BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persediaan

Menurut Ristono (2009), *inventory* atau persediaan adalah suatu teknik untuk manajemen material yang berkaitan dengan persediaan. Secara teknis, *inventory* adalah suatu teknik yang berkaitan dengan penetapan besarnya persediaan bahan yang harus diadakan untuk menjamin kelancaran dalam kegiatan operasi produksi, serta menetapkan jadwal pengadaan dan jumlah pemesanan barang yang seharusnya dilakukan oleh perusahaan. Pembagian jenis persediaan dapat berdasarkan proses manufaktur yang dijalani dan berdasarkan tujuan.

Berikut pembagian persediaan berdasarkan proses manufakturnya :

1. Persediaan bahan baku dan penolong.
2. Persediaan bahan setengah jadi.
3. Persediaan barang jadi.

Sedangkan, pembagian persediaan berdasarkan tujuannya adalah sebagai berikut :

1. Persediaan pengamanan (*safety stock*).
2. Persediaan antisipasi (*stabilization stock*).
3. Persediaan dalm pengiriman (*transit stock*).

Persediaan adalah suatu aktiva yang meliputi barang - barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha yang normal atau barang-barang yang masih dalam proses produksi atau persediaan bahan baku yang masih menunggu untuk digunakan dalam suatu produksi (Ma’arif dalam Juwari, Kusrini, & Pramono, 2018).

Suatu pengendalian persediaan yang dijalankan oleh suatu perusahaan sudah tentu memiliki tujuan – tujuan tertentu. Pengendalian persediaan yang dijalankan adalah untuk menjaga tingkat persediaan pada tingkat yang optimal sehingga diperoleh penghematan – penghematan untuk persediaan tersebut. Dengan demikian yang dimaksud dengan pengelolaan persediaan adalah kegiatan dalam memperkirakan jumlah persediaan (bahan baku/penolong) yang tepat, dengan jumlah yang tidak terlalu besar dan tidak pula kurang atau sedikit dibandingkan dengan kebutuhan atau permintaan (Ristono, 2009). Dari pengertian tersebut, maka tujuan pengelolaan persediaan adalah sebagai berikut :

1. Untuk dapat memenuhi kebutuhan atau permintaan konsumen dengan cepat (memuaskan konsumen).
2. Untuk menjaga kontinuitas produksi atau menjaga agar perusahaan tidak mengalami kehabisan persediaan yang mengakibatkan terhentinya proses produksi, hal ini dikarenakan alasan :
    a. Kemungkinan barang (bahan baku dan penolong) menjadi langka sehingga sulit untuk diperoleh.
    b. Kemungkinan supplier terlambat mengirimkan barang yang dipesan.
3. Untuk mempertahankan dan bila mungkin meningkatkan penjualan dan laba perusahaan.
4. Menjaga agar pembelian secara kecil-kecilan dapat dihindari, karena dapat mengakibatkan ongkos pesan menjadi besar.
5. Menjaga supaya penyimpanan dalam *emplacement* tidak besar-besaran, karena akan mengakibatkan biaya menjadi besar.

2.2 Parameter - Parameter Persediaan

Seperti yang telah diketahui, pada umumnya produsen memproduksi barang serta menjualnya kembali kepada konsumen. Hal ini tentunya memerlukan proses yang panjang. Berdasarkan proses tersebut, terdapat dua karakteristik utama parameter – parameter masalah persediaan, yaitu tingkat permintaan dan periode kedatangan pesanan.

Tingkat permintaan dan periode kedatangan sangat berpengaruh dalam penentuan jumlah barang produksi maupun yang disimpan dan pendapatan produsen. Hal itu dikarenakan di dalam tingkat permintaan dan periode kedatangan terdapat beberapa parameter yang sangat berpengaruh. Parameter – parameter tersebut diantaranya adalah (Siswanto, 2007) :

1. Biaya Pemesanan (*Ordering Cost*)

Biaya pesan merupakan biaya yang muncul saat terjadi proses pemesanan barang. Biaya - biaya pembuatan surat, telepon, *fax* dan beberapa lainnya yang muncul karena proses pemesanan barang merupakan contoh biaya pesan.

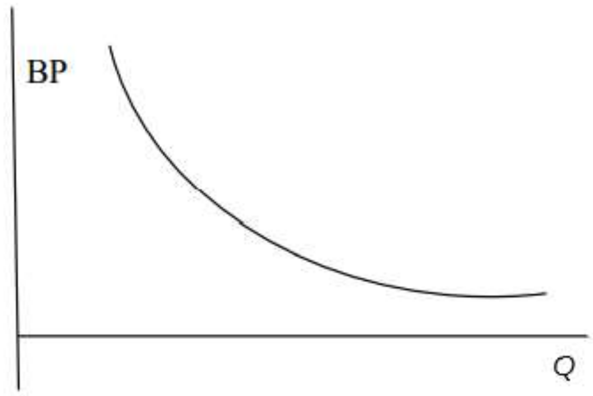
Biaya pesan akan dilambangkan dengan *BP*. Biaya ini dapat diperoleh dengan,

$$Biaya\ Pesan = \frac{(Biaya\ pesan\ setiap\ kali\ pesan(c))(Kebutuhan\ dalam\ satu\ periode(D))}{Jumlah\ barang\ setiap\ kali\ dipesan\ (Q)}$$

Atau dapat ditulis sebagai bentuk,

$$BP = c\frac{D}{Q} \qquad (2.1)$$

Dari bentuk di atas, diasumsikan bahwa jika semakin banyak pesanan, maka biaya yang dikeluarkan semakin kecil. Berikut ini merupakan ilustrasi dengan kurva biaya pesan.



Gambar 2.1 Kurva Biaya Pesan
(Sumber : Siswanto, 2007)

2. Biaya Penyimpanan (*Holding Cost*)

Biaya simpan muncul jika terdapat proses penyimpanan suatu barang. Beberapa contoh biaya simpan diantaranya adalah sewa gudang, keamanan, asuransi dan biaya – biaya lain yang muncul karena proses penyimpanan. Sedangkan biaya – biaya lain yang tetap ada meski persediaan tidak ada bukanlah termasuk kategori biaya penyimpanan.

Biaya simpan per periode dilambangkan dengan *BS*, yang dapat diperoleh dengan,

$$\frac{Biaya\ Simpan}{Periode} = \left(\frac{Biaya\ Simpan}{Siklus}\right)\left(\frac{Siklus}{Periode}\right)$$

Dalam model ini, pada umumnya akan melakukan pemesanan secara bertahap dan kontinu atau dengan kata lain pemesanan dilakukan dalam beberapa kali pemesanan dan dalam waktu tertentu, hal ini yang disebut suatu siklus. Jika diasumsikan rata – rata persediaan dalam suatu siklus adalah $\frac{Q}{2}$ unit dan panjang siklus $\frac{Q}{D}$, maka,

$$\left(\frac{Biaya\ Simpan}{Periode}\right)$$

$$= (rata - rata\ pesanan\ 1\ siklus)(panjang\ siklus)(biaya\ simpan\ barang)$$

$$= \frac{Q}{2}\left(\frac{Q}{D}\right)h = \frac{Q^2h}{2.D} \quad \text{.......................} \quad (2.2)$$

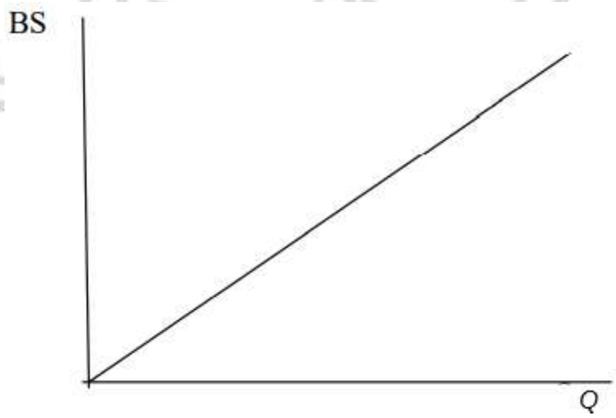
Sehingga,

$$\frac{Biaya\ Simpan}{Periode} = \frac{Q^2h}{2.D}\left(\frac{D}{Q}\right) = \frac{h.Q}{2} \quad \text{.......................} \quad (2.3)$$

Atau dapat ditulis sebagai fungsi,

$$BS = \frac{Q}{2}h \quad \text{.......................} \quad (2.4)$$

Apabila semakin banyak barang yang dipesan, maka biaya penyimpanan semakin tinggi. Berikut ini merupakan bentuk kurva biaya pesan. Diasumsikan kurva berbentuk linear terhadap Q



Gambar 2.2 Kurva Biaya Simpan

(Sumber : Siswanto, 2007)

3. Biaya Pembelian (*Purchase Cost*)

Biaya pembelian muncul pada saat dilakukan pembelian suatu barang. Biaya Pembelian dilambangkan dengan *BPmb* yang dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$Biaya\ Pembelian$$
$$= Harga\ Pembelian\ (p)\ x\ Kebutuhan\ dalam\ 1\ Periode\ (D)$$

Atau dapat ditulis sebagai fungsi,

$$BPmb = p\ x\ D \quad \text{..........} \quad (2.5)$$

4. Biaya Kehabisan Persediaan (*Stockout Cost*)

Biaya kehabisan persediaan muncul pada saat persediaan barang habis ataupun tidak tersedia lagi sehingga peluang untuk mendapatkan keuntungan tidak tercapai. Hal ini dapat diakibatkan karena mesin rusak, karyawan tidak bekerja, terlambatnya pengiriman barang dan lainnya. Biaya kehabisan persedian dalam suatu siklus dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\frac{Biaya\ Kehabisan\ Persediaan}{Periode} = \left(\frac{Biaya\ Kehabisan\ persediaan}{Siklus}\right)\left(\frac{Siklus}{Periode}\right)$$

Misalkan jumlah unit yang tidak tersedia Q_s, maka rata – rata kekurangan barang dalam interval waktu Δt adalah $\frac{Q-Q_s}{2}$, dengan interval Δt adalah $\frac{Q-Q_s}{D}$. Dari hal tersebut dapat dituliskan,

$$\frac{Biaya\ Kehabisan\ Persediaan}{Siklus}$$
$$= (rata - rata\ kekuranganbarang)(panjang\ interval)(biaya\ simpan\ per\ barang)$$
$$= \frac{Q-Q_s}{2}\left(\frac{Q-Q_s}{D}\right) = \frac{(Q-Q_s)^2 h}{2.D} \quad \text{..........} \quad (2.6)$$

Jadi terdapat $\frac{D}{Q}$ siklus per tahun maka,

$$\frac{Biaya\ Kehabisan\ Persediaan}{Tahun} = \frac{(Q-Q_s)^2 h}{2.D}\left(\frac{D}{Q}\right) = \frac{(Q-Q_s)^2 h}{2.Q} \quad \text{..........} \quad (2.7)$$

$$BKP = \frac{(Q-Q_s)^2 h}{2.Q} \quad \text{..........} \quad (2.8)$$

2.3 Model – Model Persediaan

Menurut Siswanto (2007), model persediaan merupakan suatu strategi bidang perekonomian yang menggunakan model matematika untuk menentukan banyak persediaan barang yang disimpan dan yang harus disediakan oleh produsen itu sendiri. Hal ini diperlukan agar produsen barang dapat menyuplai barang dengan baik kepada konsumen tanpa harus kehabisan barang sehingga kebutuhan pasar dapat dipenuhi dan keuntungan dapat diperoleh. Model persediaan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu :

1. Model Persediaan Deterministik

   Merupakan model persediaan yang semua parameternya telah diketahui dengan pasti. Masalah persediaan yang paling umum yang sering di hadapi produsen, pengecer dan pedagang besar adalah yang berkaitan dengan kasus dimana tingkat persediaan atau stok habis dengan waktu dan kemudian kembali di isi oleh kedatangan item baru. Model deterministik dapat bersifat statis, yaitu model persediaan yang dimana kuantitas pemesanan hanya dilakukan dalam satu kali, persediaannya terbatas atau selalu konstan dalam suatu periode tertentu. Atau bersifat dinamis, dimana permintaan di ketahui dengan pasti (kontinu) atau berulang-ulang tetapi bervariasi dari satu periode ke periode berikutnya.

2. Model Persediaan Probabilistik

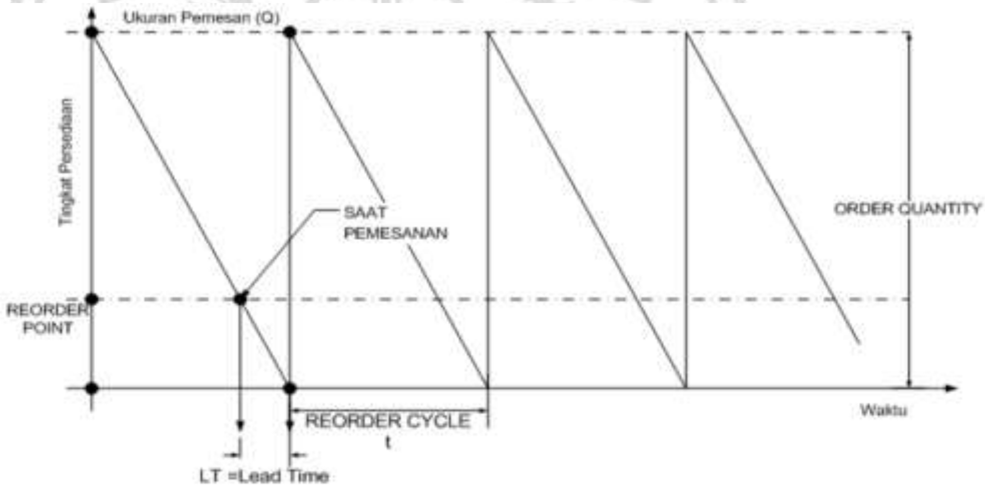
   Model pengendalian persediaan probabilistik merupakan model persediaan yang fenomenanya tidak diketahui dengan pasti, tetapi nilai ekspektasi, variansi dan pola distribusi kemungkinannya dapat diprediksi. Model persediaan probabilistik ditandai oleh karakteristik permintaan dan periode kedatangan pesanan yang tidak dapat diketahui secara pasti sebelumnya.

2.3.1 Model Persediaan EOQ Deterministik

Model *Economic Order Quantity* (EOQ) deterministik merupakan model inventori yang dalam perhitungannya memperhitungkan dua macam biaya persediaan paling dasar, yaitu biaya pesan dan biaya simpan. Selain itu juga, model EOQ deterministik bergantung pada tarif dasar harga barang dan tenggang waktu pemesanan barang (Siswanto, 2007).

Untuk memperoleh suatu model awal yang baik, tentunya dibutuhkan beberapa asurnsi dan syarat awal. Berikut ini merupakan asumsi – asumsi yang dibutuhkan dalam model EOQ deterministik yang harus dicapai.

1. Permintaan saat memesan barang dan tarif dasar harga barang tetap atau tidak berubah dalam jangka waktu tertentu.
2. Jeda pemesanan antara periode yang satu dan yang lainnya bernilai nol atau dapat dikatakan tidak boleh terjadi jeda antara waktu pemesanan periode satu dan berikutnya sehingga pemesanan bersifat kontinu.
3. Persediaan akan dipesan sebesar *Q* unit dan datang secara serentak.



Gambar 2.3 Grafik Siklus Persediaan Sederhana

(Sumber : Dahdah, 2009)

Misalkan $TC(Q)$ adalah total biaya tahunan yang dikeluarkan jika dipesan Q unit barang dengan jeda periode sama dengan nol dan dinotasikan sebagai berikut,

$$TC(Q) = Biaya\ Pesan + Biaya\ Pembelian + Biaya\ Simpan$$

Kemudian rumusan tersebut dikombinasikan dengan parameter – parameter yang telah dibahas sebelurnnya sehingga menghasilkan,

$$TC(Q) = c\frac{D}{Q} + p.D + \frac{Q}{2}h \text{ .... (2.9)}$$

Untuk meminimumkan total biaya tahunan ($TC(Q)$), maka ditentukan $TC'(Q) = 0$, sehingga menghasilkan,

$$TC'(Q) = -\frac{c.D}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0 \text{ .... (2.10)}$$

Atau,

$$\frac{c.D}{Q^2} = \frac{h}{2} \text{ .... (2.11)}$$

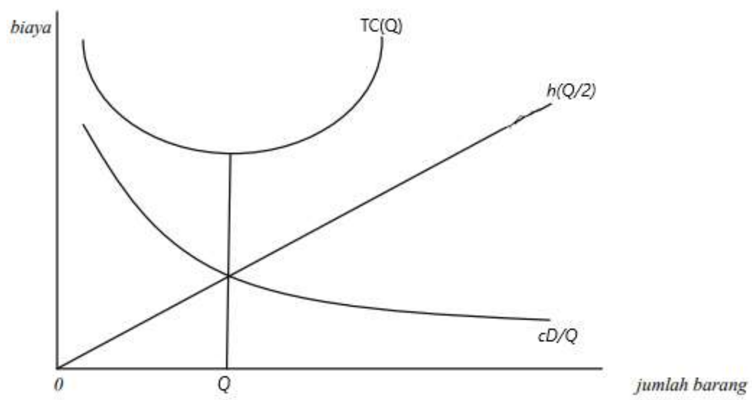
$$Q^2 = \frac{2.c.D}{h} \text{ .... (2.12)}$$

Sehingga diperoleh,

$$Q = \sqrt{\frac{2.c.D}{h}} \text{ .... (2.13)}$$

Untuk mendapatkan gambar kurva EOQ Deterministik, persamaan $TC'(Q)$ diturunkan sekali lagi dan diperoleh.

$$TC''(Q) = 2\frac{c.D}{Q^3} \geq 0 \text{ untuk semua } Q > 0 \text{ .... (2.14)}$$



Gambar 2.4 Kurva Biaya $TC(Q)$

(Sumber : Siswanto, 2007)

Seperti yang disebutkan diatas, model dasar EOQ deterministik lebih memperhitungkan dua macam biaya yang utama, yaitu biaya pesan dan biaya simpan. Oleh karena itu biaya total persediaan (*BTP*) atau *Total Inventory Cost* (TIC) dapat ditulis sebagai berikut.

$$Biaya\ Total\ Persediaan = Biaya\ Pesan + Biaya\ Simpan$$

Atau dapat ditulis dengan,

$$TIC = c\frac{D}{Q} + \frac{Q}{2}h \quad (2.15)$$

Dengan nilai Q, dapat dicari biaya total persediaa, yaitu dengan memasukkan nilai Q yang didapatkan pada persamaan awal *TIC* sehingga,

$$TIC = c\frac{D}{Q} + \frac{Q}{2}h \quad (2.16)$$

$$= \frac{2.c.D + Q^2h}{2.Q} \quad (2.17)$$

$$= \frac{2.c.D + \left(\sqrt{\frac{2.c.D}{h}}\right)^2 h}{2.\left(\sqrt{\frac{2.c.D}{h}}\right)} \quad (2.18)$$

$$= \frac{2.c.D + 2.c.D}{2.\left(\sqrt{\frac{2.c.D}{h}}\right)} \quad (2.19)$$

$$= \frac{2.c.D}{\sqrt{\frac{2.c.D}{h}}} \quad (2.20)$$

Perhatikan bahwa,

$$TIC^2 = \frac{4.c^2D^2}{\frac{2.c.D}{h}} \quad (2.21)$$

$$= \frac{4.c^2.D^2.h}{2.c.D} \quad (2.22)$$

$$= 2.c.D.h \quad (2.23)$$

Sehingga,

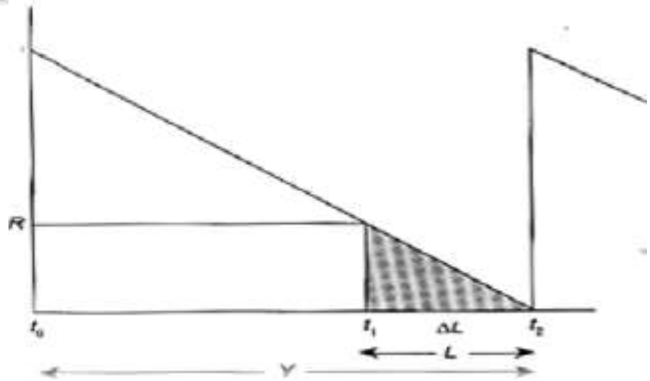
$$TIC = \sqrt{2.c.D.h} \quad (2.24)$$

2.3.2 Titik Pemesanan Kembali (*Reorder Point*)

Hal yang dibutuhkan juga dalam model EOQ adalah mengetahui kapan harus memesan ulang barang agar nantinya datang tepat waktu dengan jumlah yang sesuai dengan yang diinginkan. Selain itu juga, dalam saat memesan ulang diasumsikan waktu antara pesan dibuat dan pesanan datang atau yang disebut *lead* time telah diketahui sebelumnya secara pasti.

Sesuai dengan penjelasan tentang siklus pemesanan, bahwa penambahan sebesar Q yang datang pada t_1 akan habis dipakai pada t_2. Pada waktu t_2 tersebut, penambahan barang akan datang serentak. Hal ini mengakibatkan terjadi dua kejadian sekaligus yaitu persediaan sebelumnya Q habis dan penambahan Q tepat datang secara serentak pada t_2.

Jika L adalah *lead time*, dan Y adalah Panjang Waktu dalam satu siklus pesan ulang, maka pesanan ulang harus dilakukan saat t_1 atau $t_0 + Y\text{-}L$ atau $t_2\text{-}L$. Oleh karena itu, Persediaan sebesar R, merupakan persediaan yang harus tersedia selama *lead time*. Jadi, jika ada persedian sebesar R pada saat t_1 maka pesanan ulang dibuat agar penambahan sebesar Q datang serentak di t_2. Hal ini berakibat R merupakan indikator persediaan yang menandai saat pesan ulang harus dibuat. Maka, $t_1=t_2\text{-}L$ menandai saat pesan ulang dilakukan. Berikut ini merupakan gambar kurva saat melakukan pemesanan ulang (Siswanto, 2007) :



Gambar 2.5 Kurva Pemesanan Ulang

Karena telah diasumsikan bahwa tingkat pemakaian selama *lead time* dapat diketahui secara pasti sebelumnya dan tidak berubah, yaitu sesuai dengan persamaan :

$$Tingkat\ pemakaian\ satu\ siklus\ pesan\ ulang$$
$$= \frac{Kebutuhan\ dalam\ satu\ periode}{Periode\ waktu\ perencanaan}$$

$$= \frac{Q}{Y} \quad \text{.......} \quad (2.25)$$

Maka hal ini berakibat,

$$\frac{R}{L} = \frac{P.Q}{P.Y} \quad \text{.......} \quad (2.26)$$

Atau,

$$\frac{R}{L} = \frac{Q}{Y} \quad \text{.......} \quad (2.27)$$

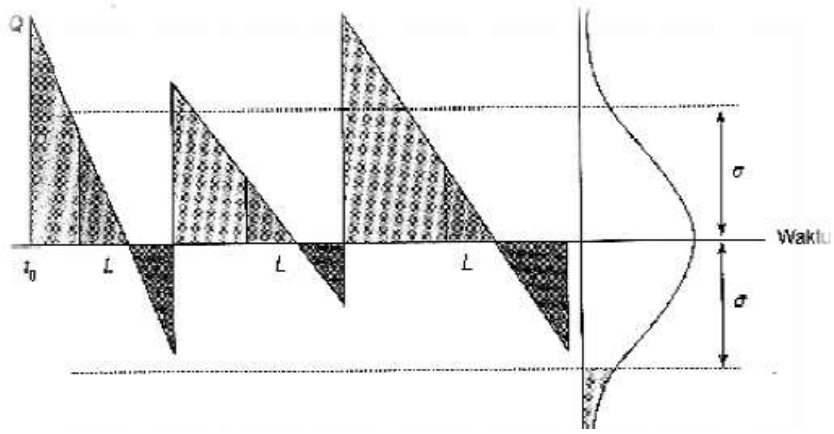
Dengan kata lain,

$$\frac{\Delta R}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{\Delta Y} \quad \text{.......} \quad (2.28)$$

Dari persamaan (2.25) dapat menjamin agar prediksi persediaan habis dan pesanan datang tepat pada waktunya.

2.3.3 Persediaan Cadangan (*Safety Stock*)

Permintaan yang berlebih pada waktu *lead time* tidak dapat diketahui secara pasti, maka penyimpangan tersebut dapat didekati dengan distribusi normal karena permintaan pada saat *lead time* sangatlah banyak atau dilambangkan X_i dengan $i=1,2,3...,n$ dan X_i adalah variabel random yang saling bebas, sehingga dengan bantuan teorema limit pusat dapat dicari nilai harapan $E(X_i)$ dan variansi $Var(X_i)$ yang mendekati distribusi normal (Siswanto, 2007). Hal ini berakibat nantinya perilaku permintaan dan *lead time* dapat diperkirakan sebelumnya dengan hasil pendekatan. Berikut merupakan peraga pendekatan dengan kurva normal.

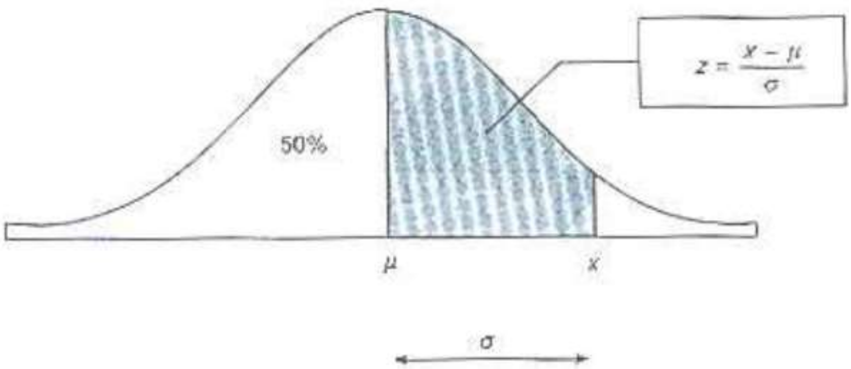


Gambar 2.6 Pendekatan Kurva Normal

(Sumber : Siswanto, 2007)

Dari kurva tersebut, jika rata – rata permintaan selama masa tenggang pesanan dalam satu siklus (misalnya dalam interval waktu (t_1,t_2)) ditransformasikan ke rata – rata (*mean*) atau μ kurva normal, maka perilaku penyimpangan permintaan akan menyebar disekitar μ sehingga deviasi penyebaran itu akan dapat digunakan untuk memperkirakan persediaan cadangan (*safety stock*) yang berdasar pada perilaku penyimpangan variabel – variabel yang mempengaruhinya. Hal tersebut dinyatakan dengan σ.

Untuk memperkirakan persediaan cadangan, akan digunakan distribusi normal untuk pendekatannya. Berikut ini merupakan peraga dari distribusi normal, dengan *x* menyatakan permintaan pada waktu tertentu selama masa tunggu.



Gambar 2.7 Kurva Normal

(Sumber : Siswanto, 2007)

Pada gambar 2.7 di atas menjelaskan cakupan luas area pada kurva normal di mana penyimpangan atau deviasi *x* terhadap rata – rata (μ) adalah (x - μ) dan dinyatakan dalam standar deviasi σ. Pada kasus persediaan cadangan ini, penyimpangan – penyimpangan x_i (permintaan pada waktu ke *i s*elama masa tenggang pesanan) terhadap μ dinyatakan dalam σ melalui :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}} \quad \text{.......... (2.29)}$$

Dengan μ adalah rata – rata yang dapat dirumuskan,

$$\mu = \frac{total\ jumlah\ barang}{waktu}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{.......... (2.30)}$$

Dengan *i* menunjukkan indeks jumlah barang per satuan waktu yang berjalan dari *1-n.*

Selanjutnya, σ dari persamaan (2.29) digunakan untuk menemukan luas area dalam kurva normal melalui :

$$z = \frac{x_i-\mu}{\sigma} \quad \text{.......... (2.31)}$$

Kemudian dengan bantuan tabel normal, dapat dicari nilai *z*, dimana *z* berkaitan dengan empat digit bilangan di belakang koma yang menjelaskan berapa persen luas area yang dicakup σ. Setelah mendapatkan nilai *z*, dapat ditentukan berapa besar persediaan cadangan yaitu :

Persediaan cadangan

= probabilitas kekurangan persediaan x standar deviasi

Atau dapat ditulis,

$$(x - \mu) = z\ x\ \sigma \quad \text{.......... (2.32)}$$

2.3.4 Model Persediaan EOQ Probabilistik

Berbeda dengan model EOQ deterministik, model EOQ probabilistik memperhitungkan perilaku permintaan dan tenggang waktu pesanan datang (*lead time*) yang tidak pasti atau tidak dapat ditentukan sebelumnya secara pasti (Siswanto, 2007).

Ketidakpastian permintaan dan tenggang waktu pesanan tersebut memunculkan dua masalah baru. Pertama, keinginan produsen untuk mendapatkan persediaan cadangan tentunya akan menambah jenis biaya baru yang tidak diperhitungkan sebelumnya pada EOQ deterministik. Kedua, jika persediaan cadangan tidak diadakan maka akan timbul juga biaya kehabisan persediaan. Kedua jenis biaya tersebut berbanding terbalik, dimana jika persediaan banyak maka kehabisan persediaan akan kecil dan sebaliknya.

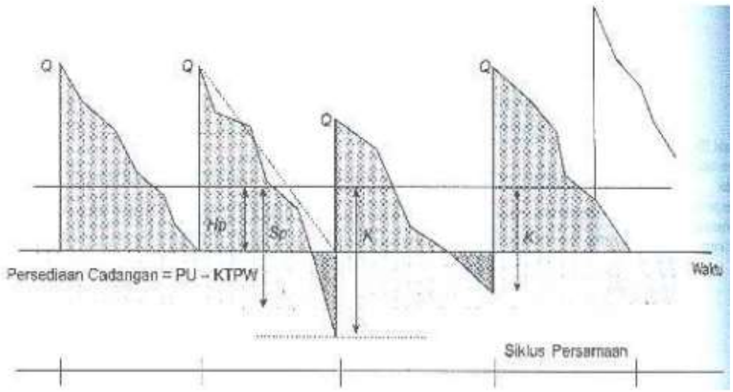
Oleh karena itu, model EOQ pada model probabilistik nantinya akan ditambahkan dua biaya baru yaitu biaya persediaan cadangan dan biaya kehabisan persediaan. Misalkan TC(Q) adalah total biaya tahunan yang dikeluarkan,

$$\begin{aligned} TC(Q) = {} & Biaya\ Pesan + Biaya\ Pembelian + Biaya\ Simpan \\ & + Biaya\ Kehabisan\ Persediaan\ Satu\ Periode \\ & + Biaya\ Persediaan\ Cadangan \end{aligned}$$

$$TC(Q) = c\frac{D}{Q} + p.D + \frac{Q}{2}h + BKP_p + BPC \quad \text{............................} \ (2.33)$$

Dalam hal ini, persamaan (2.25) tidak dapat diturunkan untuk mendapatkan Q secara langsung seperti pada EOQ deterministik karena *BKP* dan *BPC* merupakan biaya yang diperhitungkan dalam penurunan untuk mencari Q. Selain itu juga, *BKP* dan *BPC* saling mempengaruhi dengan arah berlawanan dan merupakan unsur biaya persediaan yang harus diminimumkan.

Karena kehabisan persediaan disebabkan oleh kemungkinan tingkat pemakaian persediaan yang berbeda dari yang direncanakan atau tenggang waktu pesanan berbeda dari yang telah dijanjikan, maka besar kecilnya biaya kehabisan persediaan atau *BKP* sangat bergantung pada sampai berapa besarkah peluang kehabisan persediaan selarna masa tenggang pesanan. Berikut ini merupakan ilustrasi analisa *BKP* pada gambar 2.8 :



Gambar 2.8 Ilustrasi BKP

(Sumber : Siswanto, 2007)

Dari gambar tersebut diasumsikan *HP* adalah harapan pemakaian tenggang pesanan atau dapat dituliskan $E(X)$, kemudian r adalah jumlah barang saat pesan ulang dan x_i adalah kebutuhan dalam masa tenggang pesan. Kehabisan persediaan dalam masa tenggang pesanan dapat ditunjukkan oleh x_i yang melampaui r. Sedang x_i yang tidak melampaui r tidak akan mengakibatkan masalah kehabisan persediaan. Hal tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

Kehabisan persediaan dalam masa tenggang = kebutuhan dalam masa tenggang pesanan – jumlah barang saat pesan ulang

$= x_i - r$ .... (2.34)

Karena ada beberapa kemungkinan x_i dengan peluang $P(x_i)$, maka nilai harapan kehabisan persediaan atau $E(BKP)$ dalam masa tenggang suatu siklus adalah :

$\sum_{i=1}^{n}(x_i - r)P(x_i)$ .... (2.35)

Dengan n menyatakan satuan waktu dalam masa tenggang suatu siklus.

Jika biaya kehabisan persediaan per unit h_c, maka biaya kehabisan persediaan per siklus atau BKP_c adalah :

BKP_c = biaya kehabisan persediaan per unit x kemungkinan kehabisan persediaan

Atau,

$BKP = h_c \sum_{i=1}^{n}(x_i - r)P(x_i)$ .... (2.36)

$BKP = h_c E(BKP)$ .... (2.37)

Dan karena dalam satu periode perencanaan diketahui sebelumnya terdapat siklus pemesanan sesuai dengan persamaan :

$$Siklus\ pesan\ ulang = \frac{Kebutuhan\ dalam\ periode\ perencanaan}{jumlah\ barang\ yang\ dipesan\ setiap\ pemesanan}$$

Atau dinotasikan sebagai,

$P = \frac{D}{Q}$ .... (2.38)

Maka BKP_p dalam satu periode dapat dibentuk menjadi :

$BKP_p = h_c \frac{D}{Q} E(BKP)$ .... (2.39)

Setelah mendapatkan BKP_p, akan dicari biaya simpan persediaan cadangan. Dari ilustrasi gambar 2.8, ditunjukan bahwa jumlah persediaan cadangan adalah (r – $E(X)$). Seperti yang telah diketahui, jika h adalah biaya simpan per unit per periode, maka biaya simpan persediaan cadangan adalah :

$BPC = h(r - E(X))$ .... (2.40)

Dari persamaan (2.33), (2.39) dan (2.40) didapatkan $TC(Q)$ adalah :

$TC(Q) = c\frac{D}{Q} + p.D + \frac{Q}{2}h + h_c \frac{D}{Q}E(BKP) + h(r - E(X))$ .... (2.41)

Untuk meminimumkan total biaya tahunan $TC(Q)$, maka ditentukan $\frac{dTC}{dQ} = 0$. Sehingga diperoleh :

$\frac{dTC}{dQ} = -c\frac{D}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{D.h_c.E.(BKP)}{Q^2} = 0$ .... (2.42)

$\frac{h}{2} = \frac{c.D + D.h_c.E.(BKP)}{Q^2}$ .... (2.43)

$Q^2 = \frac{2.D(c + h_c.E(BKP))}{h}$ .... (2.44)

Jadi,

$$Q = \sqrt{\frac{2.D(c+h_C.E(BKP))}{h}} \quad \text{... (2.45)}$$

Oleh karena itu biaya total persediaan (*BTP*) atau *Total Inventory Cost* (TIC) dapat ditulis sebagai berikut :

$$TIC = Biaya\ Pesan + Biaya\ Simpan + biaya\ kehabisan\ persediaan + biaya\ persediaan\ cadangan$$

Atau dapat ditulis dengan,

$$TIC = c\frac{D}{Q} + \frac{Q}{2}h + \left(h_c\frac{D}{Q}E(BKP)\right) + h(r - E(X)) \quad \text{................ (2.46)}$$

Dengan nilai *Q*, dapat dicari biaya total persediaan, yaitu dengan memasukkan nilai Q yang didapatkan pada persamaan awal *TIC* sehingga,

$$TIC = c\frac{D}{Q} + \frac{Q}{2}h + BKP + BPC$$

$$= \frac{c.D}{\sqrt{\frac{2.D(c+h_C E(BKP))}{h}}} + \frac{\sqrt{\frac{2.D(c+h_C E(BKP))}{h}}h}{2} + \frac{h_C D.E(BKP)}{\sqrt{\frac{2.D(c+h_C E(BKP))}{h}}} + h(r - E(X)) \quad \text{...... (2.47)}$$

$$= \frac{2.c.D+2.D\left(c+h_C E(BKP)\right)+2.h_C.D.E(BKP)}{2\sqrt{\frac{2.D(c+h_C E(BKP))}{h}}} + h(r - E(X)) \quad \text{............... (2.48)}$$

$$= \frac{2.c.D+2.c.D+2.D.h_C E(BKP)+2.h_C.D.E(BKP)}{2\sqrt{\frac{2.D(c+h_C E(BKP))}{h}}} + h(r - E(X)) \quad \text{............ (2.49)}$$

$$= \frac{4.c.D+4.D.h_C E(BKP)}{2\sqrt{\frac{2.D(c+h_C.E(BKP))}{h}}} + h(r - E(X)) \quad \text{................................ (2.50)}$$

$$= \frac{2.c.D+2.D.h_C E(BKP)}{\sqrt{\frac{2.D(c+h_C.E(BKP))}{h}}} + h(r - E(X)) \quad \text{................................ (2.51)}$$

2.4 *Fuzzy Logic*

Fuzzy Logic pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965. Dasar *fuzzy logic* adalah teori himpunan *fuzzy*. Pada teori himpunan *fuzzy*, peranan derajat keanggotaan sebagai penentu keberadaan elemen dalam suatu himpunan sangatlah penting. Nilai keanggotaan atau derajat keanggotaan atau *membership function* menjadi ciri utama dari penalaran dengan *fuzzy logic* tersebut (Kusumadewi & Purnomo, 2004).

Ada beberapa alasan mengapa orang menggunakan logika *fuzzy*, antara lain (Kusumadewi & Purnomo, 2004) :

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti. Konsep matematis yang mendasari penalaran *fuzzy* sangat sederhana dan mudah dimengerti.
2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.
4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinier yang sangat kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman - pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

Sementara itu, dalam pengaplikasiannya logika *fuzzy* juga memiliki beberapa kelebihan, antara lain sebagai berikut.

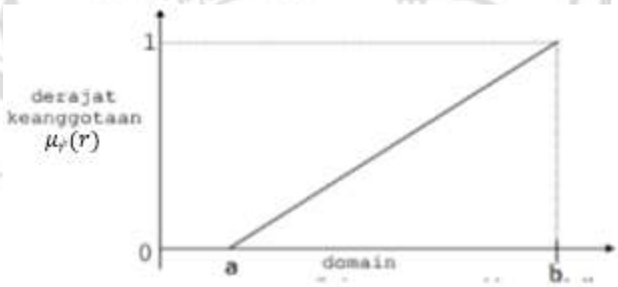
1. Daya gunanya dianggap lebih baik daripada teknik kendali yang pernah ada.
2. Pengendali *fuzzy* terkenal karena keandalannya.
3. Mudah diperbaiki.
4. Pengendali *fuzzy* memberikan pengendalian yang sangat baik dibandingkan teknik lain.
5. Usaha dan dana yang dibutuhkan kecil.

2.4.1 Fungsi Keanggotaan

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik - titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan (Kusumadewi & Purnomo, 2004).

1. Representasi Linear

   Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 keadaan himpunan *fuzzy* yang linear. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi (Gambar 2.9).



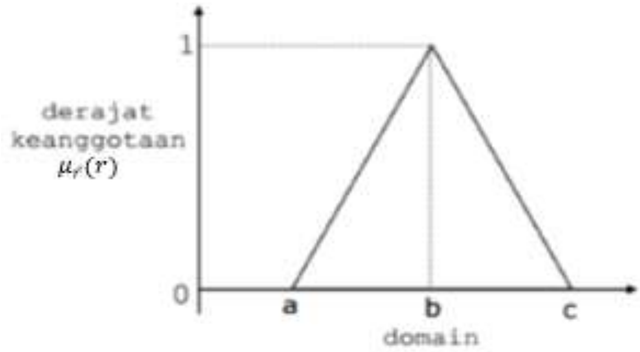
Gambar 2.9 Representasi Linear b Naik

(Sumber : Kusumadewi & Purnomo, 2004)

$$\mu_{\tilde{r}}(r) = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases} \quad \text{...................} \quad (2.52)$$

2. Representasi Kurva Segitiga

   Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Kurva Segitiga

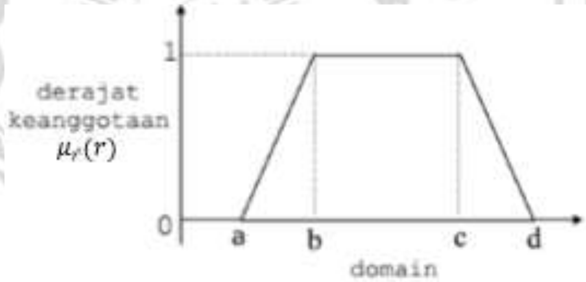
(Sumber : Kusumadewi & Purnomo, 2004)

Fungsi Keanggotaan:

$$\mu_{\tilde{r}}(r) = \begin{cases} 0; & x \leq a \; atau \; x \geq c \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ (b-x)/(c-b); & b \leq x \leq c \end{cases} \quad \text{........ (2.53)}$$

3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva Trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (Gambar 2.11).



Gambar 2.11 Kurva Trapesium

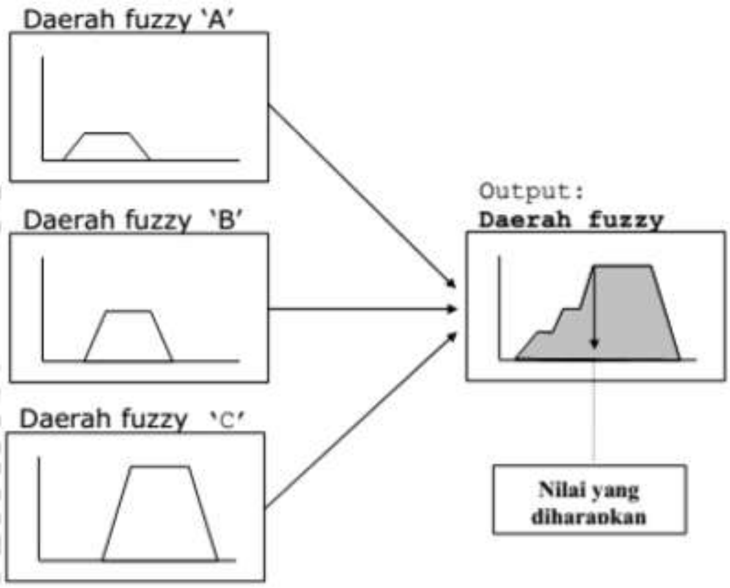
(Sumber : Kusumadewi & Purnomo, 2004)

Fungsi Keanggotaan :

$$\mu_{\tilde{r}}(r) = \begin{cases} 0; & x \leq a \; atau \; x \geq d \\ (x-a)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ (d-x)/(d-c); & x \geq d \end{cases} \quad \text{..... (2.54)}$$

2.4.2 Penegasan (*Defuzzy*)

Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan - aturan *fuzzy*, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam *range* tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai *crsip* tertentu sebagai *output* seperti terlihat pada Gambar 2.7 (Kusumadewi & Purnomo, 2004).



Gambar 2.12 Proses Defuzzifikasi

(Sumber : Kusumadewi & Purnomo, 2004)

Metode defuzzifikasi yang dipakai menggunakan aturan metode *Centroid* (*Composite Moment*). Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil titik pusat (R^*) daerah *fuzzy*. Secara umum dirumuskan :

$$\mu_{\tilde{r}}(r) = \frac{\int_R \ r.\mu_{\tilde{r}}(r)dr}{\int_R \ \mu_{\tilde{r}}(r)dr} \quad \text{.. (2.55)}$$

2.5 *Fuzzy Economic Order Quantity* (FEOQ)

Untuk menentukan ukuran pemesanan yang ekonomis diperlukan data tentang permintaan, biaya persediaan dan lead time. Dengan asumsi bahwa ketiga variabel tersebut diketahui atau dapat dihitung dengan pasti. Pada kenyataannya asumsi untuk ketiga variabel tersebut sangat jarang sekali terjadi. Ketidakpastian yang melingkupi variabel tersebut dapat disebabkan karena ketidakadaan informasi atau kurangnya informasi sehingga dapat menimbulkan ketidakjelasan, samar, atau informasi yang didapat bermakna ganda atau mungkin informasinya berupa *linguistic* (Zimmerman dalam Dahdah, 2009). Seperti jika ingin ditentukan permintaan produk baru atau jika perusahaan tidak mempunyai data yang cukup untuk menentukan variable tersebut. Untuk mengatasi ketidapastian variabel yang mempunyai pola tersebut digunakan angka *fuzzy* untuk membantu mengatasi permasalahan tersebut sehingga memunculkan model *fuzzy* untuk penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis atau yang dikenal dengan *Fuzzy Ecnomic Order Quantity*. Dalam keadaan data permintaan tidak diketahui dengan pasti atau bersifat estimasi subjektif, perumusan penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis dapat dimodelkan dengan *fuzzy* (Dahda, 2009). Ada beberapa definisi *fuzzy* untuk membentuk *Fuzzy* EOQ (Dahda, 2009):

Definisi 1.

Sebuah himpunan *fuzzy* $\tilde{r}$ didefinisikan sebagai fungsi keanggotaan dari $\mu_{\tilde{r}}(r)$ yang mana memetakan masing-masing dan setiap elemen dari R ke rentang antara 0 sampai 1, atau dapat dituliskan dengan $\mu_{\tilde{r}}(r) \rightarrow [0, 1]$ Dimana R adalah himpunan universal.

Diartikan secara sederhana, himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang tidak mempunyai batasan secara tegas. Disisi yang lain, Sebuah himpunan *fuzzy* adalah himpunan yang memiliki elemen dengan karakteristik seperti pada fungsi keanggaotaan diatas.

Definisi 2.

Bilangan *Fuzzy* $\tilde{r}$ adalah sebuah himpunan *fuzzy* yang didefinisikan dalam R yang mempunyai tingkat keanggotaan $\mu_{\tilde{r}}(r)$, dimana $r \in R$ dengan asumsi

1. *Convex*
2. *Normalized fuzzy set*
3. *Piecewise Continuous*

Definisi 3.

Misalkan $\tilde{r}$ adalah bilangan *fuzzy*, $\alpha - cut$ dari $\tilde{r}$ dinotasikan dengan $\tilde{r}_\alpha$ adalah himpunan bilangan nyata yang mana fungsi keanggotaan $\tilde{r}$ tidak lebih kecil dari α. Dapat dituliskan dalam bentuk

$\tilde{r}_\alpha = \{r \mid \mu_{\tilde{r}}(r) \geq \alpha, r \in R\}$ .... (2.52)

Definisi 4.

Support dari satu himpunan *fuzzy* adalah sebuah himpunan bagian bilangan *crisp* (tegas) dari himpunan dasar R. Dapat dituliskan dalam bentuk

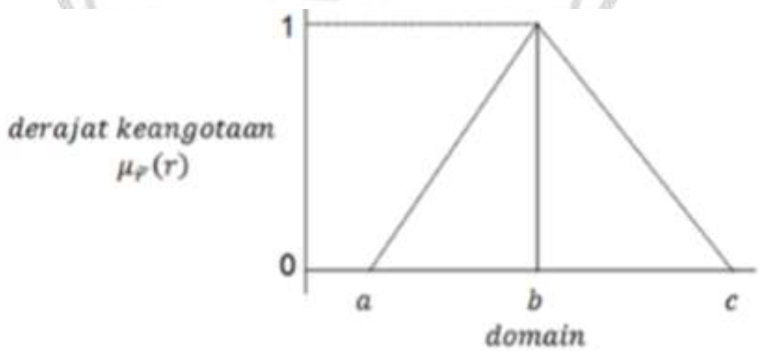
$Supp\ \tilde{r}_\alpha = \{r \mid \mu_{\tilde{r}}(r) \geq 0, r \in R\}$ .... (2.53)

Definisi 5.

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan nilai data input (*domain*) ke nilai keanggotaannya dengan cara mendakati dengan suatu bentuk fungsi. Salah satu fungsi keanggotaan (kurva) adalah triangular/segitiga (*triangular fuzzy number*). Bentuk kurva ini seperti pada gambar, dimana r ditujukan dengan (a,b,c), dimana $a \leq b \leq c$ dan fungsi keanggotaan didefinisikan sebagi berikut :

$$\tilde{r}_\alpha = \begin{cases} 0 & x \leq a; x \geq c \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x \leq b \\ (b-x)/(c-b) & b \leq x \leq c \end{cases} \quad \text{..} \quad (2.54)$$

dimana, a,b,$c \in R$.



Gambar 2.13 Representasi Kurva Segitiga

(Sumber : Dahdah, 2009)

Keterangan :

a = nilai domain terkecil yang mempunyai derajat keanggotaan nol

b = nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan satu

c = nilai domain terbesar yang mempunyai derajat keanggotaan nol

r = nilai input yang akan di ubah ke dalam bilangan *fuzzy*

Definisi 6.

Dengan menggunakan konsep definisi 3, apabila diberikan koefisien *confidence* α bilangan *fuzzy* segitiga akan didefinisikan sebagai himpunan dengan interval tertutup. Interval tersebut adalah

$\tilde{r}_{\alpha} = (\tilde{r}_{\alpha-L}; \tilde{r}_{\alpha-U}) = \{a + \alpha(b-a); c - \alpha(c-b)\} \forall \alpha \in [0,1]$ .... (2.55)

Definisi 7.

Proses penegasan (de-fuzzifikasi) keluaran dari suatu aturan - aturan *fuzzy* merupakan domain himpunan *fuzzy* yang harus dapat dirubah menjadi bilangan tegas (*crisp*). Ada beberapa metode yang digunakan untuk proses defuzzifikasi salah satu yang digunakan pada metode ini adalah metode pusat gravitasi (*centre of gravity*) atau *centroid* yang meruapakan metode yang paling terkenal dan efisien (Sinha dan Sarmah dalam Dahda, 2009). $\tilde{r}_{\alpha}$ diubah menjadi bilangan tegas dengan rumusan

$$r = Defuzzifikasi\ \tilde{r}_{\alpha} = \frac{\int_R r.\mu_{\tilde{r}}(r)dr}{\int_R \mu_{\tilde{r}}(r)dr} \text{ .... (2.56)}$$

Dalam kaitan dengan penggunaan *fuzzy* pada penentuan ukuran pemesanan yang ekonomis, dengan variabel permintaan yang bersifat deterministik akan diubah menjadi *fuzzy* permintaan maka akan mengakibatkan berubahnya bentuk ukuran pemesanan yang ekonomis menjadi *fuzzy* ukuran pemesanan yang ekonomis $\tilde{Q}$. Rumusan akan beruabah menjadi (Dahda, 2009).

$$\tilde{Q}^* = \sqrt{\frac{2.c.\tilde{D}}{h}} \text{ .... (2.57)}$$

Dimana $\tilde{D}$ adalah bilangan *fuzzy* permintaan dengan fungsi keanggotaan merepresentasikan kurva segitiga (*triangular*). Sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{D}$ didefinikan dengan *support* $[D_l;D_u]$ dengan titik D_m merupakan maksimal derajat keanggotaan. Dimana $\tilde{D} = [D_l;D_m;D_u]$ dan $D_l;D_m;D_u \in R$, dimana D_i adalah batas bawah permintaan, D_m adalah nilai tengah permintaan dan D_u adalah batas pemintaan. Derajat keanggotaan D_i dan D_u adalah 0 dan derajat keanggotaan D_m mencapai angka 1.

Begitu halnya dengan biaya persediaan yang akan berubah menjadi

$$\widetilde{TIC} = h.\frac{Q}{2} + c.\frac{\widetilde{D}}{Q} \quad \text{.......} \quad (2.58)$$

Jika ukuran pemesanan yang optimal tidak diikutkan dalam perhitungan maka didapat rumus;

$$\widetilde{TIC} = \sqrt{2.h.c.\widetilde{D}} \quad \text{.......} \quad (2.59)$$

2.6 Penelitian Terdahulu

1. Septadianti, dkk (2013) dengan judul "Sistem Pengendalian Persediaan Dengan Permintaan Dan Pasokan Tidak Pasti". Menyatakan bahwa dalam sistem pengendalian persediaan, permintaan maupun pasokan yang tidak pasti merupakan salah satu fenomena nyata yang pasti terjadi. Hal ini tentu saja dapat mengganggu proses produksi dan mengakibatkan kerugian pada perusahaan. Model *Economic Order Quantity Back Order* atau EOQ *Back Order* hanya digunakan untuk mengatasi permintaan yang tidak pasti dengan adanya kemungkinan terjadinya kehabisan persediaan (*stockout*) sehingga diperlukan persediaan cadangan. Model EOQ *Back Order* tidak memperhitungkan ketersediaan pasokan bahan baku, dimana kondisi tersebut pasti akan sering dialami oleh sebuah perusahaan manufaktur. Model pengendalian persediaan *Fuzzy* (*Fuzzy Inventory Control*) dapat digunakan dalam sistem persediaan dengan kondisi permintaan dan pasokan tidak pasti yang bertujuan untuk mendapatkan jumlah pemesanan yang optimal dan titik pemesanan ulang sehingga biaya total persediaan minimum. Studi kasus yang dilakukan pada PT.XYZ, model pengendalian persediaan *fuzzy* mampu menghasilkan biaya total persediaan paling minimum diantara model EOQ dan model kebijakan yang digunakan oleh perusahaan.
2. Wulan & Andyan (2013), dengan judul "Model EOQ *Fuzzy* Dengan Fungsi Trapesium Dan Segitiga Menggunakan *Backorder Parsial*"

menyatakan bahwa masalah umum perusahaan adalah pengendalian persediaan. Oleh karena itu perlu adanya metode untuk mengatasinya, salah satunya adalah metode EOQ. Dengan metode EOQ, perusahaan akan mengurangi persediaan yang sudah tidak layak digunakan atau rusak dan memperkecil terjadinya kendala - kendala sebuah perusahaan dalam menghasilkan produksi, atau tertundanya pekerjaan dan hilangnya kesempatan perusahaan dalam menjual produknya akibat kehabisan persediaan, maka dari itu harus ditentukan nilai EOQ (*Economic Order Quantity*) untuk meminimalkan biaya persediaan tahunan. Dalam kasus nyata banyak hal yang perlu dipertimbangkan dan kebanyakan studi pemodelan EOQ menggunakan pendekatan probabilistik untuk menangani ketidakpastian. Namun parameter persediaan banyak ketidakpastian dan kurangnya informasi biaya, untuk mengatasi masalah ini maka akan digunakan model *fuzzy* karena model *fuzzy* dapat memperkirakan biaya yang sudah ada dari kurangnya informasi biaya yang sudah ada. Pemodelan EOQ yang akan disederhanakan yaitu model EOQ *backorder* parsial dengan menggunakan *fuzzy* dan prinsip fungsi keanggotaan *fuzzy*. Hasil dari penelitian tersebut menyatakan bahwa model fuzzy dapat mengatasi masalah perusahaan dalam memperkirakan biaya-biaya untuk jangka selanjutnya.

3. Herlambang & Dewi (2017), dengan judul "Pengendalian Persediaan Bahan Baku Beras Dengan Metode *Economic Order Quantity* (EOQ) Multi Produk Guna Meminimumkan Biaya". Menyatakan bahwa pengendalian persediaan bahan baku merupakan hal yang sangat penting, sebab bahan baku merupakan salah satu faktor yang menjamin kelancaran proses produksi. Apabila jumlah bahan baku tidak sesuai dengan kebutuhan perusahaan maka akan menyebabkan ketidaklancaran proses produksi, sehingga output yang diperoleh tidak maksimal. Jumlah bahan baku yang terlalu banyak akan menyebabkan biaya persediaan yang terlalu besar, begitu pula dengan jumlah bahan baku yang terlalu sedikit tidak dapat mencukupi kebutuhan untuk

proses produksi. Maka perlu adanya metode untuk pengendalian persediaan tersebut. Metode yang dipakai adalah EOQ (Economic Order Quantity), metode ini merupakan metode yang digunakan untuk mencari titik keseimbangan antara biaya pemesanan dengan biaya penyimpanan agar diperoleh suatu biaya yang minimum. Dengan begitu perusahaan mampu merencanakan pembelian bahan baku secara optimal.