir menurut suatu pola atau logika tertentu yang prosesnya bersifat analitis (Susilowati, 2016: 134).

Menurut Suriasumantri (2007: 42), penalaran mempunyai ciri-ciri tertentu, yaitu adanya suatu pola berpikir yang secara luas dapat disebut logika, dan setiap penalaran mempunyai logika sendiri sehingga dapat juga disimpulkan bahwa kegiatan penalaran merupakan suatu kegiatan berpikir logis. Sesuai dengan pendapat Sarwono (2006: 5) bahwa penalaran adalah kegiatan berpikir menurut pola tertentu, menurut logika tertentu dengan tujuan untuk menghasilkan pengetahuan. Hal ini diperkuat oleh Dominowski (2002: 57) yang menyatakan, *"Drawing inferences, reaching sound conclusions on the basis of careful thought, evaluating arguments and evidence in a logical, analytic manner, are what is meant by good reasoning"* yang berarti menggambarkan suatu kesimpulan, mencapai kesimpulan yang masuk akal berdasarkan pemikiran yang mendalam, mengevaluasi argumen dan bukti secara logis serta analitis, adalah apa yang dimaksud dengan penalaran yang baik.

Berdasarkan uraian tersebut, maka yang dimaksud penalaran dalam penelitian ini adalah suatu proses berpikir untuk memperoleh kesimpulan yang logis berdasarkan dari fakta-fakta dan sumber-sumber yang relevan.

2.1.2 Macam-macam Penalaran

Dalam proses penarikan kesimpulan, Sumarmo (2010) mengungkapkan bahwa secara garis besar, penalaran dibagi menjadi dua yaitu penalaran deduktif dan penalaran induktif. Penalaran deduktif merupakan cara yang digunakan untuk menemukan suatu kesimpulan yang khusus melalui identifikasi kasus-kasus yang umum. Nilai kebenaran dalam penalaran deduktif mutlak benar atau salah dan tidak kedua-duanya. Penalaran induktif merupakan cara yang digunakan untuk menemukan suatu kesimpulan yang umum melalui identifikasi kasus-kasus yang khusus. Nilai kebenaran dalam penalaran induktif dapat bernilai benar atau salah. Hal ini sependapat dengan Fathima (2008) bahwa penalaran induktif adalah suatu proses penggeneralisasian prinsip atau sebuah kesimpulan berdasarkan fakta-fakta khusus yang ada.

Menurut Soekadijo (1999), penalaran induktif terbagi menjadi tiga jenis yaitu generalisasi, analogi dan hubungan kausal (sebab akibat). Selanjutnya Sumarmo (2010: 6) menjelaskan definisi tiga jenis penalaran induktif yakni generalisasi merupakan penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang teramati. Analogi merupakan penarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data atau proses. Hubungan kausal (sebab akibat) merupakan penarikan kesimpulan dari satu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus khusus yang lain. Berdasarkan uraian tersebut, dalam penelitian ini peneliti membatasi penalaran yang digunakan adalah penalaran analogi.

2.1.3 Penalaran Analogi

Analogi dalam bahasa Indonesia artinya “kias” (dalam bahasa arab: qasa= mengukur, membandingkan). Soekadijo (1999: 139) menjelaskan bahwa analogi adalah berbicara tentang dua hal yang berlainan, yang satu bukan yang lain, dan dua hal yang berlainan itu dibandingkan hanya dilihat persamaan saja tanpa melihat perbedaannya. Sependapat dengan Soekadijo, menurut A’yun (2008) analogi adalah suatu perbandingan yang mencoba membuat suatu gagasan terlihat benar dengan cara membandingkannya dengan gagasan lain yang mempunyai hubungan dengan gagasan yang pertama. Sesuai dengan pendapat-pendapat sebelumnya, Mundiri (2010:157) menjelaskan bahwa analogi adalah suatu penyimpulan yang bertolak dari satu atau sejumlah peristiwa menuju kepada satu peristiwa lain yang sejenis.

Analogi menurut English (2004) diklasifikasikan menjadi tiga tipe, yaitu analogi klasik, analogi pemecahan masalah dan analogi pedagogik. Sementara itu, Palehuk dan Chen dalam Zawawi (2016) memaparkan bahwa analogi diklasifikasikan menjadi dua tipe umum, yaitu analogi klasik dan analogi pemecahan masalah. Analogi klasik berbentuk A : B :: C : D, di mana istilah C dan D harus terkait dengan cara yang sama seperti keterkaitan istilah A dan B. analogi pemecahan masalah berarti berpikir analogi dalam tugas-tugas pemecahan masalah dengan pengakuan kemiripan antara masalah yang diketahui dengan masalah baru. Analogi pedagogis mengacu pada berpikir tentang pembelajaran analogi yang dirancang untuk memberikan representasi konkret ide-ide abstrak. Di antara tiga tipe analogi menurut English tersebut, Lee dan Sriraman dalam Zawawi (2016) mengatakan bahwa analogi pemecahan masalah dan analogi pedagogik yang banyak digunakan dalam belajar matematika.

Gentner, Holyoak & Kokinov dalam English (2004) mendefinisikan penalaran analogi sebagai salah satu kemampuan penalaran dengan menggunakan hubungan dari sebuah pola, mencakup kemampuan untuk mengetahui pola, mengidentifikasi pengulangan pola dengan variasi-variasi dari setiap elemennya, menyimpulkan berdasarkan pola dan mengkomunikasikan kesimpulan tersebut sebagai pencapaian akhirnya (Ningrum dan Rosyidi, 2013). Selanjutnya, Ningrum dan Rosyidi (2013) menjelaskan bahwa penalaran analogi merupakan suatu proses berpikir yang bertujuan untuk mendapatkan sebuah kesimpulan atau pengetahuan baru dengan cara melakukan perbandingan antar objek analogi atau dengan pengetahuan-pengetahuan yang telah ada sebelumnya. Menurut English (2004) penalaran analogi adalah cara berpikir peserta didik dalam menyelesaikan masalah target dengan menggunakan masalah sumber.

Berdasarkan beberapa penjelasan di atas, disimpulkan bahwa analogi adalah penarikan kesimpulan dari dua hal yang berlainan berdasarkan persamaannya. Jadi, penalaran analogi yang digunakan dalam penelitian ini adalah suatu proses berpikir untuk memperoleh kesimpulan logis dengan menggunakan dasar kesamaan antara masalah yang diketahui dengan masalah baru.

2.2 PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

2.2.1 Masalah Matematika

Istilah matematika berasal dari bahasa latin *mathematica,* yang diambil dari bahasa yunani *mathematike* yang berarti "*relating to learning*". Kata *mathematike* serupa dengan kata *mathanein* yang berarti belajar atau berpikir. Akar kata matematika adalah *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge/science*). Berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), matematika adalah ilmu tentang bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan.

James (Suherman, 2003: 16) mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dengan jumlah yang banyak dan terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri. Menurut Elea Tinggih (Saadah, 2010: 18), matematika adalah ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar. Hal ini bukan berarti ilmu selain matematika diperoleh tidak melalui penalaran tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas penalaran.

Pada pembelajaran matematika, masalah berbentuk soal matematika tetapi perlu dipahami bahwa tidak semua soal matematika merupakan suatu masalah. Hudojo (2001: 163) menyebutkan syarat suatu masalah bagi peserta didik adalah sebagai berikut: (1) Pertanyaan yang dihadapkan kepada peserta didik haruslah dapat dimengerti oleh peserta didik tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawab, (2) Pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui oleh peserta didik. Hal ini sesuai dengan pendapat Cooney dkk , "*for a question to be problem, it must present a challenge that cannot be resolved by some routine procedure known to the student*" (Shadiq, 2014: 8) yang berarti bahwa suatu soal akan menjadi masalah hanya jika soal itu menunjukkan suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh beberapa prosedur rutin yang sudah diketahui peserta didik. Sependapat dengan Cooney, Polya (1973) menjelaskan bahwa terdapat dua macam masalah matematika, yaitu masalah untuk menemukan dan masalah untuk membuktikan. Masalah untuk menemukan merupakan masalah yang dapat bersifat teoritis atau praktis dan abstrak atau kongkret yang bertujuan menemukan sesuatu yang belum diketahui atau ditanyakan dari masalah, sedangkan masalah untuk membuktikan merupakan masalah untuk menunjukkan suatu pertanyaan bernilai benar, salah, atau tidak keduanya.

Berdasarkan uraian tersebut, disimpulkan bahwa matematika adalah ilmu pengetahuan yang lebih menekankan aktivitas penalaran dalam menyelesaikan masalah. Jadi yang dimaksud masalah matematika dalam penelitian ini adalah suatu pertanyaan atau soal matematika yang mengandung tantangan dan tidak dapat diselesaikan dengan prosedur rutin oleh peserta didik tetapi perlu bernalar.

2.2.2 Pemecahan Masalah Matematika

Menurut Siswono (2008: 35) menyatakan bahwa pemecahan masalah adalah suatu proses atau upaya individu untuk merespon atau mengatasi kesalahan ketika suatu jawaban belum tampak jelas. Sependapat dengan Siswono, Dahar dalam Siskawati (2014) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai suatu kegiatan manusia yang menerapkan konsep-konsep dan aturan-aturan yang diperoleh sebelumnya untuk menemukan jalan keluar dari suatu masalah. Polya (1973) berpendapat untuk mempermudah memahami dan menyelesaikan suatu masalah, terlebih dahulu masalah itu disusun menjadi masalah-masalah yang sederhana, lalu dianalisis (mencari semua kemungkinan langkah-langkah yang ditempuh), kemudian dilanjutkan dengan proses sintesis (memeriksa kebenaran setiap langkah yang dilakukan).

Penkohen (dalam Siswono, 2008: 39) memaparkan alasan pemecahan masalah harus diajarkan, sebagai berikut: 1) Pemecahan masalah mengembangkan keterampilan kognitif secara umum, 2) Pemecahan masalah mendorong kreativitas, 3) Pemecahan masalah merupakan bagian dari proses aplikasi matematika, 4) Pemecahan masalah memotivasi peserta didik dalam belajar matematika. Hal ini, secara tidak langsung akan membuat peserta didik mampu mengambil keputusan secara tepat dalam menentukan langkah-langkah penyelesaian masalah.

Polya (Susanto, 2014: 201) mengemukakan langkah-langkah pemecahan masalah matematika sebagai berikut:

1) Memahami masalah *(Understanding the problem)*, kegiatan ini dapat diidentifikasi melalui beberapa pertanyaan: a) Data apa yang

tersedia? (*what are the data),* b) Apa yang tidak diketahui atau ditanyakan? *(what is the unknown),* dan c) bagaimana kondisi soal? *(what is the condition).*

2) Merencanakan penyelesaian masalah *(Devising the plan),* kegiatan ini dapat diidentifikasi melalui beberapa pertanyaan: a) Apakah anda tahu masalah yang terkait? *(do you know a related problem),* b) Lihat yang tidak diketahui! Dan coba untuk memikirkan masalah familiar yang memiliki bentuk tidak diketahui sama atau serupa *(look at the unknown! And try to think of a familiar problem having the same or a similar unknown),* c) Terdapat suatu masalah yang terkait denganmu dan penyelesaian/solusi sebelumnya, dapatkah anda menggunakan itu? *(here is a problem related to yours and solved before, could you use it*,d) Bisakah anda memperkenalkan beberapa elemen/unsur tambahan untuk memanfaatkan kemungkinan? *(Could you introduce some auxiliary element in order to make its possible),* e)Dapatkah anda menyatakan kembali masalahnya *(could you restate the problem)*
3) Melaksanakan rencana penyelesaian *(Carrying out the plan),* kegiatan ini meliputi: a) Memeriksa setiap langkahnya *(check each step*), b) Bisakah anda memperlihatkan dengan jelas bahwa langkah itu benar? Dapatkah anda membuktikan bahwa langkah itu benar? *(can you see clearly that the step is correct? Can you also prove that step is correct).*
4) Melakukan pengecekan kembali *(Looking back),* kegiatan ini diidentifikasi melalui pertanyaan: a) Dapatkah anda memeriksa hasilnya? *(can you check the result),* b) Dapatkah anda memeriksa argument/pernyataan? *(can you check the argument),* c) Apakah anda memperoleh hasil yang berbeda *(can you derive the result differently),* d) Dapatkah anda melihatnya sekilas? *(can you see it at a glance)*

Sependapat dengan Polya, Posamentier dan Jaye (2007) menggunakan empat langkah dalam pemecahan masalah matematika, yaitu: 1) Membaca masalah *(Read the problem),* 2) Memilih strategi *(Select a strategy),* 3) Menyelesaikan masalah *(Solve the problem),* 4) Memeriksa kembali *(Look back).* Berikut ini tabel perbandingan langkah-langkah pemecahan masalah matematika menurut Polya serta Posamentier dan Jaye:

Tabel 2.1 Perbandingan Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematika Menurut Polya serta Posamentier dan Jaye

Langkah-langkah Pemecahan Masalah Polya	**Langkah-langkah Pemecahan Masalah Posamentier dan Jaye**
1) Memahami masalah *(Understanding the problem)*	1) Membaca masalah *(Read the problem)*
2) Merencanakan pemecahan masalah *(Devising the plan)*	2) Memilih strategi *(Select a strategy)*

3) Melaksanakan rencana penyelesaian *(Carrying of the plan)*	3) Menyelesaikan masalah *(Solve the problem)*
4) Melihat kembali *(Looking back)*	4) Memeriksa kembali *(Look back)*

Berdasarkan uraian dari tabel 2.1 di atas, langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya serta Posamentier dan Jaye memiliki kesamaan antara satu dengan yang lain.

Oleh karena itu, maka pemecahan masalah matematika dalam penelitian ini adalah suatu proses yang dilakukan peserta didik untuk menemukan jawaban dari masalah matematika dengan menggunakan pengetahuan, pemahaman, keterampilan, dan kemampuan yang dimilikinya. Langkah-langkah pemecahan masalah dalam penelitian ini menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah menurut Polya karena kegiatan yang dilakukan setiap langkahnya tersusun secara runtut sehingga memudahkan peserta didik dalam memecahkan masalah matematika.

2.3 TES KEMAMPUAN ANALOGI

Tes kemampuan analogi merupakan bagian dari TPA (Tes Potensi Akademik) atau *psikotest*. Menurut Yudha (2013: 37), tes analogi adalah sebuah tes yang dilakukan untuk mengukur sampai sejauh mana kemampuan seseorang dalam mengetahui atau menguasai perbendaharaan kata, makna kata, fungsi kata, pemakaian kata dan lain sebagainya. Tes kemampuan analogi digunakan untuk menguji kemampuan seseorang dalam membandingkan, menghubungkan, dan memadankan antara dua atau lebih hal yang sebenarnya tidak memiliki persamaan arti, tetapi memiliki kesamaan dalam bentuk, susunan atau fungsinya. Sependapat dengan Yudha, Nirwana (2016: 59) berpendapat bahwa tes analogi merupakan bentuk tes yang dilakukan untuk menilai kemampuan dan pengetahuan seseorang perihal makna kata, fungsi kata, dan pemakaian padanan fungsi dengan kata lainnya. Tes kemampuan analogi terdiri dari analogi verbal dan analogi gambar. Cara mengerjakan tes ini adalah menentukan terlebih dahulu pola hubungan antara dua kata atau gambar dalam soal, selanjutnya digunakan untuk mencari padanan hubungan kata atau gambar dari pilihan jawaban yang tersedia. Berikut contoh tes kemampuan analogi, yaitu:

1. Tes analogi verbal digunakan untuk melihat kemampuan dalam mengartikan makna, fungsi, dan pemakaian kata yang mempunyai hubungan sehingga dapat memahami suatu permasalahan. Contoh tes analogi verbal:

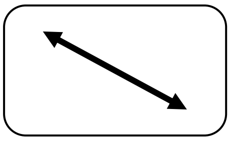
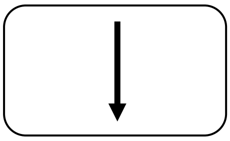
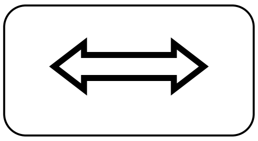
   Dingin : Es :: Keras : …

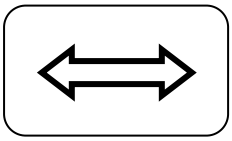
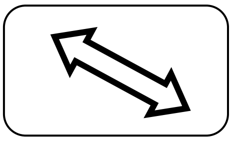
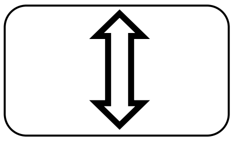
   a. Panas b. Air c. Batu d. Api e. Awan

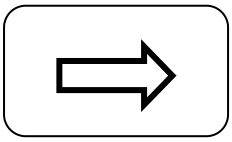
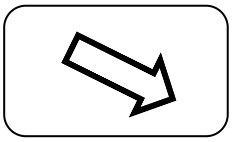
   Jawaban: **c. Batu**

   Alasan: contoh benda yang bersifat dingin adalah es sehingga padanan dengan contoh benda yang bersifat keras adalah batu.

2. Tes analogi gambar digunakan untuk melihat kemampuan dalam menghubungkan keterkaitan gambar sesuai dengan bentuknya. Contoh tes analogi gambar:

 :  ::  : ...

a.  b.  c. 

d.  e. 

   Jawaban: **e.**

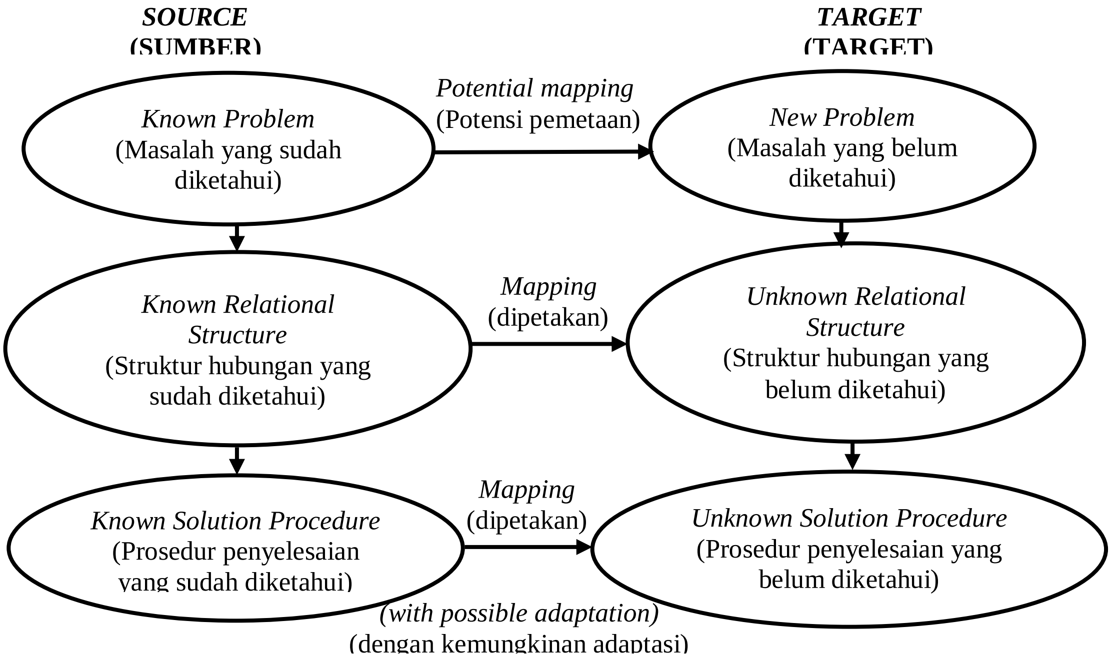
   Alasan: Garis panah diputar 45^0 searah jarum jam dan salah satu ujung panah dihilangkan.

Berdasarkan uraian di atas, tes kemampuan analogi dalam penelitian ini adalah bagian dari *psikotest* untuk menguji kemampuan seseorang dalam memadankan antara dua atau lebih hal yang sebenarnya tidak memiliki persamaan arti, tetapi memiliki kesamaan dalam bentuk, susunan atau fungsinya. Sementara itu, jenis analogi yang digunakan dalam tes ini adalah analogi klasik yang berbentuk A **:** B **::** C **:** D, di mana istilah C dan D harus terkait dengan cara yang sama seperti keterkaitan istilah A dan B.

2.4 PENALARAN ANALOGI DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA

Isoda dan Katagiri (2012: 57) menyatakan bahwa "*Analogical thinking is an extremely important method of thinking for establishing perspectives and discovering solutions*" yang berarti berpikir analogi merupakan suatu metode berpikir yang sangat penting untuk membentuk perspektif dan memecahkan masalah. Menurut Novick dalam English (2004) penggunaan analogi dalam memecahkan masalah matematika melibatkan masalah sumber dan masalah target. Masalah sumber dapat membantu peserta didik dalam memecahkan masalah target. Hal ini dapat terjadi jika peserta didik dalam memecahkan masalah target memperhatikan masalah sumber dan menerapkan struktur masalah sumber pada masalah target tersebut.

Menurut English dalam Zawawi (2016) menyebutkan ciri-ciri masalah sumber adalah: 1) diberikan sebelum masalah target; 2) berupa masalah mudah dan sedang; 3) dapat membantu menyelesaikan masalah target atau sebagai pengetahuan awal dalam masalah target. Ciri-ciri masalah target adalah: 1) berupa masalah sumber yang dimodifikasi; 2) struktur masalah target berhubungan dengan struktur masalah sumber; 3) berupa masalah yang kompleks. Selanjutnya, English (2004) menjelaskan alur penalaran analogi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah sumber dan masalah target dalam bagan berikut ini:



Gambar 2.1 Bagan Penalaran Analogi dalam Memecahkan Masalah

Tahapan penalaran analogi dalam memecahkan masalah matematika menurut Sternberg dalam Zawawi (2016) ada 4 yaitu:

> 1) *Encoding* (pengkodean) adalah proses dimana subjek melakukan pengkodean informasi-informasi yang terkandung pada masalah sumber dan masalah target; 2) *Inferring* (inferensi) adalah proses menentukan struktur relasional penyelesaian masalah sumber; 3) *Mapping* (pemetaan) adalah proses pemetaan struktur relasional penyelesaian masalah sumber ke masalah target; 4) *Applying* (penerapan) adalah mengaplikasikan struktur relasional penyelesaian masalah sumber ke masalah target.

Berikut ini indikator penalaran analogi peserta didik dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan tahapan penalaran analogi Sternberg:

Tabel 2.2 Indikator Penalaran Analogi Dalam Memecahkan Masalah Matematika Menurut Sternberg

Tahapan Penalaran Analogi Menurut Sternberg	**Indikator yang Ingin Diketahui**
Encoding (Pengkodean)	Cara peserta didik: 1. Mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan, dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target 2. Mengidentifikasi informasi yang bersesuaian antara masalah sumber dan masalah target 3. Mengidentifikasi perbedaan alur cerita (*cover story*) antara masalah sumber dan masalah target.
Inferring (Inferensi)	Cara peserta didik: 1. Mengidentifikasi ide-ide matematika yang saling berhubungan pada masalah sumber 2. Merangkai ide-ide matematika yang saling berhubungan menjadi struktur relasional penyelesaian masalah sumber 3. Menyelesaikan masalah sumber
Mapping (Pemetaan)	Cara peserta didik: 1. Mengidentifikasi kemiripan struktur relasional penyelesaian masalah sumber dan masalah target 2. Melaksanakan prosedur pemetaan struktur relasional penyelesaian dari masalah sumber ke masalah target
Applying (Penerapan)	Cara peserta didik menerapkan struktur relasional penyelesaian masalah sumber menyelesaikan masalah target

Sumber: Zawawi (2016)

Tahapan penalaran analogi dalam memecahkan masalah matematika menurut Clement dalam Ningrum dan Rosyidi (2013) ada 4 yaitu:

> 1)*Generating the analogy* yaitu proses mengidentifikasi kondisi dan kemungkinan-kemungkinan kesesuaian antara masalah sumber dengan masalah target; 2) *Evaluating the analogy relation* yaitu proses memeriksa kembali dengan detail kesesuaian hubungan analogi antara masalah sumber dengan masalah target dan menentukan hubungan analogi yang tepat di antara keduanya; 3) *Understanding the analogy case* yaitu proses menguji atau menganalisis tiap-tiap komponen dalam masalah sumber untuk dapat memahami masalah target dengan baik; 4) *Transferring findings* yaitu proses mentransfer kesimpulan atau metode penyelesaian dari masalah sumber ke masalah target.

Berikut ini indikator penalaran analogi peserta didik dalam memecahkan masalah matematika berdasarkan tahapan penalaran analogi Sternberg:

Tabel 2.3 Indikator Penalaran Analogi Dalam Memecahkan Masalah Matematika Menurut Clement

Tahapan Penalaran Analogi Menurut Clement	**Indikator yang Ingin Diketahui**
Generating the analogy	Peserta didik dapat menyebutkan hal-hal yang diketahui pada masalah sumber dan masalah target dan dapat menyebutkan hal-hal yang berpotensi memiliki kesesuaian pada masalah target dan masalah sumber.
Evaluating the analogy relations	Peserta didik memeriksa kembali secara detail hal-hal yang bersesuain antara masalah sumber dan masalah target dan dapat menentukan hubungan analogi yang tepat antara keduanya.
Understanding the analogy case	Peserta didik menyelesaikan masalah sumber dengan benar, menganalisis, dan memperhatikan penyelesaian masalah sumber dan dapat merencanakan penyelesaian masalah target.
Tranferring Findings	Peserta didik mentransfer cara atau metode penyelesaian masalah sumber ke masalah target dan pnyelesaian masalah target benar.

Sumber: Lestari (2015: 47)

Berikut ini adalah contoh masalah analogi yang terdiri dari masalah sumber dan masalah target dengan menggunakan tahapan penalaran analogi menurut Sternberg dan Clement:

a. Penyelesaian masalah analogi dengan tahapan penalaran analogi menurut Sternberg

Tabel 2.4 Contoh Masalah Analogi

Masalah Sumber (*Source Problem*)	**Masalah Target (*Target Problem*)**
Ika akan menggambar persegi panjang pada kertas karton dengan ukuran 25 cm x 15 cm. Harga kertas karton Rp 250,00 per 10 cm^2. Berapa biaya pembelian kertas karton tersebut?	Sebuah balok berukuran 30 cm x 20 cm x 15 cm terbuat dari baja. Balok tersebut setiap sisinya akan dicat. Harga baja tiap 10 cm^2 adalah Rp 800,00 dan setiap 10 cm^2 membutuhkan cat seharga Rp 500,00. Biaya pembuatan balok tersebut adalah…. a. Rp 135.000,00 b. Rp 153.000,00 c. Rp 351.000,00 d. Rp 531.000,00

Sumber: Imanti (2016: 13)

Pada contoh soal tersebut, jika mengacu pada tahap penalaran analogi Sternberg dalam memecahkan masalah sebagai berikut:

Tabel 2.5 Penyelesaian Tahapan Penalaran Analogi Menurut Sternberg

Tahapan Penalaran Analogi Menurut Sternberg	**Masalah dalam Penalaran Analogi**	
	Masalah Sumber	**Masalah Target**
Encoding	Diketahui: Persegi panjang dengan ukuran 25 cm x 15 cm. Harga kertas karton Rp 250,00 per 10 cm^2. Ditanya: Berapa biaya pembelian kertas karton tersebut? Berapa biaya pembelian kertas karton tersebut?	Diketahui: Balok berukuran 30 cm x 20 cm x 15 cm. Harga baja = Rp 800,00/10 cm^2 Biaya pengecatan = Rp 500,00/10 cm^2 Ditanya: Biaya pembuatan balok tersebut adalah?
Inferring	Biaya yang dibutuhkan untuk membeli kertas karton dapat diketahui dengan cara berikut: Menentukan luas persegi panjang yang akan digambar Luas persegi panjang = $p\ x\ l$ $= 25\ x\ 15 = 375\ \text{cm}^2$ Biaya pembelian kertas karton $= \frac{\text{luas persegi panjang}}{10}\ x$ harga kertas karton per 10 cm^2 $= \frac{375}{10}\ x\ 250$ $= 37{,}5\ x\ 250 = 9.375$ Maka diperoleh biaya pembelian kertas karton yaitu	

	Rp 9.375,00
Mapping	Setelah mengetahui hubungan pada masalah sumber, maka peserta didik memetakan apa yang diketahui pada masalah sumber ke masalah target. Peserta didik kemudian bernalar bahwa yang harus dilakukan pada masalah target adalah mencari luas permukaan bangun ruang sisi datar untuk menentukan biaya pembuatan balok.
Applying	Yang harus dilakukan pada masalah target adalah peserta didik mencari biaya pembuatan balok Luas permukaan balok = $2\ (pl + pt + lt)$ $= 2\ (30\ x\ 20 + 30\ x\ 15 + 20\ x\ 15)$ $= 2\ (600 + 450 + 300)$ $= 2\ (1.350)$ $= 2700\ cm^2$ Biaya pembelian baja $= \frac{\text{luas permukaan balok}}{10}\ x$ harga baja per 10 cm^2 $= \frac{2700}{10}\ x\ 800$ $= 270\ x\ 800 = 216.000$ Biaya pengecatan $= \frac{\text{luas permukaan balok}}{10}\ x$ harga cat per 10 cm^2 $= \frac{2700}{10}\ x\ 500$ $= 270\ x\ 500 = 135.000$ Biaya pembuatan balok = biaya pembelian baja + biaya pengecatan $= 216.000 + 135.000 = 351.000$ Jadi, diperoleh biaya pembuatan balok adalah Rp 351.000,00

Sumber: Imanti (2016: 13)

b. Penyelesaian masalah analogi dengan tahapan penalaran analogi menurut Clement

Tabel 2.6 Contoh Masalah Analogi

Masalah Sumber (*Source Problem*)	**Masalah Target (*Target Problem*)**
Toko Es Krim Sally's menjual es krim dengan 12 varian rasa dan 3 varian ukuran *cone*. Berapa banyak pilihan es krim berbeda yang dapat kamu pilih?	Perusahaan "*Select A Card*" berencana untuk memproduksi beberapa kotak berisi kartu ucapan dengan warna hijau juga kuning dan terdiri dari kartu ucapan Natal, Ulang Tahun, juga Paskah, dan mempunyai jenis huruf perak juga emas. Berapa banyak jenis kartu ucapan yang berbeda dalam setiap kotak?

Sumber: Reed dalam Lestari (2015: 20)

Pada contoh soal tersebut, jika mengacu pada tahap penalaran analogi Clement dalam memecahkan masalah sebagai berikut:

1) *Generating the analogy*
Pada tahap ini, penalar akan mendata hal-hal yang diketahui pada masalah sumber dan masalah target kemudian mengidentifikasi hal-hal pada masalah target yang berpotensi memiliki kesesuaian dengan masalah sumber. Misalnya pada masalah sumber, diketahui Toko Es Krim Sally's menjual 12 varian rasa es krim dan 3 varian ukuran *cone*. Sementara pada masalah target, diketahui Perusahaan "*Select A Card*" berencana untuk memproduksi beberapa kotak berisi kartu ucapan dengan warna hijau juga kuning dan terdiri dari kartu ucapan Natal, Ulang Tahun, juga Paskah, dan mempunyai jenis huruf perak juga emas. Kesesuaian yang terlihat dari kedua permasalahan tersebut adalah bahwa dalam satu toko atau perusahaan menawarkan berbagai pilihan produk.
2) *Evaluating the analogy relation*
Pada tahap ini, berdasarkan kesesuaian-kesesuaian yang telah didapat sebelumnya, kemungkinan hubungan antara permasalahan tersebut yaitu keduanya sama-sama menanyakan berapa banyak pilihan produk yang dapat dipilih dari beberapa pilihan produk yang disediakan. Pada masalah sumber, yang menjadi masalah adalah menentukan banyaknya pilihan produk yang dapat dipilih dari dua komponen variasi produk yang disediakan, yaitu dari rasa es krim dan ukuran *cone*. Sementara pada masalah target, yang menjadi masalah adalah menentukan banyaknya pilihan produk yang dapat dipilih (banyaknya jenis kartu yang berbeda) dari tiga komponen variasi produk, yaitu warna kartu ucapan, tema kartu ucapan, dan bentuk tulisan kartu ucapan. Selain kemungkinan tersebut dimungkinkan penalar menemukan hubungan lain yang mungkin antara kedua masalah tersebut.
3) *Understanding the analogy case*
Pada tahap ini, berdasarkan kemungkinan yang telah didapatkan sebelumnya penalar dapat menentukan langkah yang harus dilakukan untuk menyelesaikan masalah sumber yang nantinya cara itu yang akan disesuaikan dan digunakan untuk menyelesaikan masalah target. Dalam menyelesaikan masalah sumber, penalar dapat menggunakan aturan perkalian. Penalar dapat mengalikan setiap komponen variasi produk yang diberikan, yaitu rasa es krim dan ukuran *cone* sehingga didapat banyak pilihan produk es krim Sally's yang berbeda yang dapat dipilih oleh pembeli adalah 12 x 3 = 36 pilihan es krim.
Setelah itu, penalar kembali melihat masalah target. Dengan masalah sumber yang telah diselesaikan, penalar menganalisis kesesuaian antara hal-hal yang diketahui pada masalah sumber dan masalah target sehingga penalar dapat menentukan

penyelesaian masalah target yang bersesuaian dengan masalah sumber.

4) *Transferring findings*
Pada tahap ini, penalar menentukan banyaknya jenis kartu berbeda yang terdapat pada satu kotak berdasarkan metode yang telah digunakan untuk menyelesaikan masalah target. Penalar menyelesaikan masalah target menggunakan aturan perkalian yaitu dengan mengalikan semua komponen variasi produk yang diketahui, karena terdapat 2 warna kartu ucapan, 3 tema kartu ucapan, dan 2 bentuk tulisan, maka banyaknya jenis kartu berbeda dalam satu kotak adalah 2 x 3 x 2 = 12 jenis kartu. Dengan demikian, masalah target terselesaikan.

(Lestari, 2015: 20)

Berdasarkan penjabaran di atas, tahapan penalaran analogi menurut Sternberg dan Clement mempunyai tahapan yang hampir mirip yang membedakan hanya penggunaan istilah pada tiap tahap serta kegiatan penalar saat menyelesaikan masalah sumber pada tahapan penalaran analogi menurut Sternberg terletak pada tahap ke-2 (*inferring)* sedangkan pada tahapan penalaran analogi Clement terletak pada tahap ke-3 (*understanding the analogy case*). Sementara itu, tahapan yang digunakan dalam penelitian ini adalah tahapan penalaran analogi menurut Sternberg dikarenakan lebih mudah dipahami dan lebih runtut.

Oleh karena itu, berikut ini hubungan langkah-langkah pemecahan masalah matematika menurut Polya dengan tahapan penalaran analogi menurut Sternberg:

Tabel 2.7 Hubungan Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematika Menurut Polya dengan Tahapan Penalaran Analogi Menurut Sternberg

Langkah-langkah Pemecahan Masalah Matematika Menurut Polya	**Tahapan Penalaran Analogi Menurut Sternberg**	**Deskripsi**
Understanding the problem (Memahami masalah)	*Encoding* (Pengkodean)	Peserta didik mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan, dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target, selanjutnya mengidentifikasi informasi yang bersesuaian antara masalah sumber dan masalah target.
Devising the plan	*Inferring* (Inferensi)	Peserta didik mengidentifikasi ide-ide matematika yang saling

(Merencanakan pemecahan masalah)		berhubungan pada masalah sumber, merangkai ide-ide matematika yang saling berhubungan menjadi struktur relasional penyelesaian masalah sumber. Peserta didik menyelesaikan masalah sumber
Carrying of the plan (Melaksanakan rencana penyelesaian)	*Mapping* (Pemetaan)	Peserta didik mengidentifikasi kemiripan struktur relasional penyelesaian masalah sumber dan masalah target, melaksanakan prosedur pemetaan struktur relasional penyelesaian dari masalah sumber ke masalah target.
Looking back (Melihat kembali)	*Applying* (Penerapan)	Peserta didik menerapkan struktur relasional dalam menyelesaikan masalah target.

Berdasarkan tabel 2.7 di atas, dapat disimpulkan bahwa setiap tahapan penalaran analogi menurut Sternberg memiliki hubungan dengan langkah-langkah pemecahan masalah matematika menurut Polya. Jadi, dalam penelitian ini langkah-langkah pemecahan masalah matematika menurut Polya yang digunakan dalam analisis data sesuai dengan penalaran analogi menurut Sternberg.

2.5 HUBUNGAN ANTARA TES KEMAMPUAN ANALOGI DENGAN PENALARAN ANALOGI DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA

Tes kemampuan analogi yang merupakan bagian dari TPA (Tes Potensi Akademik) atau *psikotest* berbentuk analogi klasik. Sesuai pendapat Lee dan Sriraman dalam Zawawi (2016) bahwa analogi klasik digunakan terutama untuk mengukur latihan pengembangan kecerdasan dan kemampuan penalaran, bukan digunakan sebagai keterampilan domain kognitif tertentu dalam pembelajaran matematika. Selain itu, Alexander, dkk. dalam Chiu dan Torn (2004) membuktikan bahwa terdapat sebuah hubungan yang kuat antara kemampuan penalaran analogi seseorang dengan kemampuan matematisnya (Ningrum dan Rosyidi, 2013). English (2004: 7) menyatakan bahwa untuk dapat menyelesaikan masalah dengan penalaran analogi, peserta didik membutuhkan pengetahuan dasar yang spesifik yang berkaitan dengan analogi. Kemampuan penalaran analogi seseorang dapat diketahui dan dilatih dengan tes kemampuan analogi.

2.6 PENELITIAN YANG RELEVAN

Berikut ini hasil dari beberapa penelitian yang telah dilakukan terkait penalaran analogi dalam memecahkan masalah matematika:

1. Zawawi (2016) melakukan penelitian disertasi berjudul "Proses Berpikir Analogis Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika dan Jenis Kelamin". Hasilnya, proses berpikir analogis siswa laki-laki dan perempuan berkemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah dalam menyelesaikan masalah matematika adalah mengidentifikasi informasi yang diketahui, informasi yang ditanyakan, dan informasi tambahan pada masalah sumber dan masalah target.
2. Ningrum dan Rosyidi (2013) melakukan penelitian berjudul "Profil Penalaran Permasalahan Analogi Siswa Sekolah Menengah Pertama Ditinjau Dari Perbedaan Gender". Hasilnya diperoleh bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan dalam penalaran permasalahan analogi pada subjek laki-laki maupun perempuan. Selain itu, mereka menemukan terdapat faktor lain yang mempengaruhi penalaran analogi yaitu kemampuan yang dimiliki subjek seperti kemampuan analogi.
3. Daniarti dkk. (2015) melakukan penelitian berjudul "Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Analogi Siswa Dalam Materi Aljabar di SMP". Penelitian ini dilakukan di kelas VIII B SMP Kemala Bhayangkari dan hasilnya peseta didik kelas VIII B mempunyai kemampuan penalaran analogi dalam menyelesaikan operasi hitung aljabar berada pada katagori menengah.

3.7 MATERI MATRIKS

Matriks pertama kali diciptakan oleh Arthur Cayley (1821-1895), seorang profesor Sadleirian Matematik Murni di Cambridge. Selanjutnya, matriks pertama kali dikenalkan dan digunakan oleh James J. Slyvester (1850) untuk menunjukkan susunan bilangan-bilangan berbentuk persegi atau persegi panjang, tetapi kira-kira 250 tahun SM, ahli matematika Cina menggunakan metode matriks untuk memecahkan sistem persamaan linier simultan.

3.7.1 Pengertian Matriks

Menurut Anton (2000: 22), matriks adalah susunan persegi panjang atau persegi dari bilangan-bilangan atau variabel. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks. Penulisan matriks menggunakan huruf kapital dan diapit oleh tanda kurung biasa yang disimbolkan ( ) atau tanda kurung siku yang disimbolkan [ ]. Berikut ini contoh penulisan matriks A, yaitu:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix}$$

dengan a_{ij} menyatakan entri yang terdapat dalam baris *i* dan kolom *j* pada matriks A. Banyak baris dikalikan dengan banyak kolom dari suatu matriks disebut ordo matriks atau ukuran matriks (Simangunsong, 2012: 245).

3.7.2 Jenis-jenis Matriks

Berikut ini beberapa jenis matriks, yaitu:

1. Matriks Baris

   adalah matriks yang hanya terdiri dari satu baris.

   $A = [a_{11} \quad a_{12} \quad \cdots \quad a_{1j}]$

2. Matriks Kolom

   adalah matriks yang hanya terdiri dari satu kolom.

   $$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{i1} \end{bmatrix}$$

3. Matriks Persegi atau Bujur Sangkar

   adalah matriks yang banyak barisnya sama dengan banyak kolomnya.

   $$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix}$$

4. Matriks Nol

   adalah matriks yang semua elemennya adalah nol.

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Matriks Identitas (*I*)

   adalah matriks yang semua elemen diagonal utamanya adalah satu sedangkan elemen yang lain adalah nol.

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Matriks Segitiga Atas

   adalah matriks yang semua elemen di bawah diagonal utama adalah nol.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1j} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{2j} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{3j} \\ 0 & 0 & 0 & a_{ij} \end{pmatrix}$$

7. Matriks Segitiga Bawah

   adalah matriks yang semua elemen di atas diagonal utama adalah nol.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{ij} \end{pmatrix}$$

8. Matriks Diagonal

   adalah matriks yang semua elemen selain diagonal utama adalah nol dan paling tidak satu elemen pada diagonal utama $\neq 0$.

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

9. Matriks Skalar

   adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan matriks identitas dengan sebuah bilangan konstan (*k*).

$$A_{3\,x\,3} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, k = 3$$

10. Transpos Matriks

    Transpos matriks A atau $\left(A^T\right)$ adalah sebua matriks yang disusun dengan cara menuliskan baris ke-*i* matriks A menjadi kolom ke-*i* dan sebaliknya menuliskan kolom ke-*j* matriks A menjadi baris ke-*j*.

3.7.3 Operasi Penjumlahan Matriks

Menurut Anton (2000: 23) menyatakan jika A dan B adalah matriks-matriks dengan orde sama, maka jumlah A + B adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan elemen-elemen A dengan elemen-elemen B yang bersesuaian, dan selisih A – B adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan elemen-elemen A dengan elemen-elemen B yang bersesuaian. Matriks-matriks dengan orde berbeda tidak bisa ditambahkan atau dikurangkan. Misalkan penjumlahan matriks A terhadap matriks B, yaitu:

Diketahui: A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = C$$

Contoh:

A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

maka A + B = $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+5 & 2+6 \\ 3+7 & 4+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix} = C$

Sifat-sifat penjumlahan matriks, yaitu:

a. A + B = B + A (hukum komutatif untuk penjumlahan)
b. A + (B+C) = (A + B) + C (hukum asosiatif untuk penjumlahan)
c. A + 0 = 0 + A = A
d. $(A + B)^T = A^T + B^T$
e. Ada matriks B sedemikian hingga A + B = B + A = 0 dengan syarat B = -A

3.7.4 Perkalian Matriks

Jika matriks $A = [a_{ij}]$ dan matriks $B = [b_{ij}]$, maka matriks A dapat dikalikan dengan matriks *B* sedemikian hingga banyaknya kolom pada matriks *A* sama dengan banyaknya baris pada matriks *B*; misalnya matriks *A* berordo $p\ x\ q$ dan matriks *B* berordo $q\ x\ r$ maka hasil kali AB adalah matriks berordo $p\ x\ r$

yang elemen-elemennya diperoleh dengan cara mengalikan baris ke-i dari A dengan kolom ke-j dari B.

Contoh:

Diketahui: A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ dan B = $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Tinjaulah perkalian matriks A dan B. Karena A adalah matriks berukuran $2\ x\ 3$ dan B adalah matriks berukuran $3\ x\ 2$ maka hasil kali AB adalah matriks $2\ x\ 2$. Perhitungan-perhitungan untuk hasil kali adalah:

$$AB = \begin{pmatrix} (1.2)+(3.3)+(4.1) & (1.4)+(3.6)+(4.3) \\ (3.2)+(2.3)+(5.1) & (3.4)+(2.6)+(5.3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 34 \\ 17 & 39 \end{pmatrix}$$

3.7.5 Determinan Matriks

Menurut Anton (2000: 77), jika A adalah matriks persegi maka minor entri a_{ij} dinyatakan dengan M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan submatriks A setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari faktor A. Bilangan $(-1)^{1+j} M_j\, a_{ij}$ dinyatakan sebagai C_{ij} dan dinamakan kofaktor entri a_{ij} . Menurut Steven (2002: 66), determinan matriks A yang berukuran $n\ x\ n$ dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri dalam suatu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktornya dan menjumlahkan hasil-hasil kali yang dihasilkan; yakni untuk setiap $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$ maka:

$$\det(A) = |A| = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

(perluasan kofaktor di sepanjang kolom ke-j)

dan

$$\det(A) = |A| = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

(perluasan kofaktor di sepanjang baris ke-i)

Determinan pada matriks ordo $2\ x\ 2$:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Determinan pada matriks ordo $3\ x\ 3$ dapat menggunakan kaidah Sarrus serta Kofaktor dan Minor:

$$A_{3\ x\ 3} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

a. Kaidah Sarrus

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

b. Kofaktor dan Minor

Apabila menggunakan kofaktor dan minor pada baris pertama, maka:

$$\begin{aligned} |A| &= a_{11}.|\,M_{11}| - a_{12}.|M_{12}| + a_{13}.|M_{13}| \\ &= a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & \_ \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \\ &= a(ei - fh) - b(di - fg) + c(dh - eg) \end{aligned}$$