BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

Menurut Rangkuti dalam (Alynardina & Saifi, 2017) persediaan adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan setiap waktu.

Sedangkan Menurut Ma'arif & Tanjung dalam (Juwari, Kusrini, & Pramono, 2018) persediaan adalah suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha yang normal atau barang-barang yang masih dalam proses produksi atau persediaan bahan baku yang masih menunggu untuk digunakan dalam suatu produksi. Dari devinisi diatas, bahwa dapat dikatakan persediaan merupakan aktiva dari suatu perusahaan, apakah dalam bentuk mentah (bahan baku), atau dalam bentuk sedang diproses, atau dalam bentuk barang jadi. Secara umum jenis persediaan dibagi menjadi tiga yaitu, persediaan bahan mentah/baku, persediaan dalam proses dan persediaan bahan jadi.

2.2 Tujuan Pengendalian Persediaan

Menurut Ristono (2013) yang dimaksud dengan pengelolaan persediaan adalah“kegiatan dalam memperkirakan jumlah persediaan (bahan baku/penolong) yang tepat, dengan jumlah yang tidak terlalu besar dan tidak pula kurang atau sedi-kit dibandingkan dengan kebutuhan atau permintaan”. Dari pengertian tersebut, maka tujuan pengelolaan persediaan adalah sebagai berikut:

a) Untuk dapat memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat (memuaskan konsumen).
b) Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi, hal ini dikarenakan alasan :
   - Kemungkinan barang (bahan baku dan penolong) menjadi langka sehingga sulit untuk diperoleh.
   - Kemungkinan supplier terlambat mengirimkan barang yang dipesan.

c) Untuk mempertahankan dan bila mungkin meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
d) Menjaga agar pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat-mengakibatkan ongkos pesan menjadi besar.
e) Menjaga supaya penyimpanan dalam emplacement tidak besar-besaran, karena akan mengakibatkan biaya menjadi besar.

2.3 Biaya Persediaan

Biaya-biaya persediaan timbul karena adanya rencana persediaan dalam perusahaan untuk memperlancar kegiatan produksi. Menurut Sumayang, L. dalam Efendi biaya-biaya akibat pengelolaan persediaan dibedakan menjadi enam, yaitu :

1. *Cost Item* atau harga barang per-unit, yaitu harga yang timbul karena adanya harga per unit pembelian barang
2. *Ordering cost* atau biaya pemesanan adalah biaya yang dikeluarkan berkenaan dengan adanya pemesanan barang atau bahan. Yang termasuk dalam bentuk biaya ini meliputi biaya administrasi, biaya pengiriman/pengangkutan, dan bongkar muat pesanan.
3. *Holding cost* atau biaya simpan adalah biaya yang dikeluarkan berkenaan dengan adanya kegiatan penyimpanan barang /bahan yang sudah dibeli
4. *Stockout cost* atau biaya kekurangan persediaan, yaitu biaya yang digunakan sehubungan dengan adanya persediaan yang kecil dari jumlah yang dikeluarkan. Disamping itu biaya ini timbul akibat keterlambatan pengiriman pesanan dari pemasok
5. Biaya resiko kerusakan dan kehilangan persediaan, yaitu biaya yang timbul akibat barang persediaan telah kadaluwarsa atau rusak akibat kondisi tertentu
6. *Safety stok* atau biaya persediaan pengaman, yaitu biaya yang dikeluarkan sehubungan dengan adanya persediaan pengaman yang berfungsi sebagai persediaan tambahan untuk melindungi dan menjaga kemungkinan terjadinya kekurangan persediaan atau biaya yang dikeluarkan sehubungan adanya pesanan permintaan yang datang.

2.4 Model-model Persediaan

Secara umum model persediaan dapat dikelompokkan menjadi 2 bagian (Taha, 2003):

1. *Model Deterministik*, yaitu model yang menganggap bahwa semua parameter telah diketahui dengan pasti. Model ini dibagi lagi menjadi 2 yaitu *deterministic static* dan *deterministic dynamic*. Contoh model yang dipakai adalah model *Economic Order Quantity* (EOQ) dan pemesanan barang multi item dengan metode *langrange multiplier*.
2. *Model Scocastic (Probabilistik)*, yaitu model yang menganggap bahwa semua parameter mempunyai nilai-nilai yang tidak pasti dan satu atau lebih parameter tersebut merupakan variabel acak. Contoh dari model ini antara lain model persediaan P dan Q. Model ini dibagi lagi menjadi 2 yaitu *probabilistic static* dan *probabilistic dynamic*.

2.4.1. Model Statis EOQ

Tujuan model ini adalah untuk menentukan jumlah (Q) setiap kali pemesanaan (EOQ) sehingga meminimasi biaya total persediaan dimana:

Biaya Total Persediaan = *Ordering cost* + *Holding Cost* + *Purchasingcost*

Parameter-parameter yang dipakai dalam model ini adalah:

D = jumlah kebutuhan barang selama satu periode (misalnya: 1 tahun)

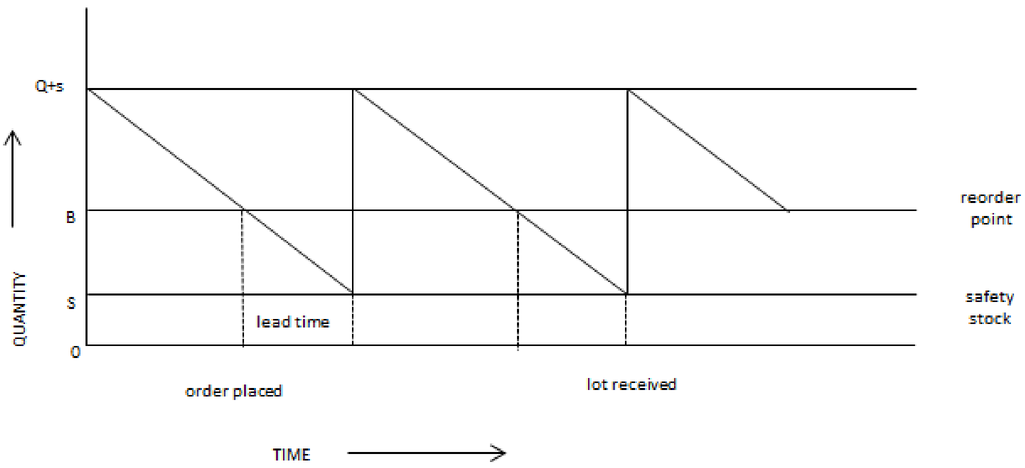
k = *ordering cost* setiap kali pesan

h = *holding cost* per satuan nilai persediaan per satuan waktu

c = *purchasing cost* per satuan nilai persediaan

t = waktu antara satu pemesanan ke pemesanan berikutnya

Berikut adalah gambar model persediaan ideal:



Gambar 2.1 Model Persediaan yang ideal

(sumber :Tersine, Richard J. 1994)

Dalam kaitannya dengan model persediaan tersebut, biaya-biaya yang relevan dengan model ini adalah biaya pemesanan dan biaya penyimpanan. Jika D adalah jumlah permintaan, Q adalah kuantitas pesanan dan S adalah biaya setiap kali pesan, maka biaya pemesanan perminggu dirumuskan:

Biaya pemesanan per minggu = $Cr\dfrac{D}{Q}$ .... (2.1)

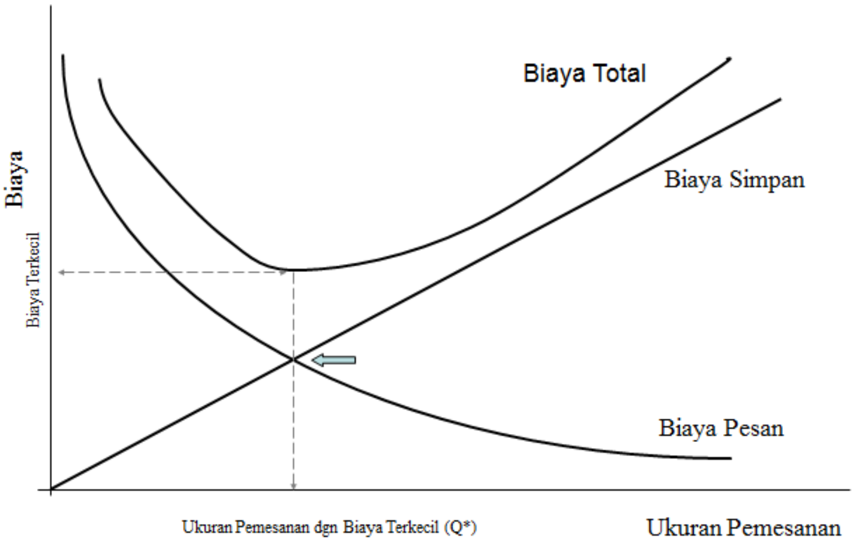
Biaya simpan mingguan dihitung dengan mencari rata-rata biaya penyimpanan tiap bulan yang dikonversi menjadi mingguan. Rata-rata persediaan dihitung sebanyak setengah kali kuantitas pesanan dikali biaya simpan per unit dan niai ini akan berkurang terus-menerus hingga mencapai nol, sehingga biaya simpan dapat dirumuskan:

Biaya penyimpanan = $Ch\dfrac{Q}{2}$ .... (2.2)

Berdasarkan persamaan (2.1) dan persamaan (2.2) maka biaya yang muuncul dalam persediaan adalah hasil penjumlahaan biaya pemesahan dan biaya penyimpanan per periode waktu, dalam kasus ini adalah per minggu, dan dapat dirumuskan sebagai berikut:

Biaya persediaan per minggu (TC) = $Cr\dfrac{D}{Q} + Ch\dfrac{Q}{2}$ .... (2.3)

Hubungan dari ketiga persamaan tersebut dapat dilihat dalam gambar 2.2



Gambar 2.2 Kurva Biaya Persediaan

Sumber: Effendi (2015)

Dari gambar 2.2 dapat diilustrasikan bahwa total biaya persediaan akan mencapai nilai minimum pada saat biaya simpan dan biaya pesan mencapai titik yang sama, sehingga titik minimal kurva biaya total dapat dicari dengan turunan TC terhadap Q sama dengan 0, yaitu:

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \qquad (2.4)$$

$$\frac{\partial CrD}{\partial Q2} + \frac{\partial ChQ}{\partial Q.Q} = 0 \qquad (2.5)$$

$$\frac{Ch}{2} - \frac{CrD}{Q^2} = 0 \qquad (2.6)$$

$$\frac{Ch}{2} = \frac{CrD}{Q^2} \qquad (2.7)$$

Sehingga diperoleh

$$Q^2 = \frac{2CrD}{ch} \qquad (2.8)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2CrD}{ch}} \qquad (2.9)$$

Keterangan:

D = jumlah permintaan per periode (unit)

Ch = biaya simpan per periode (Rp/unit/periode)

Cr = biaya pemesanan per periode (Rp/pesan)

Q = kuantitas pemesanan yang optimal (unit)

P = harga satuan unit (Rp/unit)

I = biaya simpan dalam persentase persediaan (%)

2.4.1.1.Model Statis EOQ Banyak Item dengan Keterbatasan Gudang

Model ini membahas sistem persediaan yang melibatkan banyak jenis barang (n>1) dimana barang-barang tersebut akan disimpan pada sebuah gudang yang luas ruangannya terbatas.

Definisikan A sebagai luas gudang maksimum yang tersedia untuk n jenis barang dan asumsikan bahwa luas gudang yang diperlukan setiap unit barang ke-i adalah ai. Jika Qi adalah jumlah order jenis barang ke-i maka persamaan pembatas gudang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i y_i \leq A \quad \text{.......... (2.10)}$$

Secara matematis fungsi tujuannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Minimasi TC } (Q_{1,\ldots,\ldots,}Q_n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{Q_i} k_i + h_i \frac{Q_i}{2} \quad \text{.......... (2.11)}$$

Sebelum menggunakan metode Langrange Multiplier diatas, langkah pertama kita adalah memeriksa apakah fungsi pembatas aktif dengan cara menguji apakah nilai bukan pembatas, yaitu:

$$Q_i optimal = \sqrt{\frac{2D_i k_i}{h_i}} \quad \text{.......... (2.12)}$$

Memenuhi pembatas luas gudang (A). Jika „ya", maka fungsi pembatas tersebut diabaikan. Jika „tidak", maka fungsi pembatas haru berlaku (aktif) dimana nilai optimal yang baru dari Q (Qi) harus dicari sehingga memenuhi pembatas gudang, demikian juga kebalikannya. Hasil ini diselesaikan dengan persamaan pertama fungsi langrangian sebagai berikut:

$$L(\lambda, Q_{1,} Q_2, \ldots, \ldots, Q_n) = TC(Q_{1,\ldots,\ldots,}Q_n) - \lambda(\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A) \quad \text{.......... (2.13)}$$

$$L(\lambda, Q_{1,} Q_2, ..., ..., Q_n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{D_i}{Q_i} k_i + h_i \frac{Q_i}{2} - \lambda(\sum_{i=1}^{n} a_i Q_i - A) \text{ ...(2.14)}$$

Dimana **λ** (<0) adalah Langarange Multiplier Nilai optimal dari Q_i dan 1 dapat diperoleh dengan menderivatif parsial menjadi nol persamaan diatas sebagai berikut:

$$\frac{dL}{dQ_i} = \frac{D_i}{Q_i^2} k_i + \frac{h_i}{2} - \lambda a_i = 0 \text{ ....(2.15)}$$

$$\frac{dL}{dQ_i} = \sum_{i=1}^{n} a_i . Q_i - A = 0 \text{ ....(2.16)}$$

Dari kedua persamaan diatas, maka diperoleh:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2 D_i k_i}{h_i - 2\lambda * a_i}} \text{ ....(2.17)}$$

Persamaan atas menunjukan bahwa Q_i^* tergantung dari nilai optimal dari ($\lambda *$), dimana untuk $\lambda *$ =0 maka Q_i^* akan memberikan penyelesaian tak terbatas. Nilai $\lambda *$ dapat diperoleh dengan cara trial eror yang sistematik.

2.5. Logika Fuzzy

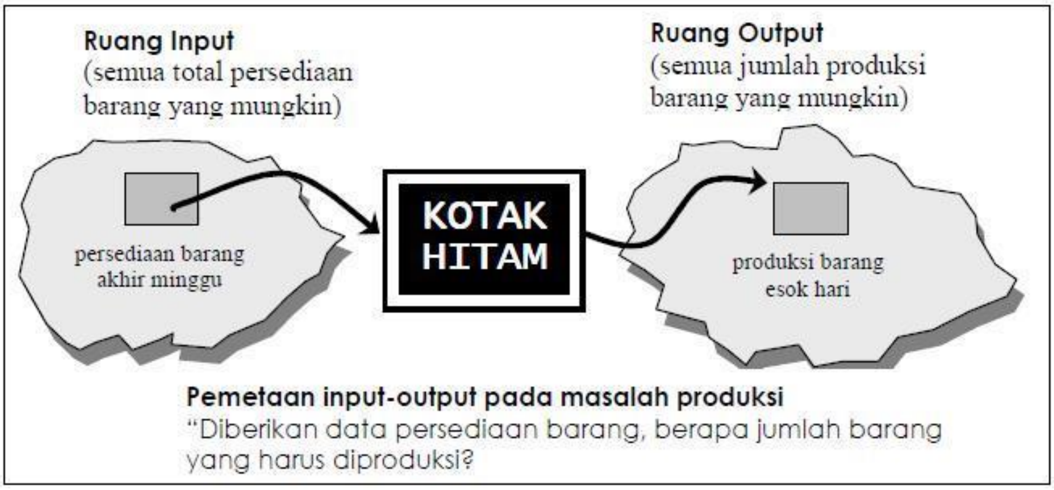
Orang yang belum pernah mengenal logika fuzzy pasti mengira bahwa logika fuzzy adalah sesuatu yang amat rumit dan tidak menyenangkan. Namun, sekali seseorang mulai mengenalnya, dia pasti akan sangat tertarik dan akan menjadi pendatang baru untuk ikut serta mempelajari logika fuzzy. Logika fuzzy dikatakan sebagai logika baru yang lama, sebab ilmu tentang logika fuzzy modern dan metodis baru ditemukan beberapa tahun yang lalu, padahal sebenarnya konsep tentang logika fuzzy itu sendiri sudah ada pada diri kita sejak lama (Kusumadewi & Purnomo, 2010).

Logika fuzzy adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output. Sebagai contoh:

1. Manajer pergudangan mengatakan pada manajer produksi seberapa banyak persediaan barang pada akhir minggu ini, kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.

2. Pelayan restoran memberikan pelayanan terhadap tamu, kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayan yang diberikan;
3. Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan, saya akan mengatur putaran kipas yang ada pada ruangan ini. kendaraan yang diinginkan, sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

Salah satu contoh pemetaan suatu input-output dalam bentuk grafis seperti terlihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Contoh pemetaan input output

Sumber : Kusumadewi dan Purnomo (2010)

Antara input dan output terdapat satu kotak hitam yang harus memetakan input ke output yang sesuai.

2.5.1 Alasan Digunakan Logika Fuzzy

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika fuzzy, antara lain (Kusumadewi & Purnomo, 2010):

1. Konsep logika fuzzy mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran fuzzy sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika fuzzy sangat fleksibel.
3. Logika fuzzy memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika fuzzy mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangat kompleks.

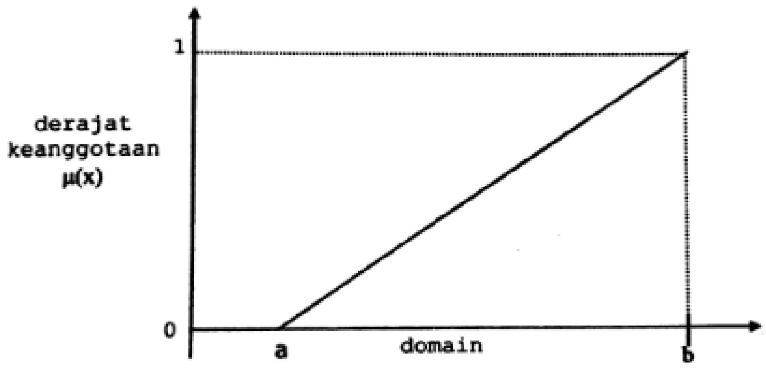
5. Logika fuzzy dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman - pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika fuzzy dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika fuzzy didasarkan pada bahasa alami

2.5.2 Fungsi Keanggotaan

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan (Kusumadewi & Purnomo, 2010).

a. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.



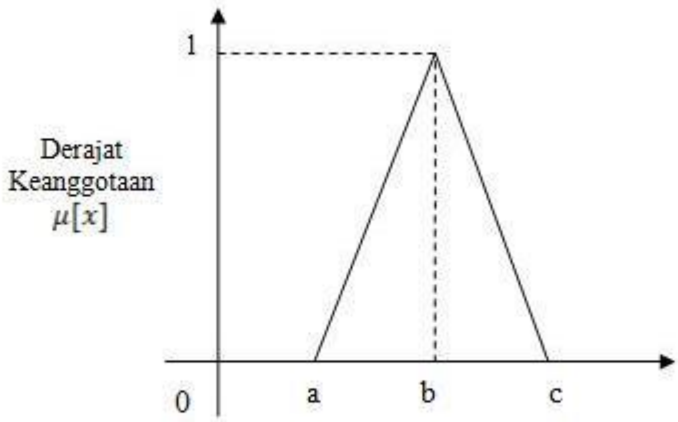
Gambar 2.4 Representasi Linier Naik

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \quad \text{...(2.18)}$$

b. Representasi Kurva Segitiga

Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Kurva Segitiga

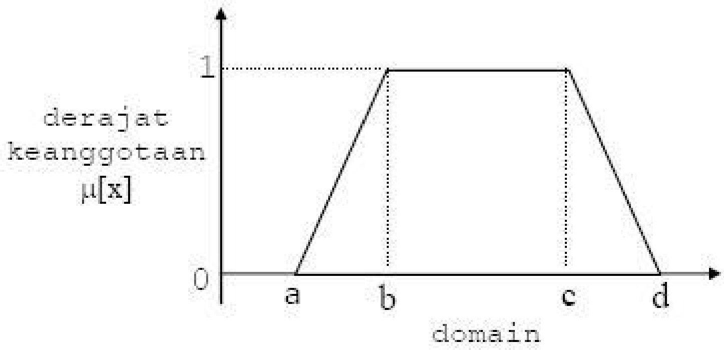
Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \; atau \; x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}; & b \leq x \leq c \end{cases} \quad \text{........................(2.19)}$$

c.

c. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1:



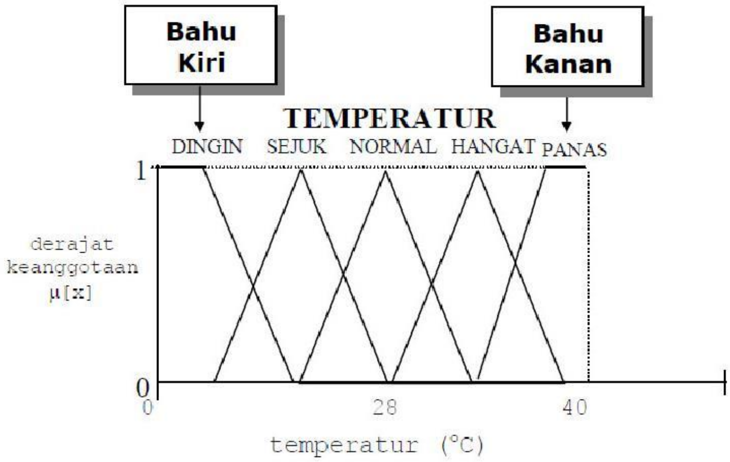
Gambar 2.6 Kurva Trapesium

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \; atau \; x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}; & c \leq x \leq d \end{cases} \quad \text{................................(2.20)}$$

d. Representasi Kurva Bentuk Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS). Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada padakondisi PANAS. Himpunan fuzzy „bahu", bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar 2.7 menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.

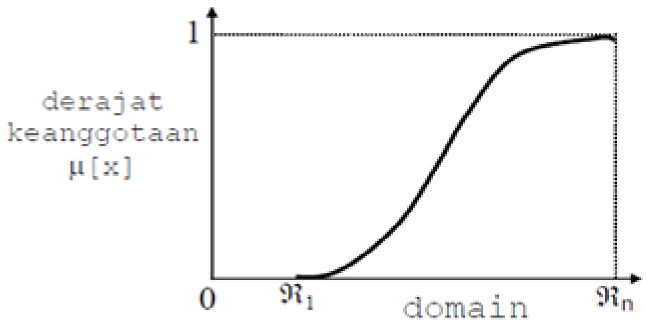


Gambar 2.7 Daerah bahu pada variabel TEMPERATUR

a. Representasi Kurva-S

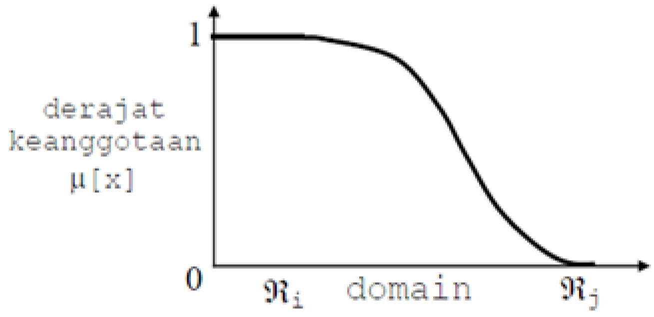
Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.

Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi (Gambar 2.8)



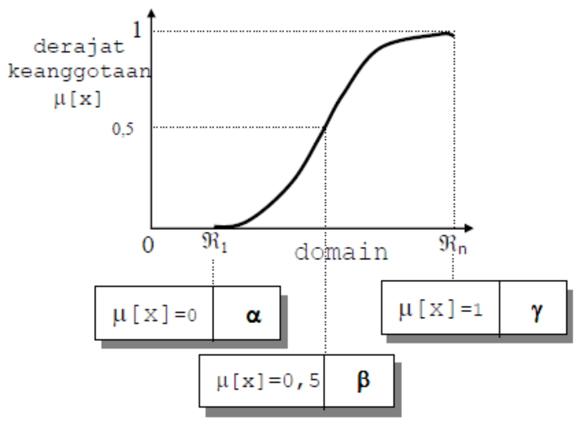
Gambar 2.8 Himpunan Fuzzy dengan Kurva-S;Pertumbuhan

Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) seperti telihat pada (Gambar 2.9)



Gambar 2.9 Himpunan fuzzy dengan Kurva-S;Penyusutan

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaannol (a), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan t it ik infleksi atau crossover (ß) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Gambar 2.10 menunjukkan karakteristik kurva-S dalam bentuk skema.



Gambar 2.10 Karakteristik fungsi Kurva-S

Fungsi keanggotaan pada kurva PERTUMBUHAN adalah:

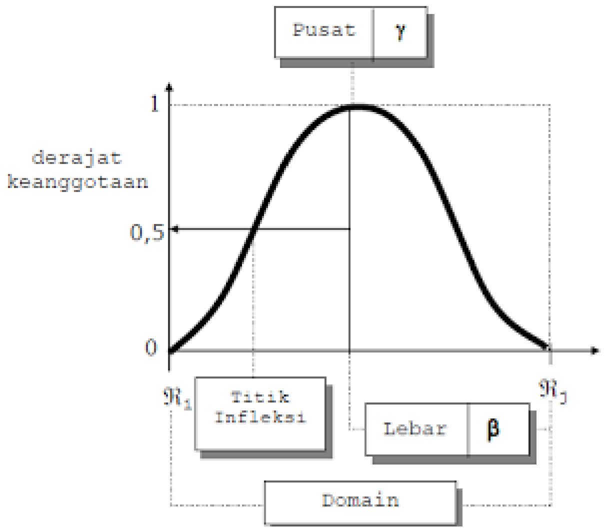
$$S(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow \quad x \leq \alpha \\ 2\left(\frac{(x-\alpha)}{(\gamma-\alpha)}\right)^2 & \rightarrow \quad \alpha \leq x \leq \beta \\ 1-2\left(\frac{(\gamma-x)}{(\gamma-\alpha)}\right)^2 & \rightarrow \quad \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow \quad x \geq \gamma \end{cases} \qquad \text{...............(2.21)}$$

f. Representasi Kurva Bentuk Lonceng (Bell Curve)

Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng. Kurva berbentuk lonceng ini terbagi atas 3 kelas, yaitu: himpunan fuzzy PI, beta, dan Gauss. Perbedaan ketiga kurva ini terletak pada gradiennya.

(i). Kurva PI

Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dan lebar kurva (ß) seperti terlihat pada Gambar 2.11. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



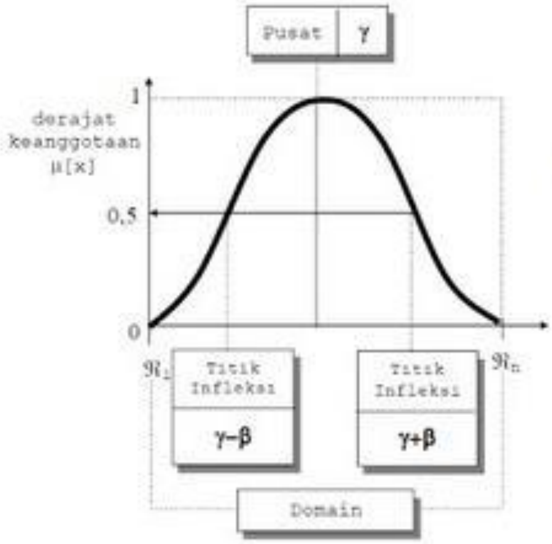
Gambar 2.11 Karakteristik Fungsional kurva π

Fungsi Keanggotaan:

$$\pi(x,\beta,\gamma)=\begin{cases} S\left(x;\gamma-\beta,\gamma-\frac{\beta}{2},\gamma\right) & \rightarrow \quad x\leq\gamma \\ 1-S\left(x;\gamma,\gamma+\frac{\beta}{2},\gamma+\beta\right) & \rightarrow \quad x>\gamma \end{cases} \quad \text{............(2.22)}$$

(ii). Kurva BETA

Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat. Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva (γ), dan setengah lebar kurva (ß) seperti terlihat pada Gambar 2.12. Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 2.12 Karakteristik Fungsional Kurva BETA

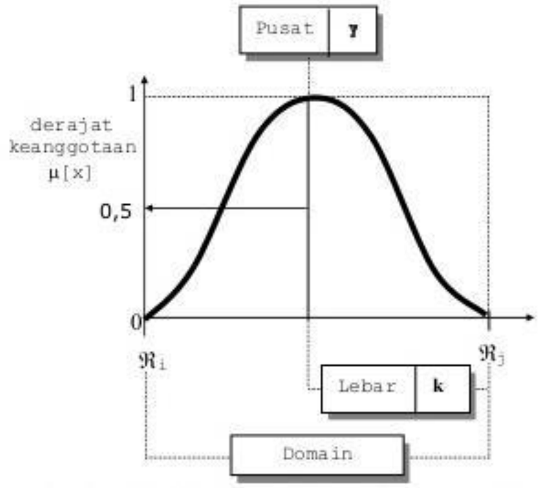
Fungsi Keanggotaan :

$$\beta(x; y, \beta) = \frac{1}{1 + (\frac{x - y}{\beta})^2} \qquad \text{...(2.23)}$$

Salah satu perbedaan mencolok kurva BETA dari kurva PI adalah, fungsi keanggotaannya akan mendekat i nol hanya jika nilai (ß) sangat besar.

(iii). Kurva GAUSS

Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (ß), kurva GAUSS juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) yang menunjukkan lebar kurva (Gambar 2.13). Nilai kurva untuk suatu nilai domain x diberikan sebagai:



Gambar 2.13 Karakteristik fungsional kurva GAUSS

Fungsi Keanggotaan :

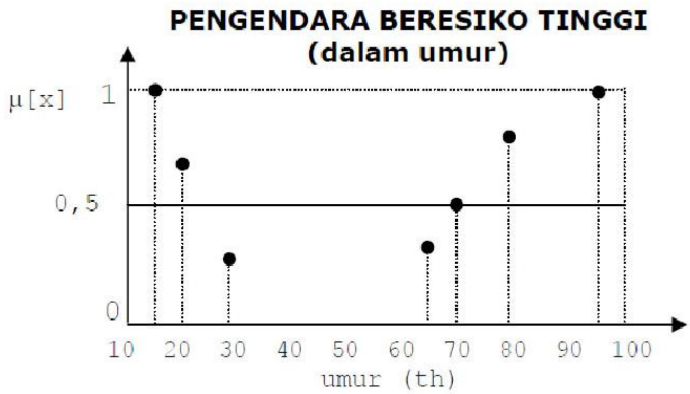
$$G(x;k,y) = e^{-k(y-x)^2} \text{ ....(2.24)}$$

g. Koordinat Keanggotaan

Himpunan fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaannya dalam bentuk:

Skalar (i) / Derajat (i)

'Skalar' adalah suatu nilai yang digambar dari domain himpunan fuzzy, sedangkan 'Derajat' skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan fuzzynya.

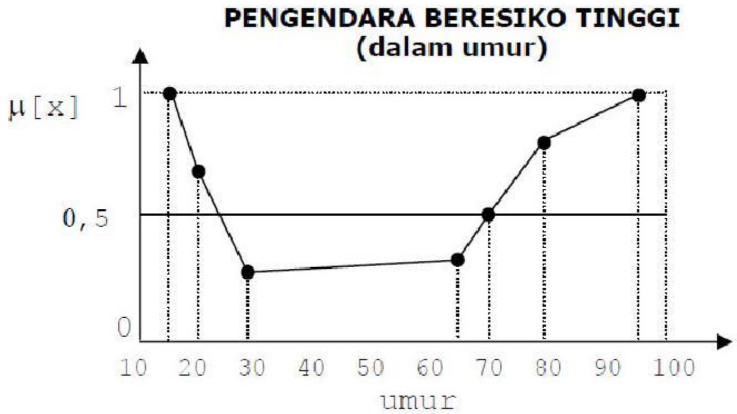


Gambar 2.14 Titik-titik koordinat menunjukan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

Gambar 2.14 merupakan contoh himpunan fuzzy yang diterapkan pada system asuransi yang akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usianya, akan berbentuk 'U'. Koordinatnya dapat digambarkan dengan 7 pasangan berurutan sebagai berikut:

16/1 21/.6 28/.3 68/.3 76/.5 80/.7 96/1

Gambar 2.14 memperlihatkan koordinat yang menspesifikasikan titik-titik sepanjang domain himpunan fuzzy. Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yang memiliki nilai kebenaran sama dengan 1. Apabila titik-titik tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linear untuk mendapatkan permukaan fuzzy-nya seperti terlihat pada Gambar 2.15.



Gambar 2.15 Kurva yang berhubungan dengan PENGENDARA BERESIKO TINGGI

2.5.3. Operasi aritmatika bilangan fuzzy menggunakan metode a-cut

Berikut merupakan beberapa operasi aritmatika bilangan fuzzy menggunakan a-cut (Dutta, Boruah, & Ali, 2011):

2.5.3.1 Pejumlahan Bilangan Fuzzy

Misalkan X = [a, b, c] dan Y = [p, q, r] adalah dua bilangan fuzzy yang fungsi keanggotaannya:

$$\mu_x(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b}, b \le x \le c \end{cases}$$

$$\mu_y(x) = \begin{cases} \dfrac{x-p}{q-p}, p \le x \le q \\ \dfrac{r-x}{r-q}, b \le x \le c \end{cases}$$

Kemudian ${}^{a}X = [(b-a)a + a, c-(c-b)a]$ dan ${}^{a}Y = [(q-p)a + p, r-(r-q)a]$ adalah potongan bilangan a-cuts dari masing-masing bilangan fuzzy X dan Y. Untuk menghitung penjumlahan dari bilangan fuzzy X dan Y pertama kita tambahkan a-cuts dari X dan Y menggunakan interval aritmatika.

$$
\begin{aligned}
{}^{a}X + {}^{a}Y &= \left[(b-a)a + a, c-(c-b)a\right] + \left[(q-p)a + p, r-(r-q)a\right] \\
&= [a + p + (b - a + q - p)a, c + r - (c - b + r - q)a] \qquad (2.25)
\end{aligned}
$$

Untuk menemukan fungsi keangotaan $\mu_{X+Y}(x)$ kita samakan antara komponen pertama dan kedua di atas yang memberi

$$x = a + p + (b - a + q - p)a \text{ dan } x = c + r - (c + r - b - q)a$$

Sekarang, ekspresikan a dalam hal x dan menyesuaikan a = 0 dan a = 1 pada (2.25) kita mendapat a bersama dengan domain dari x,

$$a = \frac{x-(a+p)}{(b+q)-(a+p)}, (a+p) \le x \le (b+q)$$

dan

$$a = \frac{(c+r)-x}{(c+r)-(b+q)}, (b+q) \le x \le (c+r)$$

Yang memberi

$$\mu_{x+y}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-(a+p)}{(b+q)-(a+p)}, (a+p) \le x \le (b+q) \\ \dfrac{(c+r)-x}{(c+r)-(b+q)}, (b+q) \le x \le (c+r) \end{cases}$$

2.5.3.2 Pengurangan Bilangan Fuzzy

Misalkan X = [a, b, c] dan Y = [p, q, r] adalah dua bilangan fuzzy. Kemudian ${}^{a}X = [(b-a)a + a, c-(c-b)a]$ dan ${}^{a}Y = [(q-p)a + p, r-(r-q)a]$ adalah potongan bilangan a-cuts dari masing-masing bilangan fuzzy X dan Y. Untuk menghitung pengurangan dari bilangan fuzzy X dan Y pertama kita kurangkan a-cuts dari X dan Y menggunakan interval aritmatika.

$$
\begin{aligned}
{}^{a}X - {}^{a}Y &= \left[(b-a)a + a, c-(c-b)a\right] + \left[(q-p)a + p, r-(r-q)a\right] \\
&= [(b-a)a + a - (r - r - q)a), c - (c-b)a - ((q-p)a + p)]
\end{aligned}
$$

$$=[(a-r)+(b-a+r-q)a,(c-p)-(c-b+q-p)a]....(2.26)$$

Untuk menemukan fungsi keangotaan $\mu_{X-Y}(x)$ kita samakan antara komponen pertama dan kedua di (2.26) yang memberi

$x=(a-r)+(b-a+r-q)a$ dan $x=(c-p)-(c-b+q-p)a$

Sekarang, ekspresikan a dalam hal x dan menyesuaikan a = 0 dan a = 1 pada (2.26) kita mendapat a bersama dengan domain dari x,

$$a=\frac{x-(a-r)}{(b-q)-(a-r)},(a-r)\le x\le(b-q)$$

Dan

$$a=\frac{(c-p)-x}{(c-p)-(b-q)},(b-q)\le x\le(c-p)$$

Yang memberi

$$\mu_{x-y}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-(a-r)}{(b-q)-(a-r)},(a-r)\le x\le(b-q)\\ \dfrac{(c-p)-x}{(c-p)-(b-q)},(b-q)\le x\le(c-p)\end{cases}$$

2.5.3.3 Perkalian Bilangan Fuzzy

Misalkan X = [a, b, c] dan Y = [p, q, r] adalah dua bilangan fuzzy. Kemudian ${}^{a}X=[(b-a)a+a,c-(c-b)a]$ dan ${}^{a}Y=[(q-p)a+p,r-(r-q)a]$ adalah potongan bilangan a-cuts dari masing-masing bilangan fuzzy X dan Y. Untuk menghitung pengalian dari bilangan fuzzy X dan Y pertama kita kalikan a-cuts dari X dan Y menggunakan interval aritmatika.

$${}^{a}X*{}^{a}Y=\left[(b-a)a+a,c-(c-b)a\right]*\left[(q-p)a+p,r-(r-q)a\right]$$

$$=[(b-a)a+a)*((q-p)a+p,c-(c-b)a*(r-(r-q)a]...(2.27)$$

Untuk menemukan fungsi keangotaan $\mu_{XY}(x)$ kita samakan antara komponen pertama dan kedua di (2.27) yang memberi

$x=(b-a)(q-p)a^2+((b-a)p+(q-p)a)a+ap$ dan

$x=(c-b)(r-q)a^2+((r-q)c+(c-b)r)a+cr$

Sekarang, ekspresikan a dalam hal x dan menyesuaikan a = 0 dan a = 1 pada (2.27) kita mendapat a bersama dengan domain dari x,

$$a = \frac{-((b-a)p+q-p)a)+\sqrt{((b-a)p+q-p)a)^2-4(b-a)(q-p)(ap-x)}}{2(b-a)-(q-p)}, ap \le x \le bq$$

Dan

$$a = \frac{-((r-q)c+(c-b)r)+\sqrt{((r-q)c+(c-b)r)^2-4(c-b)(r-q)(cr-x)}}{2(b-a)-(q-p)}, bq \le x \le cr$$

yang memberi

$$\mu_{xy}(x) = \begin{cases} \dfrac{-((b-a)p+q-p)a)+\sqrt{((b-a)p+q-p)a)^2-4(b-a)(q-p)(ap-x)}}{2(b-a)-(q-p)}, ap \le x \le bq \\ \dfrac{-((r-q)c+(c-b)r)+\sqrt{((r-q)c+(c-b)r)^2-4(c-b)(r-q)(cr-x)}}{2(b-a)-(q-p)}, bq \le x \le cr \end{cases}$$

2.5.3.4 Pembagian Bilangan Fuzzy

Misalkan X = [a, b, c] dan Y = [p, q, r] adalah dua bilangan fuzzy. Kemudian ${}^{a}X = [(b-a)a+a, c-(c-b)a]$ dan ${}^{a}Y = [(q-p)a+p, r-(r-q)a]$ adalah potongan bilangan a-cuts dari masing-masing bilangan fuzzy X dan Y. Untuk menghitung pembagian dari bilangan fuzzy X dan Y pertama kita bagikan a-cuts dari X dan Y menggunakan interval aritmatika.

$$\frac{{}^{a}X}{{}^{a}Y} = \frac{[(b-a)a+a, c-(c-b)a]}{[(q-p)a+p, r-(r-q)a]}$$

$$= \left[\frac{(b-a)a+a)}{(r-(r-q)a}, \frac{c-(c-b)a}{(q-p)a+p}\right] \quad (2.28)$$

Untuk menemukan fungsi keangotaan $\mu_{X/Y}(x)$ kita samakan antara komponen pertama dan kedua di (2.28) yang memberi:

$$x = \frac{(b-a)a+a)}{(r-(r-q)a} \text{ dan } x = \frac{c-(c-b)a}{(q-p)a+p}$$

Sekarang, ekspresikan a dalam hal x dan menyesuaikan a = 0 dan a = 1 pada (2.28) kita mendapat a bersama dengan domain dari x,

$$a = \frac{xr-a}{(b-a)-(q-r)x}, a/r \le x \le b/q$$

Dan

$$a=\frac{c-px}{(b-a)+(q-r)x}, a/r \le x \le b/q$$

Yang memberi

$$\mu_{x/y}(x)=\begin{Bmatrix} \dfrac{xr-a}{(b-a)-(q-r)x}, a/r \le x \le b/q \\ \dfrac{c-px}{(b-a)+(q-r)x}, a/r \le x \le b/q \end{Bmatrix}$$

2.5.3.5 Pengakaran Bilangan Fuzzy

Misalkan X = [a, b, c] dan Y = [p, q, r] adalah dua bilangan fuzzy. Kemudian ${}^{a}X[(b-a)a+a, c-(c-b)a]$ dan ${}^{a}Y=[(q-p)a+p, r-(r-q)a]$ adalah potongan bilangan a-cuts dari masing-masing bilangan fuzzy X dan Y. Untuk menghitung pengakaran dari bilangan fuzzy X dan Y pertama kita akarkan a-cuts dari X dan Y menggunakan interval aritmatika.

$$\sqrt{{}^{a}A}=\sqrt{[(b-a)a+a, c-(c-b)a]}$$

$$=\left[\sqrt{(b-a)a+a}, \sqrt{c-(c-b)a}\right] \text{....................................(2.29)}$$

Untuk menemukan fungsi keangotaan $\mu_{\sqrt{X}}(x)$ kita samakan antara komponen pertama dan kedua di (2.29) yang memberi:

$$x=\sqrt{(b-a)a+a} \text{ dan } x=\sqrt{c-(c-b)a}$$

Sekarang, ekspresikan a dalam hal x dan sesuaikan a = 0 dan a = 1 pada (2.28) kita mendapat a bersama dengan domain dari x,

$$a=\frac{x^2-a}{b-a}, \sqrt{a} \le x \le \sqrt{b}$$

Dan

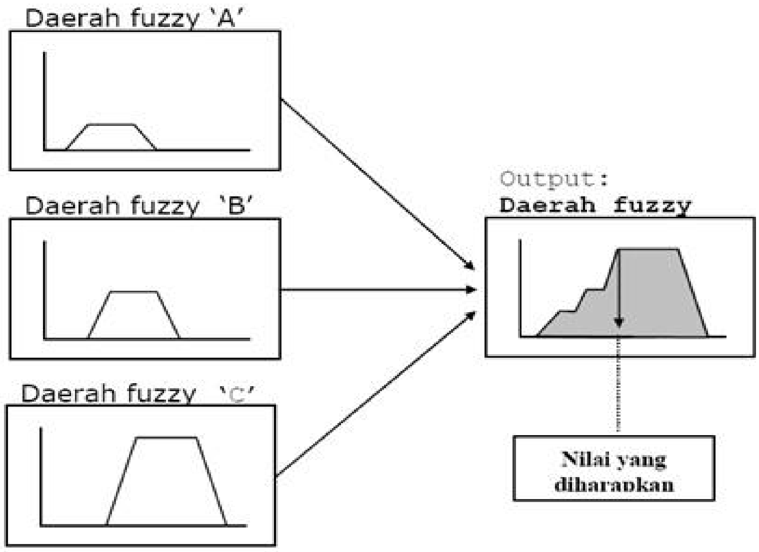
$$a=\frac{c-x^2}{c-b}, \sqrt{b} \le x \le \sqrt{c}$$

Yang memberi

$$\mu_{\sqrt{x}}(x)=\begin{Bmatrix} \dfrac{x^2-a}{b-a}, \sqrt{a} \le x \le \sqrt{b} \\ \dfrac{c-x^2}{c-b}, \sqrt{b} \le x \le \sqrt{c} \end{Bmatrix}$$

2.5.4 Penegasan (defuzzy)

Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan fuzzy tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan fuzzy dalam range tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai crsip tertentu sebagai output seperti terlihat pada Gambar 2.16 (Kusumadewi & Purnomo, 2004).



Gambar 2.16 Proses defuzzikasi

Ada beberapa metode defuzzifikasi pada komposisi aturan MAMDANI, antara lain:

1. *Metode Centroid (Composite Moment)*

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (z*) daerah fuzzy. Secara umum dirumuskan:

$$z^* = \frac{\int_Z z\mu(z)dz}{\int_Z z\mu(z)dz} \quad \text{.......}(2.30)$$

Untuk variabel kontinu,atau

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} zj\mu(zj)}{\sum_{j=1}^{n} zj\mu(zj)} \quad \text{.......}(2.31)$$

2. *Metode Bisektor*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan separo dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy. Secara umum dituliskan:

$$Zp \text{ sedemikian sehingga } \int_{R1}^{P} \mu(z)dz = \int_{P}^{Rn} \mu(z)dz \text{ ....(2.32)}$$

3. *Metode Mean of Maximum* (MOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

4. *Metode Largest of Maximum* (LOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

5. *Metode Smallest of Maximum* (SOM)

Pada metode ini, solusi crisp diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

2.6. *Fuzzy Economic Order Quantity* (EOQ)

Menurut Tersine (Tersine, 1994) untuk menentukan ukuran pemesanan yang ekonomis diperlukan data tentang permintaan, biaya persediaan dan lead time. Dengan asumsi bahwa ketiga variabel tersebut diketahui atau dapat dihitung dengan pasti. Pada kenyataannya asumsi untuk ketiga variabel tersebut sangat jarang sekali terjadi. Ketidakpastian yang melingkupi variabel tersebut dapat disebabkan karena ketidakadaan informasi atau kurangnya informasi sehingga dapat menimbulkan ketidakjelasan, samar, atau informasi yang didapat bermakna ganda atau mungkin informasinya berupa linguistic (Zimmerman dalam Dahdah, 2009). Seperti jika ingin ditentukan permintaan produk baru atau jika perusahaan tidak mempunyai data yang cukup untuk menentukan variable tersebut. Untuk mengatasi ketidapastian variabel yang mempunyai pola tersebut digunakan angka fuzzy untuk membantu mengatasi permasalahan tersebut sehingga memunculkan model fuzzy untuk penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis atau yang dikenal dengan *Fuzzy Ecnomic Order Quantity* (Dahdah, 2009).

Dalam keadaan data permintaan tidak diketahui dengan pasti atau bersifat estimasi subjektif, perumusan penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis dapat dimodelkan dengan Fuzzy (Dahdah, 2009).

Ada beberapa definisi Fuzzy untuk membentuk Fuzzy EOQ (Dahdah, 2009).

Definisi 1.

Sebuah himpunan fuzzy $\grave{r}$ didefinisikan sebagai fungsi keanggotaan dari $\mu\grave{r}(r)$ yang mana memetakan masing-masing dan setiap elemen dari *R* ke rentang antara 0 sampai 1, atau dapat dituliskan dengan $\mu\grave{r}(r) \rightarrow [0, 1]$

Dimana *R* adalah himpunan universal.

Diartikan secara sederhana, Himpunan fuzzy adalah himpunan yang tidak mempunyai batasan secara tegas. Disisi yang lain, Sebuah himpunan fuzzy adalah himpunan yang memiliki elemen dengan karakteristik seperti pada fungsi keanggaotaan diatas.

Definisi 2.

Bilangan Fuzzy $\grave{r}$ adalah sebuah himpunan fuzzy yang didefinisikan dalam *R* yang mempunyai tingkat keanggotaan $\mu\grave{r}(r)$, dimana $r \in R$ dengan asumsi:

a. *Convex*

b. *Normalized fuzzy set*

c. *Piecewise Continuous*

Definisi 3.

Misalkan *r* adalah bilangan fuzzy, *a-cut* dari *r* dinotasikan dengan *ra* adalah himpunan bilangan nyata yang mana fungsi keanggotaan *r* tidak lebih kecil dari *a*. Dapat dituliskan dalam bentuk

$$\tilde{r}a = \{ r \mathrm{I} \mu\tilde{r}(r) \geq a, r \in R \} \text{ ....(2.33)}$$

Definisi 4.

Support dari satu himpunan fuzzy adalah sebuah himpunan bagian bilangan crisp (tegas) dari himpunan dasar *R*. Dapat dituliskan dalam bentuk

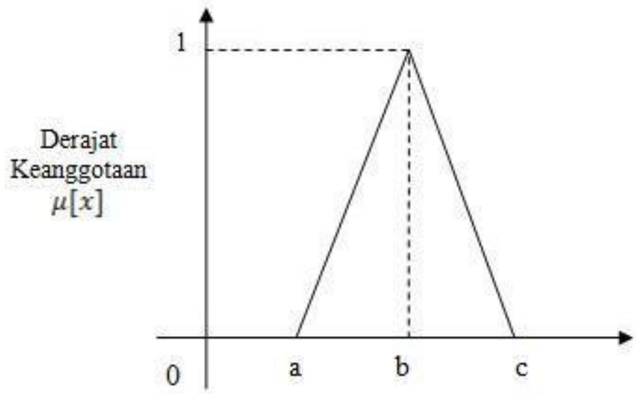
$$Supp(\tilde{r}) = \{ r \mathrm{I} \mu\tilde{r}(r) \geq 0, r \in R \} \text{ ....(2.34)}$$

Definisi 5.

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan nilai data input (domain) ke nilai keanggotaannya dengan cara mendakati dengan suatu bentuk fungsi. Salah satu fungsi keanggotaan (kurva) adalah triangular/segitiga (tria gular fuzzy number). Bentuk kurva ini seperti pada gambar, dimana *r* ditujukan dengan (a, b, c), dimana a≤b≤c dan fungsi keanggotaan didefinisikan sebagi berikut:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \; atau \; x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}; & b \leq x \leq c \end{cases} \quad \text{...(2.35)}$$

Dimana, a, b, c ∈ *R*



Gambar 2.17 Kurva Segitiga

Keterangan:

a = nilai domain terkecil yang mempunyai derajat keanggotaan nol

b = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

c = nilai domain terbesar yang mempunyai derajat keanggotaan nol

r = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan fuzzy

Definisi 6.

Dengan menggunakan konsep definisi 3, apabila diberikan koefisien confidence bilangan fuzzy segitiga akan didefinisikan sebagai himpunan dengan interval tertutup. Interval tersebut adalah

$$\tilde{r}a = (\tilde{r}_{a-L}; \tilde{r}_{a-U}) = \{a + a(b-a); c - a(c-b)\} \forall a \in [0,1] \text{.................................(2.36)}$$

Definisi 7.

Proses penegasan (de-fuzzifikasi) keluaran dari suatu aturan-aturan fuzzy merupakan domain himpunan fuzzy yang harus dapat dirubah menjadi bilangan tegas (crisp). Ada beberapa metode yang digunakan untuk proses defuzzifikasi salah satu yang didigunakan pada metode ini adalah metode pusat gravitasi (*centre of gravity*) atau *centroid* yang meruapakan metode yang paling terkenal dan efisien (Sinha dan Sarmah). r diubah menjadi bilangan tegas dengan rumusan

$$r = Defuzzikasi, \tilde{r} = \frac{\int_R r.\mu_r(r)dr}{\int_R \mu_{\tilde{r}}(r)dr} \text{ .... } (2.37)$$

Dalam kaitan dengan penggunaan fuzzy pada penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis, dengan variabel permintaan yang bersifat deterministik akan diubah menjadi fuzzy permintaan maka akan mengakibatkan berubahnya bentuk ukuran pemesanan yang ekonomis menjadi fuzzy ukuran pemesanan yang ekonomis $Q*$. Rumusan akan berubah menjadi (Dahdah, 2009).

$$\tilde{Q}* = \sqrt{\frac{2.c.D}{h}} \text{ .... } (2.38)$$

Dimana D adalah bilangan fuzzy permintaan dengan fungsi keanggotaanmerepresentasikan kurva segitiga (*triangular*). Sebuah bilangan fuzzy $\tilde{D}$ didefinikan dengan support $[D_i; D_U]$ dengan titik D_m merupakan maksimal derajat keanggotaan. Dimana $\tilde{D} = [D_i; D_m; D_U]$ dan $D_i; D_m; D_U \in R$, dimana

D_i adalah batas bawah permintaan, Dm adalah nilai tengah permintaan dan D_U adalah batas pemintaan. Derajat keanggotaan D_i dan D_U adalah 0 dan derajat keanggotaan Dm mencapai angka 1.

Begitu halnya dengan biaya persediaan yang akan berubah menjadi

$$T\tilde{I}C = h.\frac{Q}{2} + c.\frac{\tilde{D}}{Q} \text{ .... } (2.39)$$

Jika ukuran pemesanan yang optimal tidak diikutkan dalam perhitungan maka didapat rumus;

$$T\tilde{I}C = \sqrt{2.h.c.\tilde{D}} \text{ .... } (2.40)$$

2.7 Penelitian Terdahulu

Penelitian tugas akhir yang dilakukan merupakan aplikasi pengembangan dari penelitian sebelumnya dengan menggabungkan aspek permasalahan yang baru. Referensi penelitian yang dilakukan oleh Ayu Tri Septadianti, dkk (2013) dengan judul "Sistem Pengendalian Persediaan Dengan Permintaan Dan Pasokan Tidak Pasti". Menyatakan bahwa dalam sistem pengendalian persediaan, permintaan maupun pasokan yang tidak pasti merupakan salah satu fenomena nyata yang pasti terjadi. Hal ini tentu saja dapat mengganggu proses produksi dan mengakibatkan kerugian pada perusahaan. Model *Economic Order Quantity Back Order* atau *EOQ Back Order* hanya digunakan untuk mengatasi permintaan yang tidak pasti dengan adanya kemungkinan terjadinya kehabisan persediaan (stockout) sehingga diper-lukan persediaan cadangan. Model *EOQ Back Order* tidak memperhitungkan ketersediaan pasokan bahan baku, dimana kondisi tersebut pasti akan sering dialami oleh sebuah perusahaan manufaktur. Model pengendalian persediaan Fuzzy (*Fuzzy Inventory Control*) dapat digunakan dalam sistem persediaan dengan kondisi per-mintaan dan pasokan tidak pasti yang bertujuan untuk mendapatkan jumlah pemesanan yang optimal dan titik pemesanan ulang sehingga biaya total persediaan minimum. Studi kasus yang dilakukan pada PT.XYZ, model pengendalian persedi-aan fuzzy mampu menghasilkan biaya total persediaan paling minimum diantara model EOQ dan model kebijakan yang digunakan oleh perusahaan.

Andian Dwi Nuritasari, dkk (2014) dengan judul "Perencanaan Pengen-dalian Persediaan Bahan Baku Pupuk NPK Dengan Menggunakan Model *Economic Order Quantity* ". Penelitian tersebut bertujuan untuk mengoptimalkan jumlah pemesanan bahan baku dengan menggunakan model inventori probabilistik dengan kendala kapasitas gudang bahan baku sehingga persediaan akan bahan baku dapat terpenuhi. Model inventori probabilistik merupakan solusi dari permasalahan pengendalian inventori yang digunakan untuk menetapkan jumlah pemesanan op-timal, jumlah *reorder point* dan *safety stock* untuk bahan baku pupuk

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Hepi Dwi Efendi (2015) dengan judul "Perencanaan Persediaan Multi-Item Packaging Material dengan Kendala Keterbatasan Kapasitas Penyimpanan Menggunakan Metode *Multi Item Fuzzy Eco-*

nomic Order Quantity”. Menyatakan bahwa dalam manajemen persediaan, permintaan yang tidak pasti merupakan salah satu fenomena nyata yang pasti akan terjadi. Hal ini tentu saja dapat menggangu proses produksi dan mengakibatkan kerugian pada perusahaan. *Muliti item EOQ With Storage Limitation* adalah model persediaan dengan jumlah item lebih dari satu (n>1), dengan permintaan bersifat tidak pasti dan tidak memakai teori probabilistik maka ukuran pemesanan yang ekonomis diselesaikan dengan menggunakan aturan aritmatika fuzzy, sehinggga menjadi *Muliti item Fuzzy EOQ With Storage Limitation.* Dimana hasil pemesanan tersebut tidak sampai melebihi kapasitas gudang dan menghasilkan biaya persediaan yang paling kecil jika dibandingkan dengan sistem persediaan perusahaan.