

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Matematika

a. Pengertian Matematika

Matematika merupakan ilmu yang berkaitan dengan bilangan dan mempelajari tentang struktur yang abstrak serta pola hubungan yang ada di dalamnya (Utaminingsih, 2017). Sedangkan matematika, menurut (Jujun, 2005) adalah serangkaian makna bahasa yang melambangkan pernyataan yang kita sampaikan, lambang dari matematika bersifat artifisialis, mempunyai arti jika diberikan sebuah makna kepadanya.

Mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik mempunyai kemampuan berikut: (1) memahami, menjelaskan, dan mengaplikasikan keterkaitan antar konsep dalam pemecahan masalah secara akurat, luwes, dan tepat, (2) melakukan manipulasi matematika untuk menyusun bukti, generalisasi, serta gagasan matematika menggunakan penalaran pada pola dan sifat, (3) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang serta menyelesaikan model matematika, dan menafsirkan solusi yang diperoleh, (4) mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, (5) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan seperti rasa ingin tahu, perhatian, dan minat untuk mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah (BNSP, 2006).

Matematika merupakan suatu cabang ilmu pengetahuan eksak yang terorganisir secara sistematis dalam suatu sistem, dengan

struktur yang logis disertai dengan aturan yang ketat untuk mengenal fakta kuantitatif serta permasalahan ruang dan bentuk beserta kalkulasinya (Suharjo, 2013). Matematika menurut (Hariwijaya, 2008) didefinisikan sebagai ilmu yang mempelajari pola dari struktur, perubahan, dan ruang. Maka secara informal, dapat pula disebut sebagai ilmu tentang bilangan dan angka.

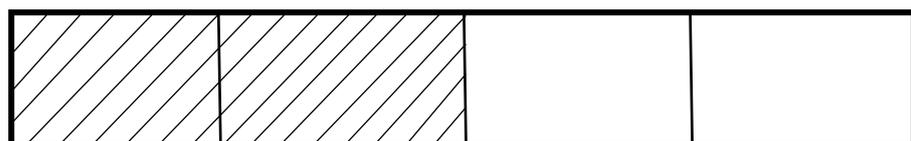
Merujuk pada pengertian di atas dapat disimpulkan matematika adalah ilmu pengetahuan eksak yang terstruktur dan abstrak, serta mengenal fakta kuantitatif dan keruangan beserta kalkulasinya.

b. Karakteristik Matematika

Matematika merupakan mata pelajaran yang diajarkan mulai dari pendidikan dasar sampai menengah. Menurut (Suharjo, 2013) karakteristik matematika adalah sebagai berikut: (1) memiliki obyek kajian yang abstrak meliputi fakta, konsep, operasi atau relasi, dan prinsip, (2) bertumpu pada kesepakatan meliputi aksioma atau postulat dan konsep primitif, (3) berpola pikir deduktif yang berpangkal dari hal umum yang diterapkan ke hal yang khusus, (4) memiliki simbol yang kosong makna sebagai keunggulan matematika, (5) memperhatikan kejelasan lingkup pembicaraan menentukan benar salahnya penyelesaian suatu operasi matematika, dan (6) konsisten dalam sistemnya seperti sistem bilangan, sistem aljabar, dan sistem geometri.

2. Tinjauan Materi Pecahan

Pecahan bisa diartikan sebagai bagian dari sesuatu yang utuh. Jika diilustrasikan dalam bentuk gambar, bagian yang dimaksud adalah bagian yang diperhatikan dan ditandai dengan arsiran.



Gambar 2.1 Pecahan

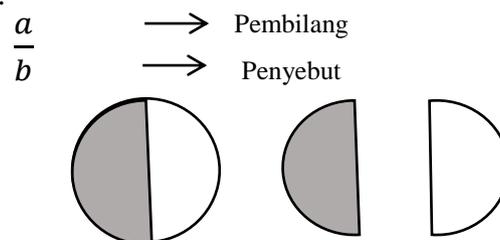
Bagian yang diarsir itulah yang dinamakan pembilang, sedangkan bagian yang utuh dianggap sebagai satuan dan dinamakan penyebut (Heruman, 2014). Dalam kajian materi pecahan di kelas IV Sekolah Dasar adalah sebagai berikut:

a. Pengertian Pecahan

Pecahan yaitu bagian dari yang utuh. Jika sebuah benda dibagi dua bagian sama besar, maka nilai setiap bagian adalah setengah dari utuh.

Pecahan biasa adalah bilangan yang dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dimana a disebut pembilang dan b disebut penyebut, bilangan penyebut tidak boleh bernilai 0 (nol). Pembilang terdiri dari bilangan bulat (0,1,2,3...) dan penyebut terdiri dari bilangan asli (1,2,3...).

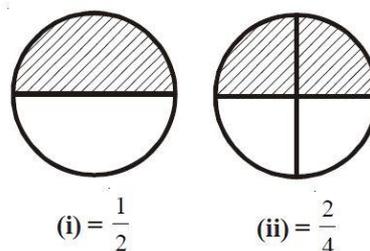
Contoh:



Gambar 2.2 Ilustrasi Pecahan

b. Pecahan Senilai

Pecahan senilai adalah pecahan yang dituliskan dalam bentuk berbeda, tetapi mempunyai nilai yang sama.



Gambar 2.3 Pecahan Senilai

Gambar pertama sama besar atau senilai dengan gambar kedua.

Pecahan senilai juga dapat ditentukan dengan menggunakan gambar seperti diagram bilangan di bawah ini.

Pecahan senilai bisa ditentukan dengan cara mengalikan dan membagi bilangan yang sama pada pembilang dan penyebutnya.

Cara 1: Pembilang dan penyebut dikalikan dengan bilangan yang sama

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \times 2}{8 \times 2} = \frac{4}{16}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{2 \times 3}{8 \times 3} = \frac{6}{24}$$

Cara 2: Pembilang dan penyebut dibagi dengan bilangan yang sama

$$\frac{8}{16} = \frac{8:2}{16:2} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{8}{16} = \frac{8:4}{16:4} = \frac{2}{4}$$

c. Menyederhanakan, Membandingkan, dan Mengurutkan Pecahan

1) Menyederhanakan Pecahan

Menyederhanakan pecahan yaitu mengubah bentuk pecahan yang tekecil. Cara menyederhanakan pecahan yaitu membagi pembilang dan penyebut dengan bilangan yang sama hingga tidak bisa dibagi.

Contoh: $\frac{12}{18} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9}$, $\frac{6}{9}$ masih bisa dibagi lagi

$$\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \text{ sudah tidak bisa dibagi lagi}$$

Jadi, bentuk pecahan paling sederhana dari $\frac{12}{18}$ adalah $\frac{2}{3}$

2) Membandingkan Pecahan

Cara untuk membandingkan dua pecahan yang berbeda penyebut adalah dengan perkalian silang.

Contoh: Bandingkan pecahan $\frac{3}{4}$ dan $\frac{4}{6}$!

Karena $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$, maka $\frac{3}{4} > \frac{4}{6}$

3) Mengurutkan Pecahan

Pecahan bisa diurutkan dari yang terkecil atau yang terbesar. Mengurutkan bisa dilakukan setelah membandingkan pecahan.

Contoh: Urutkan $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$ dari yang terbesar!

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \rightarrow \frac{10}{12} > \frac{8}{12} > \frac{7}{12}$$

Jadi, urutan pecahan $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$ dari yang terbesar adalah $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}$

d. Bentuk-Bentuk Pecahan

1) Pecahan Biasa

Bilangan pecahan yang hanya terdiri dari pembilang dan penyebut dinamakan pecahan biasa. Pecahan memiliki dua jenis, yaitu pecahan murni dan pecahan tidak murni.

- Pecahan murni yaitu pecahan yang pembilangnya lebih kecil dari penyebutnya. Contoh: $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{2}{3}$
- Pecahan tidak murni yaitu pecahan yang pembilangnya lebih besar dari penyebutnya. Contoh: $\frac{7}{3}, \frac{11}{8}, \frac{7}{5}, \frac{9}{3}$

2) Pecahan Campuran

Pecahan campuran adalah pecahan yang terdiri dari bilangan bulat dan bilangan pecahan. Jika pembilang pecahan lebih besar dari penyebutnya, maka pecahan tersebut bisa diubah menjadi pecahan campuran. Pecahan campuran bisa didapat dari pecahan biasa dengan membagi pembilang dengan penyebutnya.

Contoh:

$\frac{9}{4}$ sama artinya $9 : 4 = 2$ sisa 1

Jadi, pecahan $\frac{9}{4}$ dapat ditulis $2\frac{1}{4}$.

Yaitu 2 adalah hasil bagi dan 1 adalah sisa bagi.

3) Pecahan Desimal

Pecahan desimal adalah pecahan yang diperoleh dari hasil pembagian suatu bilangan dengan bilangan pecahan pesepuluhan, peseratusan, perseribuan, dan seterusnya.

Contoh:

$\frac{4}{10} = 0,4$ disamping adalah bentuk pecahan desimal dengan 1 angka di belakang koma. Angka 4 berada pada tempat persepuluhan.

Bilangan 0,4 dibaca nol koma empat atau 4 per sepuluh.

4) Pecahan Bentuk Persen

Persen adalah bentuk lain dari pecahan berpenyebut seratus.

Contoh: 20% artinya $\frac{20}{100}$

20% artinya $\frac{20}{100}$ atau $\frac{1}{5}$

e. Mengubah Bentuk Pecahan

Pecahan dapat diubah bentuknya dari bentuk pecahan yang satu ke bentuk pecahan yang lain.

1) Mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran

Cara mengubah $\frac{11}{3}$ menjadi pecahan campuran

11 dibagi 3 hasilnya 3. Sisanya 2 dari 3

$$\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3} = 3 \frac{2}{3}$$

2) Mengubah pecahan campuran ke pecahan biasa

Cara mengubah $4 \frac{1}{3}$ menjadi pecahan biasa

$$4 \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{4}{1} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

3) Mengubah pecahan biasa ke desimal

$\frac{34}{10} = \dots$ 34 dibagi 10 hasilnya 3. Sisa 4 dari 10

$3 \frac{4}{10}$ jadi $\frac{34}{10}$ ditulis dalam bentuk desimal 3,4

4) Mengubah desimal ke pecahan biasa

Cara mengubah desimal ke pecahan biasa, kalikan dengan pembilang dan penyebut pada bilangan yang dibagi 1 dengan perpangkatan 10.

$$0,26 = \frac{26}{1} = \frac{0,26 \times 100}{1 \times 100} = \frac{26}{100}$$

5) Mengubah pecahan biasa ke persen

Mengubah pecahan biasa menjadi persen berarti mengubahnya menjadi per seratus. Caranya kalikan penyebut dengan bilangan sehingga hasilnya 100, kalikan pembilang dengan bilangan yang sama. Contoh: $\frac{5}{25} = \frac{5}{25} = \frac{5 \times 4}{25 \times 4} = \frac{20}{100} = 20\%$

Penyebut pecahan tersebut adalah 25, agar penyebutnya menjadi 100, maka harus dikalikan dengan 4. Karena penyebutnya dikalikan 4, maka pembilangnya dikalikan 4 juga.

6) Mengubah persen ke pecahan biasa

Mengubah persen menjadi pecahan biasa berarti mengubahnya menjadi pecahan berpenyebut 100. Caranya sederhanakan pecahan berpenyebut 100 tersebut menjadi bentuk yang paling sederhana.

Contoh: $50\% = \dots$ dijadikan sebagai pecahan berpenyebut 100

$$50\% = \frac{50:50}{100:50} = \frac{1}{2}$$

f. Pembulatan dan Penaksiran

1) Pembulatan

Caranya perhatikan angka pada persepuluhan, jika angka tersebut lebih dari atau sama dengan 5, maka bulatkan ke atas. Jika angka tersebut kurang dari 5, maka bulatkan ke bawah.

- Pembulatan bilangan ke satuan terdekat
7,8 dibulatkan menjadi 8 karena satuan lebih dari 5
- Pembulatan bilangan ke puluhan terdekat
23 dibulatkan menjadi 20 karena satuan kurang dari 5
- Pembulatan bilangan ke ratusan terdekat
192 dibulatkan menjadi 200 karena satuan lebih dari 50

2) Penaksiran

Penaksiran artinya memperkirakan. Penaksiran hasil operasi hitung dilakukan untuk mempermudah menghitung hasilnya.

- Penaksiran hasil operasi hitung pecahan biasa dan campuran

$$3\frac{2}{15} + 4\frac{9}{11} \text{ kira-kira } \dots$$

$3\frac{2}{15}$ lebih dekat dengan 3, $4\frac{9}{11}$ lebih dekat dengan 5 jumlahkan kedua hasil pembulatan.

$$3\frac{2}{15} + 4\frac{9}{11} \text{ kira-kira } 3+5=8$$

- Penaksiran hasil operasi hitung pecahan desimal

$$8,3 - 5,8 \text{ kira-kira } \dots$$

$$8,3 - 5,8 \text{ kira-kira } 8 + 6 = 14$$

- Penaksiran hasil operasi hitung persen

Penaksiran hasil operasi hitung persen bisa menggunakan bilangan persen acuan. Bilangan persen acuan tersebut adalah 0%, 25%, 50%, 75%, dan 100%.

Contoh: Taksirlah nilai 72% dari 10.000!

Nilai 72% mendekati 75% atau $\frac{3}{4}$.

75% atau $\frac{3}{4}$ dari 10.000 adalah 7.500

Jadi, 72% dari 10.000 mendekati 7.500

3. Modul Ajar

a. Pengertian Modul Ajar

Modul menurut (Daryanto, 2013) merupakan salah satu bahan ajar yang memuat seperangkat pengalaman belajar dengan terencana dan didesain secara utuh untuk membantu peserta didik menguasai materi belajar dan evaluasi.

Menurut (Prastowo, 2013) modul yaitu bahan ajar yang disusun secara sistematis menggunakan bahasa yang mudah dipahami peserta didik, agar bisa belajar mandiri dengan bimbingan atau bantuan minimal dari guru. Modul yaitu sebuah buku yang memiliki tujuan agar peserta didik dapat belajar sendiri tanpa atau dengan pendamping pembelajar. Pembelajaran dengan modul memungkinkan peserta didik yang memiliki kecepatan tinggi dengan alam belajar akan lebih cepat menguasai kompetensi dasar (Sumantri, 2015).

Modul menurut (Fatikhah, 2015) modul adalah bentuk dari bahan ajar cetak yang dimanfaatkan untuk membantu pendidik dan peserta didik dalam proses pembelajaran. Modul mencakup beberapa komponen yang perlu diperhatikan, yaitu: (1) tujuan pembelajaran, (2) materi yang sesuai dengan kompetensi dasar, (3) latihan soal, dan (4) evaluasi.

Secara umum modul adalah salah satu bahan ajar yang tersusun secara sistematis menggunakan bahasa yang komunikatif meliputi (1) isi materi, (2) metode, dan (3) evaluasi yang bisa digunakan secara mandiri dengan bimbingan minimal dari guru.

b. Karakteristik Modul Ajar

Pengembangan modul harus memperhatikan karakteristik modul sesuai dengan pedoman penilaian modul sebagai berikut.

- 1) *Self Instructional*, diartikan supaya peserta didik bisa belajar mandiri dengan modul yang akan dikembangkan.
- 2) *Self Contained*, seluruh materi pelajaran dari satu kompetensi yang dipelajari terdapat dalam satu modul.
- 3) *Stand Alone*, tidak bergantung pada bahan ajar lain atau digunakan secara bersamaan dengan bahan ajar lain.

- 4) *Adaptive*, bersifat fleksibel menyesuaikan perkembangan teknologi, komunikasi serta ilmu pengetahuan.
- 5) *User Friendly*, bersifat membantu, bersahabat, dan memberi kemudahan bagi penggunanya (Widodo, 2008).

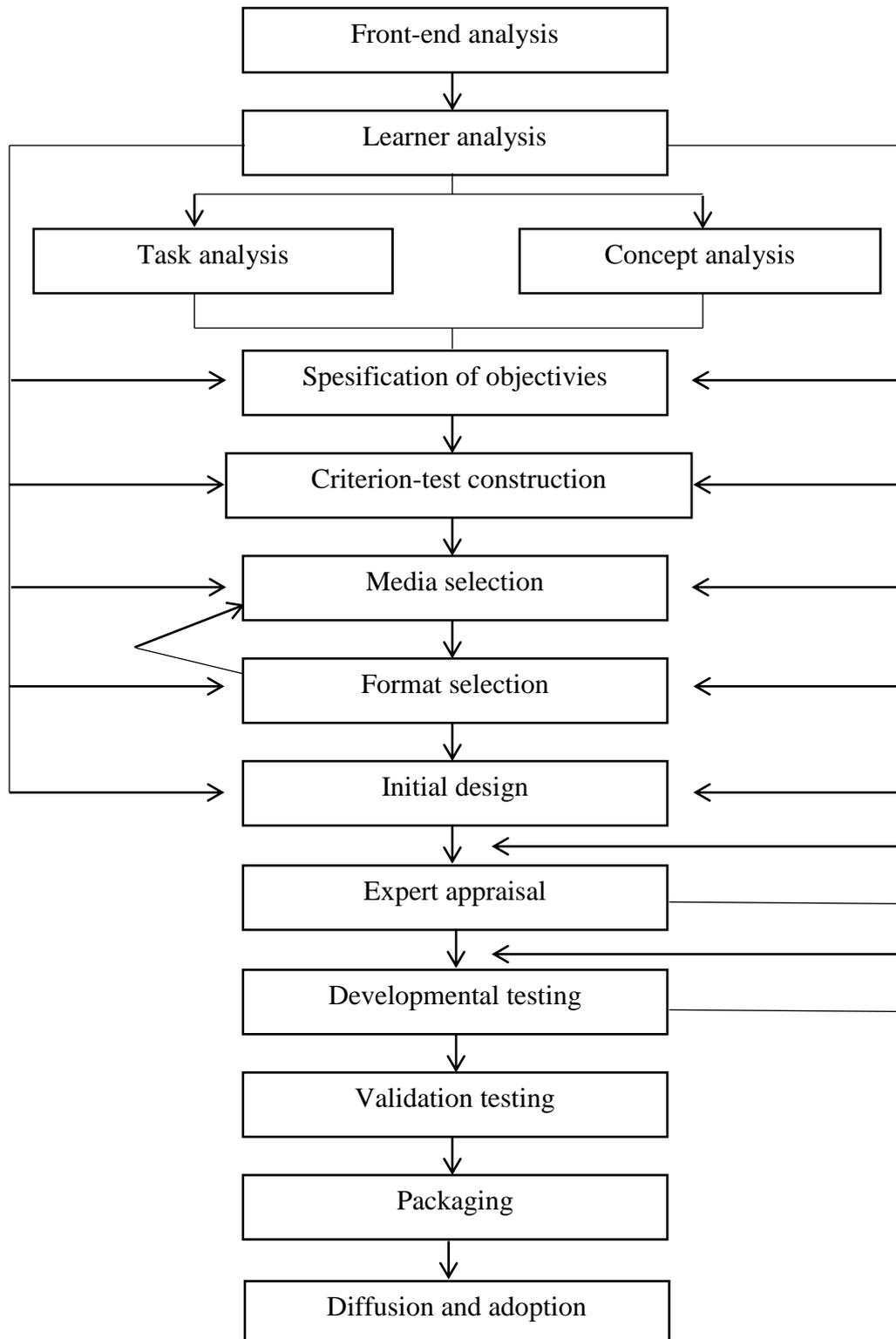
c. Prosedur Pengembangan Modul Ajar

Pengembangan modul ajar pada dasarnya menggunakan prosedur riset yang secara umum langkahnya adalah sebagai berikut.

- 1) Identifikasi masalah pembelajaran di kelas melalui review literature, buku ajar, observasi kelas, dan telaah dokumen.
- 2) Analisis kurikulum dengan analisis standar kompetensi, dan kompetensi dasar, indikator dan rumusan tujuan pembelajaran.
- 3) Menyusun draft modul ajar berdasarkan teoritik, validasi ahli, dan menggunakan instrumen validasi.
- 4) Revisi draft modul ajar berdasarkan validasi ahli sehingga hasilnya lebih baik dan sesuai dengan teori (Akbar, 2015).

4. Model Pengembangan

Model pengembangan ini menggunakan model 4-D yang dikembangkan (Thiagarajan, 1974). Model ini terdiri dari empat tahap pengembangan, yaitu *define*, *design*, *develop*, dan *disseminate*.. Berikut adalah bagan pengembangan perangkat pembelajaran yang dikembangkan oleh (Thiagarajan, 1974).



Gambar 2.4 Model Pengembangan Perangkat Pembelajaran 4-D
(Thiagarajan, 1974)

Berdasarkan bagan yang dikembangkan (Thiagarajan, 1974) dalam bukunya, (Trianto, 2015) mendefinisikan bahwa bagan tersebut terdiri dari

a. Tahap Pendefinisian (define)

Tujuan tahap ini adalah menetapkan dan mendefinisikan syarat-syarat pembelajaran. Dalam menentukan dan menetapkan syarat pembelajaran diawali dengan analisis tujuan dari batasan materi yang dikembangkan. Tahap ini meliputi lima langkah pokok, yaitu analisis ujung depan, analisis siswa, analisis tugas, analisis konsep, dan perumusan tujuan pembelajaran (Trianto, 2015).

b. Tahap Perancangan (design)

Tahap ini merupakan tahap untuk mempersiapkan perangkat pembelajaran yang terdiri dari empat langkah yaitu: (1) penyusunan tes acuan, (2) pemilihan bahan ajar yang sesuai dengan tujuan, dan (3) pemilihan format, pemilihan format dilakukan dengan mengkaji format bahan ajar yang sudah ada (Kurniawan, 2013).

c. Tahap Pengembangan (develop)

Tujuan tahap ini adalah untuk menghasilkan bahan ajar yang sudah direvisi dari hasil uji validitas berdasarkan masukan dari para pakar. Tahap ini meliputi: (1) validasi perangkat oleh para pakar yang ahli di bidangnya, (2) revisi bahan ajar yang dikembangkan, dilakukan setelah melalui tahap validasi dan (3) uji coba dilakukan terbatas dengan siswa yang sesungguhnya (Trianto, 2015).

d. Tahap Penyebarluasan (disseminate)

Tahap ini merupakan tahap akhir pengembangan produk, produk yang sudah direvisi pada tahap pengembangan kemudian diimplementasikan. Menurut (Trianto, 2015) penggunaan dan pendistribusian perangkat yang telah dikembangkan pada skala yang lebih luas. Tujuan tahap penyebarluasan ini adalah untuk menguji kelayakan, kepraktisan, serta keefektivitasan penggunaan perangkat dalam kegiatan belajar mengajar di kelas.

B. Penelitian yang Relevan

Penelitian terdahulu yang relevan dengan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Penelitian yang dilakukan (Hasmoro, 2014) tentang "*Pengembangan Bahan Ajar Materi Pecahan dengan Pendekatan Kontekstual untuk Siswa SMP Kelas VII*". Berdasarkan hasil penilaian dari para ahli, pengembangan bahan ajar ini mendapat kategori yang sangat baik, dalam artian bahan ajar layak untuk digunakan pada pembelajaran matematika di SMP kelas VII. Relevansi dengan penelitian ini terletak pada bahan ajar dan materi pecahan yang dikembangkan. Perbedaan penelitian terletak pada pendekatan kontekstual yang digunakan pada penelitian tersebut.
2. Penelitian yang dilakukan (Azkiyah, 2013) tentang "*Pengembangan Buku Ajar Matematika Materi Pecahan Berbasis Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) untuk SD/MI*". Buku ajar yang dihasilkan telah melalui uji validitas serta memperoleh kualifikasi valid dan sangat baik, sehingga buku ini layak digunakan pembelajaran pecahan di SD/MI. Relevansi dengan penelitian yang peneliti lakukan adalah pada materi yang dikembangkan. Perbedaan penelitian ini terletak pada buku ajar dan basis yang digunakan.
3. Penelitian yang dilakukan (Khoirotunnafi'ah, 2017) tentang "*Pengembangan Modul Pembelajaran Matematika Berbasis Aktivitas Kritis yang Bernuansa Islami pada Materi Transformasi*", dengan hasil setelah uji validitas modul pembelajaran matematika yang dikembangkan ini termasuk dalam kategori valid dan praktis, dan berdasar ketuntasan hasil belajar siswa modul ini dikatakan efektif untuk diimplementasikan dalam pembelajaran. Relevansi dengan penelitian yang dilakukan peneliti adalah pada pengembangan modul pembelajaran matematika. Perbedaan penelitian ini terletak pada basis yang digunakan dan materi yang dikembangkan.

C. Kerangka Berpikir

