BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 HAKEKAT DAN KARAKTERISTIK MATEMATIKA

Kata matematika berasal dari bahasa latin *manthanein* atau *mathema* yang berarti belajar atau hal yang dipelajari. Matematika dalam bahasa belanda disebut *wiskunde* atau ilmu pasti yang kesemuanya berkaitan dengan penalaran (Depdiknas,2003 :1).

Adapun beberapa pendapat tentang pengertian matematika adalah sebagai berikut :

1. Menurut Johnson dan Myklebust (Abdurrahman, 2003 : 252), matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudakan berpikir".
2. Menurut Reys dkk, (Russefendi dkk, 1991 : 44) mengatakan bahwa matematika adalah telaah tentang pola dan hubungan suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat.

Pandangan tentang hakekat dan karakteristik matematika akan memberikan karakteristik mata pelajaran matematika secara keseluruhan. Ebbutt dan Straker dalam Pengembangan Silabus Depdiknas (2006 :10), mendefinisikan matematika sekolah yang selanjutnya disebut sebagai matematika, sebagai berikut :

a. Matematika sebagai kegiatan penelusuran pola dan hubungan

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu :

1) Memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan kegiatan penemuan dan penyelidikan pola-pola untuk menentukan hubungan.
2) Memberi kesempatan kepada siswa untuk melakukan percobaan dengan berbagai cara.
3) Mendorong siswa untuk menemukan adanya urutan, perbedaan, perbandingan, pengelompokan, dsb.

4) Mendorong siswa menarik kesimpulan umum.
5) Membantu siswa memahami dan menemukan hubungan antara pengertian satu dengan yang lainnya.

b. Matematika sebagai kreativitas yang memerlukan imajinasi, intuisi dan penemuan

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu :

1) Mendorong inisiatif siswa dan memberikan kesempatan berpikir berbeda.
2) Mendorong rasa ingin tahu, keinginan bertanya, kemampuan menyanggah dan kemampuan memperkirakan.
3) Menghargai penemuan yang diluar perkiraan sebagai hal bermanfaat daripada menganggapnya sebagai kesalahan.
4) Mendorong siswa menemukan struktur dan desain matematika.
5) Mendorong siswa menghargai penemuan siswa yang lainnya.
6) Mendorong siswa berfikir refleksif.
7) Tidak menyarankan hanya menggunakan satu metode saja.

c. Matematika sebagai kegiatan pemecahan masalah (*problem solving)*

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu :

1) Menyediakan lingkungan belajar matematika yang merangsang timbulnya persoalan matematika,
2) Membantu siswa memecahkan persoalan matematika menggunakan caranya sendiri,
3) Membantu siswa mengetahui informasi yang diperlukan untuk memecahkan persoalan matematika,
4) Mendorong siswa untuk berpikir logis, konsisten, sistematis dan mengembangkan sistem dokumentasi/catatan,
5) Mengembangkan kemampuan dan keterampilan untuk memecahkan persoalan

6) Membantu siswa mengetahui bagaimana dan kapan menggunakan berbagai alat peraga/media pendidikan matematika seperti : jangka, penggaris, kalkulator, busur, dsb.

d. Matematika sebagai alat berkomunikasi

Implikasi dari pandangan ini terhadap pembelajaran matematika adalah guru perlu :

1) Mendorong siswa mengenal sifat-sifat matematika,
2) Mendorong siswa membuat contoh sifat matematika,
3) Mendorong siswa menjelaskan sifat matematika,
4) Mendorong siswa memberikan alasan perlunya kegiatan matematika,
5) Mendorong siswa membicarakan persoalan matematika,
6) Mendorong siswa membaca dan menulis matematika,
7) Menghargai bahasa ibu siswa dalam membicarakan matematika.

Adapun klasifikasi pembelajaran matematika Menurut Ebbutt dan Straker, untuk semua jenjang pendidikan, materi pembelajaran matematika adalah sebagai berikut **:**

a. Fakta **(***facts)***,** meliputi: (1) informasi, (2) nama, (3) istilah dan (4) konvensi tentang lambang-lambang.
b. Pengertian *(concepts***),** meliputi: (1) struktur pengertian, (2) peranan struktur pengertian, (3) berbagai macam pola, urutan, (4) model matematika, (5) operasi dan algoritma.
c. Keterampilan penalaran**,** meliputi: (1) memahami pengertian , (2) berfikir logis, (3) memahami contoh negatif, (4) berpikir deduksi, (5) berpikir induksi, (6) berpikir sistematis dan konsisten, (7) menarik kesimpulan, (8) menentukan metode dan membuat alasan, dan (9) menentukan strategi.
d. Keterampilan algoritmik**,** meliputi: (1) keterampilan untuk memahami dan mengikuti langkah yang dibuat orang lain, (2) merancang dan membuat langkah, (3) menggunakan langkah, (4) mendefinisikan dan menjelaskan langkah sehingga dapat dipahami orang lain, (5) membandingkan dan memilih langkah yang efektif dan efisien, serta (6) memperbaiki langkah.

e. Keterampilan menyelesaikan masalah matematika (*problem solving*) meliputi: (1) memahami pokok persoalan, (2) mendiskusikan alternatif pemecahannya, (3) memecah persoalan utama menjadi bagian-bagian kecil, (4) menyederhanakan persoalan, (5) menggunakan pengalaman masa lampau dan menggunakan intuisi untuk menemukan alternatif pemecahannya, (6) mencoba berbagai cara, bekerja secara sistematis, mencatat apa yang terjadi, mengecek hasilnya dengan mengulang kembali langkah-langkahnya, dan (7) mencoba memahami dan menyelesaikan persoalan yang lain.

f. Keterampilan melakukan penyelidikan **(***investigation)***,** meliputi: (1) mengajukan pertanyaan dan mencari bagaimana cara memperoleh jawabannya, (2) membuat dan menguji hipotesis, (3) mencari dan menentukan informasi yang cocok dan memberi penjelasan mengapa suatu informasi diperlukan, (4) mengumpulkan, mengelompokkan, menyusun, mengurutkan dan membandingkan serta mengolah informasi secara sistematis, (5) mencoba metode alternatif, (6) mengenali pola dan hubungan, dan (7) menyimpulkan.

Dari beberapa pendapat diatas dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan suatu bahasa simbolis (abstrak) yang menerangkan pola dan hubungan suatu konsep dengan cara bernalar deduktif dengan tidak melupakan cara bernalar induktif yang dapat mendorong peserta didik dalam menerima keadaan *(receiving*), merespon *(responding),* pembentukan nilai (valuing), organisasi dan karakterisasi.

2.2 PENGERTIAN BELAJAR MATEMATIKA

Banyak yang berpendapat tentang pengertian belajar, diantaranya : belajar adalah suatu proses perubahan tingkah laku individu melalui interaksi dengan lingkungannya (Hamalik, 2001 : 28). Sedangkan menurut Dimyati dan Mudjiono

(2002 : 295), belajar adalah kegiatan individu memperoleh pengetahuan, perilaku, dan keterampilan dengan cara memperoleh bahan ajar.

Dari definisi belajar dan hakikat serta karakteristik matematika di atas dapat disimpulkan bahwa belajar matematika merupakan kegiatan mental untuk memahami suatu bahasa simbolis yang menerangkan pola dan hubungan suatu konsep yang berpengaruh pada kemampuan *kognitif*, *afektif,* dan *psikomotorik* untuk semakin bertambah baik.

2.3 MEDIA LINGKARAN SATUAN

2.3.1 Pengertian Media

Menurut Hamalik (1990 : 23), "media adalah alat, metode dan teknik yang digunakan dalam rangka lebih mengefektifkan komunikasi dan interaksi antara guru dan peserta didik dalam proses pendidikan dan pengajaran di sekolah". Sedangkan Gagne menyatakan bahwa media adalah berbagai jenis komponen dalam lingkungan siswa dapat merangsangnya untuk belajar, sementara Briggs berpendapat bahwa media adalah segala alat fisik yang dapat menyajikan pesan serta merangsang siswa untuk belajar (Sadiman, 2003 : 6).

Antonius C. Prihandoko dalam ensiklopedia dikti (2007) menyatakan bahwa

> *Media atau alat peraga dapat berupa benda real, gambar atau diagram. Alat peraga yang berupa benda real adalah benda-benda yang dapat dipindah-pindahkan (dimanipulasi) dan tidak dapat disajikan dalam bentuk buku (tulisan). Alat peraga yang berupa gambar atau diagram adalah bentuk tulisan yang dibuat gambarnya atau diagramnya dan tidak dapat dimanipulasi. (Prihandoko, 2007).*

Jadi dapat disimpulkan bahwa media dalam proses belajar mengajar sangat dibutuhkan karena penggunaan media dalam pengajaran berfungsi sebagai alat bantu untuk menciptakan suasana belajar yang efektif. Siswa akan lebih termotivasi dan akan bersikap positif terhadap kegiatan pembelajaran. Media juga dapat membantu menumbuhkan pikiran yang teratur dan kontinu, serta membantu menimbulkan pengertian dan pengalaman baru bagi siswa.

Dalam ensiklopedia teknologi pendidikan (2006) menjelaskan bahwa media secara umum menpunyai kegunaan :

1. Memperjelas pesan agar tidak terlalu verbalistis.
2. Mengatasi keterbatasan ruang, waktu tenaga dan daya indra.
3. Menimbulkan gairah belajar, interaksi lebih langsung antara peserta didik dengan sumber belajar.
4. Memungkinkan anak belajar mandiri sesuai dengan bakat dan kemampuan visual, auditori dan kinestetiknya.
5. Memberi rangsangan yang sama, mempersamakan pengalaman & menimbulkan persepsi yang sama.

Selain itu, kontribusi media pembelajaran menurut Kemp and Dayton (2006) adala sebagai berikut :

1. Penyampaian pesan pembelajaran dapat lebih terstandar.
2. Pembelajaran dapat lebih menarik.
3. Pembelajaran menjadi lebih interaktif dengan menerapkan teori belajar.
4. Waktu pelaksanaan pembelajaran dapat diperpendek.
5. Kualitas pembelajaran dapat ditingkatkan.
6. Proses pembelajaran dapat berlangsung kapanpun dan dimanapun diperlukan.
7. Sikap positif siswa terhadap materi pembelajaran serta proses pembelajaran dapat ditingkatkan.
8. Peran guru berubah kearah yang positif

Menurut Antonius C Prihandoko (2007) penggunaan media atau alat peraga dapat dikaitkan dengan :

a) Pembentukan dan pemahaman konsep;
b) Latihan dan penguatan;
c) Pelayanan terhadap perbedaan individual;
d) Pengukuran, pengamatan dan penemuan ide-ide dan relasi baru serta penyimpulannya secara umum;
e) Pemecahan masalah pada umumnya;

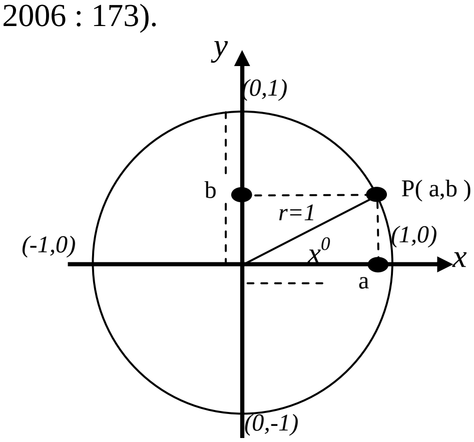
f) Pengundangan untuk berfikir, berdiskusi, dan partisipasi aktif.

Menurut Antonius C Prihandoko (2007) agar media atau alat peraga dapat digunakan secara tepat dan sesuai dengan tujuan pembelajaran, maka ada beberapa hal yang harus diperhatikan dalam membuat media atau alat peraga, yaitu :

a) Tahan lama (dibuat dari bahan-bahan yang cukup kuat);
b) Bentuk dan warnanya menarik;
c) Sederhana dan mudah dikelola (tidak rumit);
d) Ukuranya sesuai (seimbang) dengan ukuran fisik anak;
e) Dapat menyajikan (dalam bentuk real, gambar atau diagram) konsep matematika;
f) Sesuai dengan konsep;
g) Dapat menunjukan konsep matematika dengan jelas;
h) Peraga itu merupakan dasar bagi tumbuhnya konsep abstrak;
i) Bila kita juga mengharapkan agar siswa aktif maka alat peraga itu hendaknya dapat dimanipulasi, yaitu dapat diraba, dipegang, dipindahkan dan diotak-atik, atau dipasangkan dan di copot, dan lain-lain;
j) Bila mungkin dapat berfaedah lipat (banyak).

2.3.2 Lingkaran Satuan

Lingkaran satuan adalah lingkaran yang memiliki jari-jari satu satuan (Ari Damari , 2006 : 173).



Gambar2.1. Lingkaran satuan

Jika titik P (a, b) dan membentuk sudut x, maka perbandingan trigonometrinya memenuhi,

$$\text{Sin } x = \frac{b}{r} = b$$

$$\text{Cos } x = \frac{a}{r} = a$$

2.3.3 Media Lingkaran Satuan

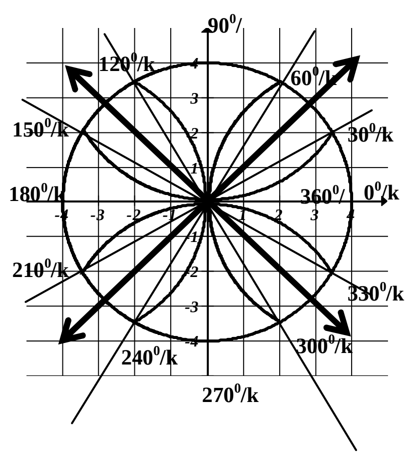
a. Nama media : Lingkaran satuan

b. Bahan

- ~ Mika transparan
- ~ Kertas milimeter
- ~ Penggaris busur derajat lingkaran

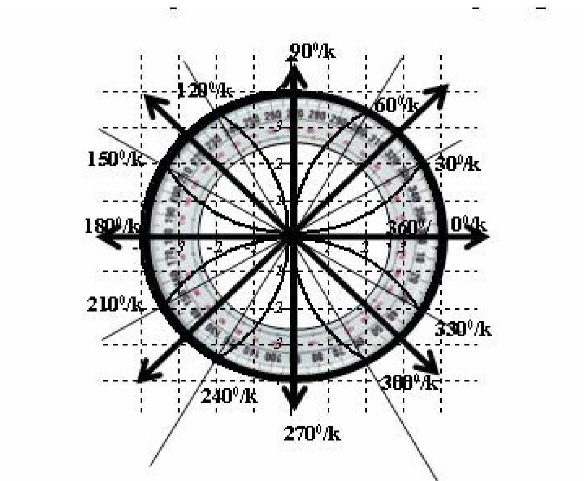
c. Cara pembuatan

- ~ Buatlah lingkaran dengan jari-jari sebarang seperti gambar 2.1.



Gambar 2.2. media lingkaran Satuan

~ Pindahkan gambar beserta gambar busur derajat tersebut pada mika transparan kemudian susun seperti gambar 2.



Gambar 2.3. Media Lingkaran Satuan dengan Busur Derajat Lingkaran

~ Ujilah apakah kedua lingkaran dapat berputar 360^0

d.. Kegunaan media

~ Menggambar grafik trigonometri dasar (Asin kx, Acos kx dan A tan kx)

~ Menggambar grafik trigonometri bentuk translasi harisontal dan vertikal (A Sin (kx $\pm\theta$) ; A Cos (kx $\pm\theta$) dst)

e. Batasan media

Alat ini tidak dapat untuk menggambar grafik kebalikan sinus, cosinus dan tangen. Untuk ukuran amplitudo menggunakan skala yaitu jari-jari lingkaran satuan yang dibuat dibanding amplitudo fungsi trigonometri (***R : A***)

E. Langkah langkah penggunaan media lingkaran satuan

- Bentuk y = A sin Kx atau y = A cos Kx

1. Membuat skala horisontal (sumbu x) dengan interval kelipatan $\frac{\pi}{6k}$
2. Membuat skala vertikal (sumbu y) dengan $1:\frac{A}{R}$, R = 4
3. Meletakkan pusat media lingkaran satuan pada sumbu x di sembarang titik.

Untuk bentuk y = A sin Kx, letakkan titik $\frac{\pi}{2k}$, pada sumbu x positif

Untuk bentuk y = A cos Kx, letakkan titik 0, pada sumbu x positif

4. Membuat titik-titik koordinat sesuai interval pada sumbu x dengan media lingkaran satuan.
5. Menghubungkan semua titik-titik sehingga terbentuk kurva trigonometri.

- Bentuk y = A sin (kx ±α)

1. Membuat skala horisontal (sumbu x) dengan interval kelipatan $\frac{\pi}{6k}$
2. Membuat skala vertikal (sumbu y) dengan $1:\frac{A}{R}$, R = 4
3. Meletakkan pusat media lingkaran satuan pada sumbu x di sembarang titik

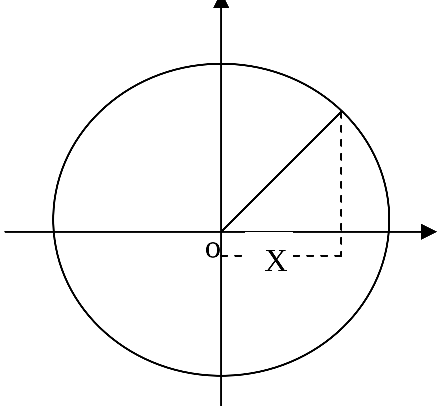
   Untuk bentuk y = A sin Kx, letakkan titik $\frac{\pi}{2k}$, pada sumbu x positif

   Untuk bentuk y = A cos Kx, letakkan titik 0, pada sumbu x positif
4. Menggeser sumbu x sebesar sudut yang diinginkan, jika sudut positif (+) maka bergeser keatas (berlawanan jarum jam) dan jika sudut negatif (–) maka bergeser kebawah (searah jarum jam).
5. Membuat titik-titik koordinat sesuai interval pada sumbu x dengan media lingkaran satuan
6. Menghubungkan semua titik-titik sehingga terbentuk kurva trigonometri.

2.3.4 Dasar Matematika Yang Digunakan

2.3.4.1 Periode Fungsi Sinus dan Kosinus

Pada perhitungan ini dasar matematika yang digunakan adalah periode dari fungsi-fungsi trigonometri f (x) = sin x dan f (x) = cosx dengan x dalam ukuran atau radian



Gambar 2. 4. Lingkaran

Untuk memahami pengertian periode fungsi sinus dan kosinus, perhatikan Gambar 2.4. titik o adalah pusat lingkaran yang berjari-jari satuan dan titik P(x,y) terletak pada keliling lingkaran itu. Misalkan $\angle$POX = a^o dan pertambahan sudutnya dapat dilakukan dengan cara memutar garis OP (titik O tetap) berlawanan arah dengan putaran jarum jam biasa.

Dari Gambar 2.4, tampak bahwa :

$$\sin a^o = \frac{y}{r}$$

$$\sin (a+360^o) = \frac{y}{r} = \sin a^o$$

$$\sin (a+270^o) = \frac{y}{r} = \sin a^o$$

Demikian seterusnya, berlaku hubungan sin (a + n x 360^o) = sin a^o; dengan n = 0, 1, 2, 3, ... atau n $\in$ {bilangan cacah}

Demikian pula dapat ditunjukkan bahwa :

Sin (a + n 360)^o = sin a^o ; berlaku untuk n = -1, -2, -3, ... atau n $\in$ {bilangan bulat negative}

Dengan demikian kita dapat menyimpulkan bahwa :

Sin (a + n x 360)^o = sin a^o ; berlaku untuk n $\in$ {bilangan bulat}. Sesuai dengan definisi dari fungsi periodik, dapatlah kita katakan bahwa fungsi sinus f(x^o) = sin x^o adalah fungsi periodik dengan periode dasar 360^o.

Sekarang kita akan meninjau untuk fungsi kosinus f (x^o) = cos x^o. dari Gambar 2.4, kita memperoleh hubungan :

$$\cos a^o = \frac{x}{r}$$

$$\cos (a + 360^o) = \frac{x}{r} = \cos a^o$$

$$\cos (a + 720^o) = \frac{x}{r} = \cos a^o$$

Demikian seterusnya, berlaku hubungan cos (a + n x 360)^o = cos a^o ; dengan n = 0, 1, 2, 3, ….. atau n $\in$ {bilangan cacah}

Dapat pula ditunjukkan bahwa :

Cos (a + n x 360)^o; berlaku untuk n = -1, -2, -3, ….atau n $\in$ {bilangan bulat negative}

Dengan demikian , kita menyimpulkan bahwa :

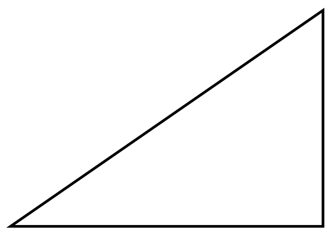
Cos { a + n x 360 }^{o} = cos a^o; berlaku untuk n $\in$ {bilangan bulat}

Jadi, fungsi kosinus f(x^o) = cos x^o juga merupakan *fungsi periodik* dengan periode dasar 360^o.

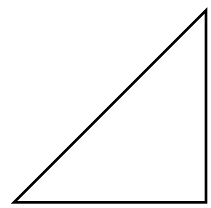
2.3.4.2 Nilai Fungsi Trigonometri

1. Nilai Fungsi Trigonometri untuk Sudut-sudut istimewa

Fungsi trigonometri untuk sudut-sudut istimewa (30^0,45^0,60^0) dapat ditentukan dengan menggunakan pertolongan segitiga siku-siku seperti diperlihatkan pada gambar 2.5 berikut ini



Gambar 2.5.a Segitiga



Gambar 2.5.b Segitiga

Dari gambar 2.5.a , kita mendapatkan nilai fungsi trigonometri untuk sudut 30^o dan sudut 60^o sebagai berikut.

$$\text{Sin } 30^0 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Cos } 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{Sin } 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\text{Cos } 60^o = \frac{1}{2}$$

Sedangkan dari gambar 2.5.b, kita mendapatkan nilai fungsi trigonometri untuk sudut 45, yaitu :

$$\text{Sin } 45^o = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{Cos } 45^o = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut-sudut istimewa yang lebih besar dari 90 dapat ditentukan dengan menggunakan pertolongan rumus-rumus trigonometri untuk sudut-sudut berelasi atau rumus-rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Sebagai contoh :

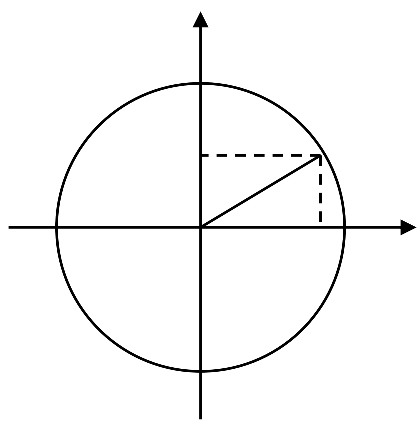
a) $\sin 150^0 = \sin (180 - 30)^o = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$

b) $\sin 300^o = \sin (360 - 60)^o = -\sin 60^o = -(\frac{1}{2}\sqrt{3}) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

c) $\cos 120^o = \cos (180 - 60)^o = -\cos 60^o = -(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$

d) $\cos 225^o = \cos (180 + 45)^o = -\cos 45^o = -(\frac{1}{2}\sqrt{2}) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

2. Nilai Fungsi Trigonometri Untuk sudut-sudut batas kuadran



a^0 sudut kuadran I maka $0^0 < x^o < 90^o$

a^0 sudut kuadran II maka $90^0 < x^o < 180^o$

a^0 sudut kuadran III maka $180^0 < x^o < 270^o$

a^0 sudut kuadran IV maka $270^0 < x^o < 360^o$

Gambar2.6. Lingkaran berjari – jari r

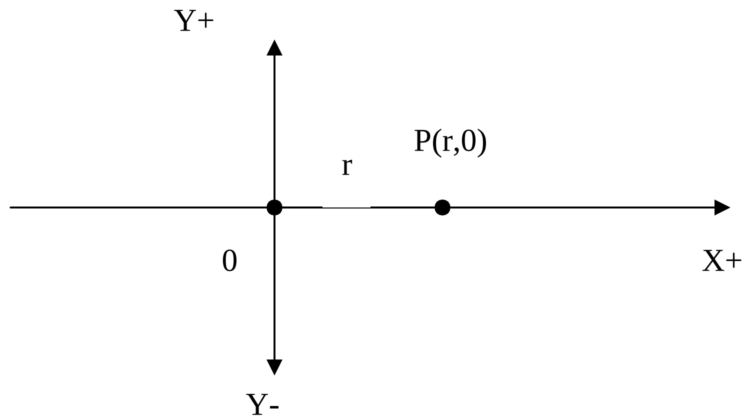
Bertitik tolak dari pengertian besar sudut pada tiap kuadran di atas maka sudut 0^o, 90^o, 180^o, 270^o, dan 360^o disebut sebagai sudut-sudut batas kuadran. Berdasarkan gambar 2.7, definisi fungsi trigonometri untuk sudut a^o dinyatakan sebagai berikut :

$$\text{Sin } x^0 = \frac{y}{r}$$

$\text{Cos } x^o = \frac{x}{r}$

- ❖ Nilai Fungsi Trignometri untuk sudut 0^o

Kalau sudut $a^o = o^o$ maka kaki sudut OP berimpit dengan sumbu OX, sehingga x = r dan y = 0 (perhatikan Gambar2.7). Dengan demikian, kita mendapatkan nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut 0^o sebagai berikut.

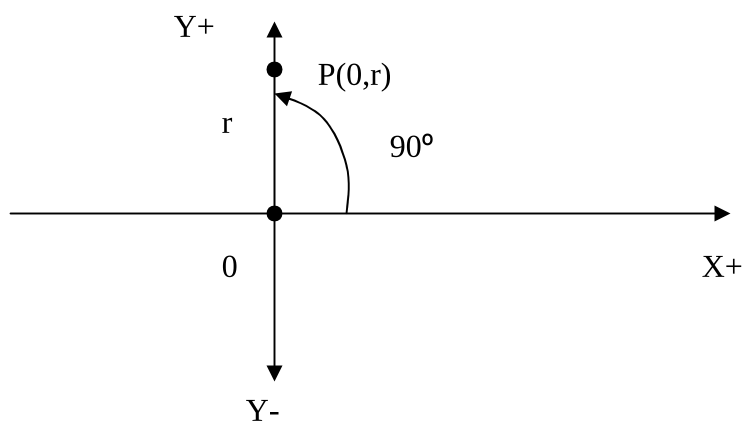


Gambar 2.7.Letak sudut 0^o

$\text{Sin } 0^o = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0$ $\text{Cos } 0^o = \frac{x}{r} = \frac{1}{r} = 1$

- ❖ *Nilai Fungsi Trigonometri untuk Sudut 90^0*

Kalau sudut a = 90^0 maka kaki sudut OP berimpit dengan sumbu OY, sehingga x = 0 dan y = r (perhatika Gambar 2.8). Dengan demikian, kita mendapatkan nilai funsi trigonometri untuk sudut 90^0 sebagai berikut.

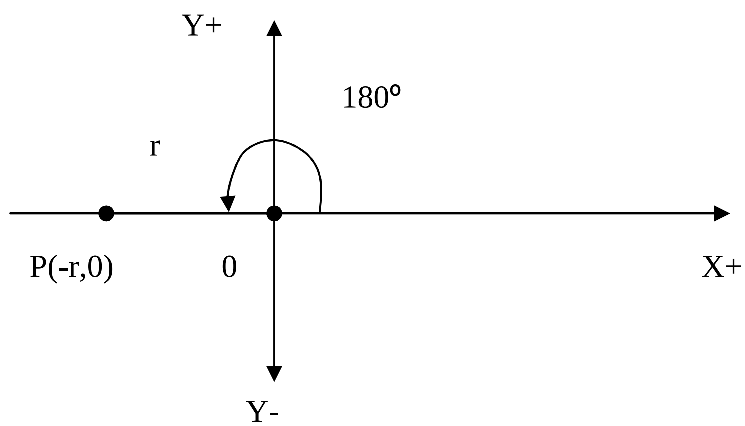


Gambar 2. 8. Letak sudut 90^0

$$\text{Sin } 90^0 = \frac{y}{y} = \frac{r}{r} = 1 \qquad \text{Cos } 90^o = \frac{x}{r} = \frac{0}{r} = 0$$

- *Nilai Fungsi Trigonometri untuk sudut 180^o*

Kalau sudut a =180^o maka kaki sudut OP berimpit dengan sungguh OX sehingga x = -r dan y = 0 (perhatikan Gambar 2.9). dengan demikian, kita mendapatkan nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut 180^o sebagai berikut



Gambar 2.9. Letak sudut 180^0

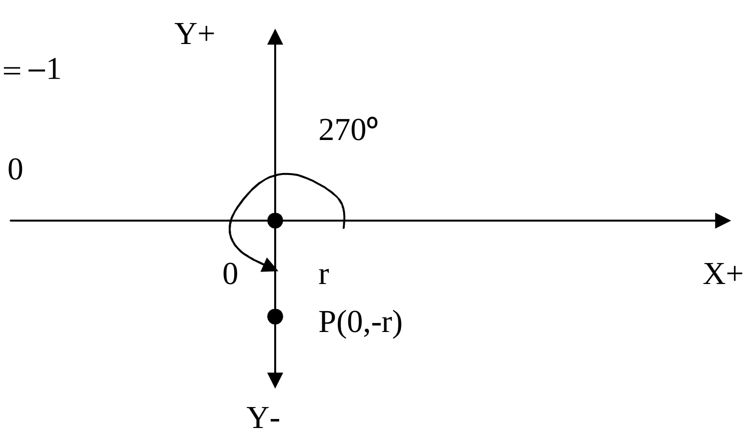
$$\text{Sin } 180^o = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0 \qquad \text{Cos } 180^o = \frac{x}{r} = \frac{-r}{r} = -1$$

- *Nilai Fungsi Trigonometri untuk Sudut 270^o*

Kalau sudut a^o = 270^o maka kaki sudut OP berimpit dengan sumbu OY, sehingga x = 0 dan y = -r (perhatikan Gambar 2.10). dengan demikian , kita mendapatkan nilai-nilai fungsi r trigonometri untuk sudut-sudut 270^0 sebagai berikut

$$\text{Sin } 270^o = \frac{y}{r} = \frac{-r}{r} = -1$$

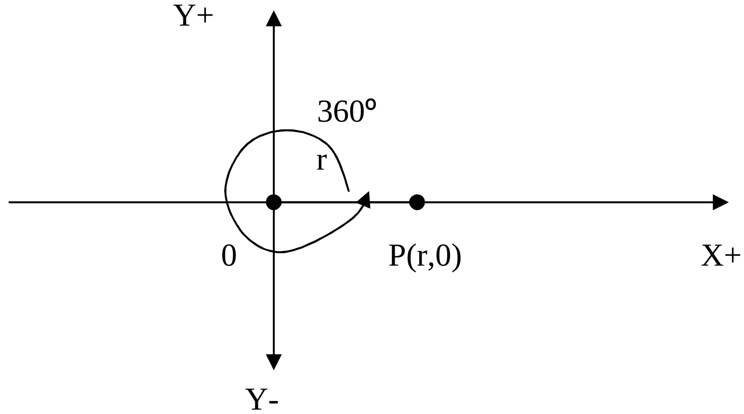
$$\text{Cos } 270^o = \frac{x}{r} = \frac{0}{r} = 0$$



Gambar 2. 10. Letak Sudut 270^0

❖ Nilai Fungsi Trigonometri untuk Sudut 360^0

Kalau sudut = 360^o maka kaki sudut OP kembali berimpit dengan sumbu OX, sehingga x = r dan y = 0 (perhatikan Gambar 2.11). dengan demikian , kita mendapatkan nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut 360^o sebagai berikut



Gambar 2.11. Letak Sudut 360^0

Sin $360^0 = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0$

Cos $360^o = \frac{x}{r} = \frac{r}{r} = 1$

Nilai fungsi trigonometri untuk sudut-sudut batas kuadran dapat pula disajikan dalam bentuk tabel seperti diperlihatkan pada Tabel 2.1 berikut ini.

Tabel 2.1.Nilai fungsi trigonometri untuk batas- batas kuadran

a^0	**0^0**	**90^0**	**180^0**	**270^0**	**360^0**
Sin a^o	0	1	0	-1	0
Cos a^o	1	0	-1	0	1
Tan a^o	0	-	0	-	0

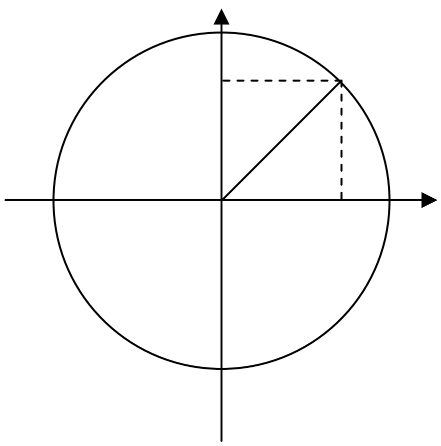
Sumber : Erlangga Kls. X (1994)

2.3.4.3 Nilai Extream dan Amplitudo

1. Nilai ekstrem (Y_{maks} dan Y_{min})

Adalah nilai maksimum dan nilai minimum fungsi trigonometri

Perubahan nilai fungsi trigonometri dapat kita amati dengan menggunakan pertolongan lingkaran satuan, dari gambar 2.12 kita mendapatkan



Sin $a^o = \frac{y}{1} = y$; nilai sin a^o ditentukan oleh ordinat y.

Cos $a^o = \frac{x}{1} = x$; nilai cos a^o ditentukan oleh absis x

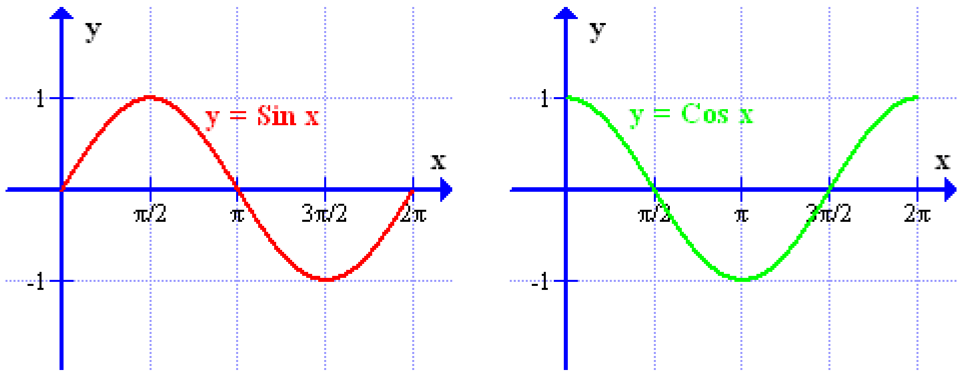
Gambar 2. 12. Lingkaran

Misalkan titik P berputar (diawali dari titik A) berlawanan arah jarum jam pada lingkaran satuan, sehingga sudut $a^o = \angle XOP$ bertambah secara kontinu dari 0^o sampai dengan 360^0. dengan bertambahnya sudut a^o tadi maka nilai fungsi trigonometri sin a^o dan cos a^o, akan mengalami perubahan. Perubahan itu diperlihatkan pada Tabel berikut ini :

Tabel 2.2. Pertambahan nilai fungsi trigonometri

a^o bertambah dari	**O^o ke 90^0**	**90^o ke 180^o**	**180^o ke 270^o**	**270^o ke 360^o**
Sin a^0	Bertambah dari 0 ke 1	Berkurang dari 1 ke 0	Berkurang dari 0 ke -1	Bertambah dari -1 ke 0
Cos a^o	Berkurang dari 1 ke 0	Berkurang dari 0 ke -1	Berkurang dari -1 ke 0	Bertambah dari 0 ke

Sumber : Erlangga Kls. X (1994)



Gambar 2. 13. Grafik Pertambahan nilai fungsi trigonometri

Berdasarkan Tabel 2.2 di atas, kita dapat mengambil kesimpulan sebagai berikut :

1) $(\sin a^{o})_{maksimum} = 1$, dicapai untuk $a = 90 + n \times 360$

   $(\sin a^{o})_{minimum} = -1$, dicapai untuk $a = 270 + n \times 360$

   Jadi, $-1 \leq \sin a^{0} \leq 1$ untuk setiap $a \in R$.

2) $(\cos a^{o})_{maksimim} = 1$, dicapai untuk $a = n \times 360$

   $(\cos a^{o})_{minimum} = -1$, dicapai untuk $a = 180 + n \times 360$

   Jadi, $-1 \leq \cos a^{o} \leq 1$ untuk tiap $a \in R$.

2. Amplitudo (A)

   Adalah simpangan terbesar dari fungsi trigonometri

$$A = \frac{1}{2}\left(Y_{maks} - Y_{\min}\right)$$

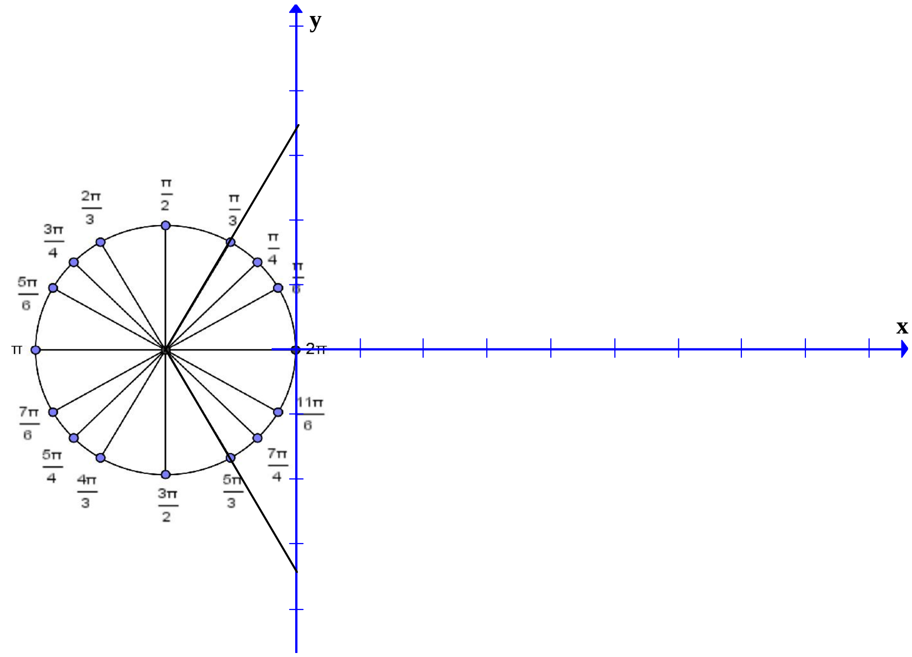
2.3.4.4 Grafik fungsi trigonometri

Grafik fungsi trigonometi dapat digambar dengan dua cara yaitu :

1. Menggunakan lingkaran satuan
2. Menggunakan tabel

1. Metode Lingkaran Satuan

Perhatikan gambar berikut ini yang merupakan lingkaran satuan



Gambar 2.14. Grafik dengan Metode Lingkaran Satuan

Cara untuk membuat lingkaran satuan adalah sebagai berikut :

a. Membuat lingkaran berjari – jari 1 satuan panjang.

b. Membagi lingkaran tersebut dengan selang 15^0 atau 30^0

c. Memindahkan panjang keliling lingkaran ke sumbu X, jika dikehendaki skala pada sumbu X sama dengan sumbu Y.

d. Memindahkan sudut-sudut pada lingkaran ke sumbu X dengan perbandingan yang sepadan.

e. Memperpanjang jari-jari pada lingkaran untuk membentuk sudut60^0 dan 300^0, sehingga memotong sumbu Y pada titik $\sqrt{3}$ dan - $\sqrt{3}$.

2. Tabel Nilai Fungsi

Misalkan fungsi trigonometri y = f (x), dengan x dalam radian atau derajat. Maka akan ditentukan nilai-nilai pasangan terurut yang istimewa (x, f(x)) untuk fungsi yang bersangkutan. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

a. Membuat tabel nilai fungsi
b. Menetapkan nilai fungsi untuk sudut yang istimewa untuk fungsi yang bersangkutan.
c. Menggambarkan pasangan terurut (x, f (x)) pada sunbu koordinat cartesius.
d. Menghubungkan titik-titik (x, F (x)), sehingga sehingga diperoleh grafik fungsi trigonometri yang diminta.

Berikut ini contoh tabel nilai fungsi y = f (x) dengan

$0 \le x \le 2\pi$

Tabel 2.3. nilai fungsi y = f(x) dengan $0 \le x \le 2\pi$

X	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	….	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Y = f (x)	….	….	….	….	….	….	….	….

Sumber : Seribu pena, Kls X (1999)

3. *Sketsa Grafik Trigonometri*

(1). Bentuk dasar

1*. Untuk Y = Sin x

- terdiri dari gunung dan lembah
- nilai maksimum = 1 dan nilai minimum = –1
- periode = 360 dan Amplitudo = 1
- pembuat nol fungsi : 0^o, 180^o, 360^o

2*. Untuk Y = Cos x

- terdiri dari $\frac{1}{2}$ gunung, lembah, dan $\frac{1}{2}$ gunung
- nilai maksimum = 1 dan nilai minimum = –1
- periode = 360 dan Amplitudo = 1
- pembuat nol fungsi : 0^o, dan 270^o

(2). Bentuk umum

1*. Untuk Y = A Sin kx

- ☛ terdiri dari gunung dan lembah
- ☛ nilai maksimum = $|A|$ dan nilai minimum = $-|A|$
- ☛ periode = $\dfrac{360^{\circ}}{k}$ dan Amplitudo = $|A|$
- ☛ pembuat nol fungsi : 0^{o}, $\dfrac{\pi}{k}$, … (berbeda $\dfrac{\pi}{k}$) sampai dengan

  $2\pi \rightarrow$ batas terakhir

2*. Untuk Y = A Cos kx

- ☛ terdiri dari $\frac{1}{2}$ gunung, lembah, dan $\frac{1}{2}$ gunung
- ☛ nilai maksimum = $|A|$ dan nilai minimum = $-|A|$
- ☛ periode = $\dfrac{360^{\circ}}{k}$ dan Amplitudo = $|A|$
- ☛ pembuat nol fungsi : $\dfrac{\pi}{2k}$, … (berbeda $\dfrac{\pi}{k}$) sampai dengan

  $2\pi \rightarrow$ batas terakhir

(3). Bentuk translasi vertikal

1*. Untuk Y = A Sin kx $\pm$ C

- ☛ Sketsa grafik dasar Y = A Sin kx
- ☛ Untuk C = $\oplus$, grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah atas sejauh C satuan dan untuk C = $\ominus$, ditranslasikan ke arah bawah sejauh C satuan.

2*. Untuk Y = A Cos kx $\pm$ C

- ☛ Sketsa grafik dasar Y = A Cos kx
- ☛ Untuk C = $\oplus$, grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah atas sejauh C satuan dan untuk C = $\ominus$, ditranslasikan ke arah bawah sejauh C satuan.
- ☛ jika menggunakan lingkaran satuan maka pusat lingkaran digeser ke atas atau ke bawah sejauh C

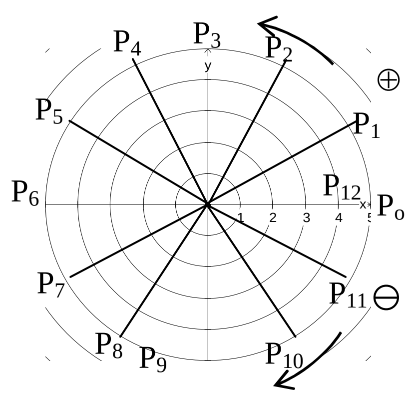
(4). Bentuk translasi horisontal

1*. Untuk Y = A Sin k$\left(x \pm \theta\right)$

- Sketsa grafik dasar Y = A Sin kx
- Untuk θ = ⊕ , grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah kiri sejauh $\dfrac{\theta}{k}$
- Untuk θ = ⊖, grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah kanan sejauh $\dfrac{\theta}{k}$

2*. Untuk Y = A Cos k$\left(x \pm \theta\right)$

- Sketsa grafik dasar Y = A Cos kx
- Untuk θ = ⊕ , grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah kiri sejauh $\dfrac{\theta}{k}$
- Untuk θ = ⊖, grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah kanan sejauh $\dfrac{\theta}{k}$
- Untuk θ = ⊖, grafik yang diperoleh ditranslasikan ke arah kanan sejauh $\dfrac{\theta}{k}$
- jika menggunakan lingkaran satuan maka P_o bergerak berlawanan arah putaran jarum jam sejauh θ dari posisi 0^o untuk θ = ⊕ dan searah putaran jarum jam untuk θ = ⊖



Gambar 2.15. Translasi Berlawanan Arah Jarum Jam

(5). Bentuk translasi horisontal dan vertikal

1*. Untuk Y = A Sin k$\left(x \pm \theta\right) \pm$ C

☛ diselesaikan secara translasi horisontal kemudian dilanjutkan dengan translasi vertikal seperti cara di atas.

2*. Untuk Y = A Cos k$\left(x \pm \theta\right) \pm$ C

☛ diselesaikan secara translasi horisontal kemudian dilanjutkan dengan translasi vertikal seperti cara di atas.

A. Grafik Fungsi Baku Sinus

Dengan menggunakan notasi himpunan bentuk baku dari fungsi sinus dapat dituliskan sebagai berikut.

f = (x,y) | y = sin x, x dalam radian }

Fungsi sinus dengan persamaan grafik y = sin x adalah fungsi periodik dengan periode 2π. jadi, dalam daerah wilayah w = {x | 0 ≤ x ≤ 2nπ } didapatkan daerah jelajahnya adalah{ y | -1 ≤ y ≤ 1 }

❖ Cara 1 : Dengan menggunakan tabel

Grafik fungsi baku sinus f (x)= sin x dengan persamaan y = sin x dapat digambar dengan menggunakan pertolongan Tabel berikut ini.

Tabel 2.4. Fungsi baku sinus F(x) = sin x

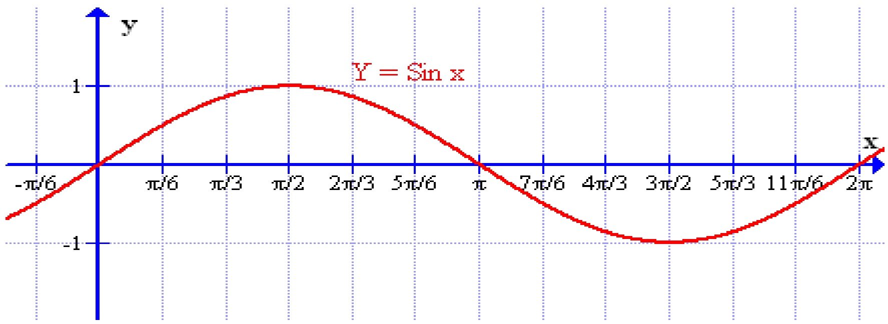
X	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	…..	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Y sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	…..	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	0

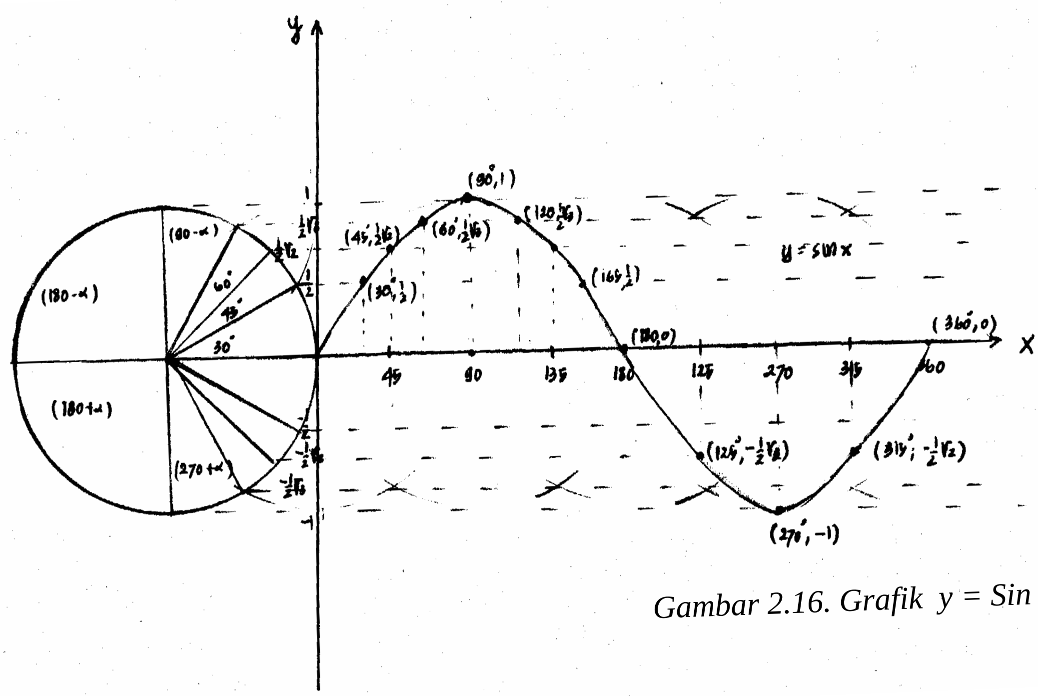
Sumber : Seribu pena, Kls X (1999)

Catatan :

Nilai $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ didekati dengan 0,87 dan $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dengan -0,87

Dari Tabel di atas, titik 0 titik (x,y) dilukiskan pada bidang Cartosius, kemudian titik-titik itu dihubungkan dengan kurva yang mulus sehingga diperoleh sketsa grafik fungsi baku sinus f(x) = sin x dalam interval $0 \leq x \leq 2\pi$. Perhatikan Gambar berikut :





Gambar 2.16. Grafik y = Sin x

❖ Cara 2 : Dengan menggunakan lingkaran satuan dinamakan satu gelombang atau satu frekuensi. Tinggi puncak = kedalaman lembah, dinamakan amplitudo. Jarak dari 0 ke 2π dinamakan panjang gelombang, dan biasanya lembangkan dengan λ (lamda)

Perhatikan bahwa :

$$y_{maksimum} = 1 dicapai\, untuk\; x = \frac{\pi}{2} dan\; pada\, umumnya\, untuk\; x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

$$y_{\min imum} = -1 dicapai\, untuk\; x = \frac{3\pi}{2} dan\; pada\, umumnya\, untuk\; x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$$

B. Grafik Fungsi Baku Kosinus

Bentuk baku dari fungsi kosinus adalah :

$f = \{(x, y)1 y = \cos x, x\, dalam\; radian\}$

Fungsi kosinus dengan persamaan grafik y = cos x juga merupakan fungsi periodik dengan periode 2. jadi, dalam wilayah y = $\{x 1 0 \leq x \leq 2n\pi\}$ didapatkan daerah jelajahnya adalah $\{y 1 -1 \leq y \leq 1\}$

Untuk menggambar sketsa grafik fungsi kosinus f (x) = cos x dengan persamaan y = cos x

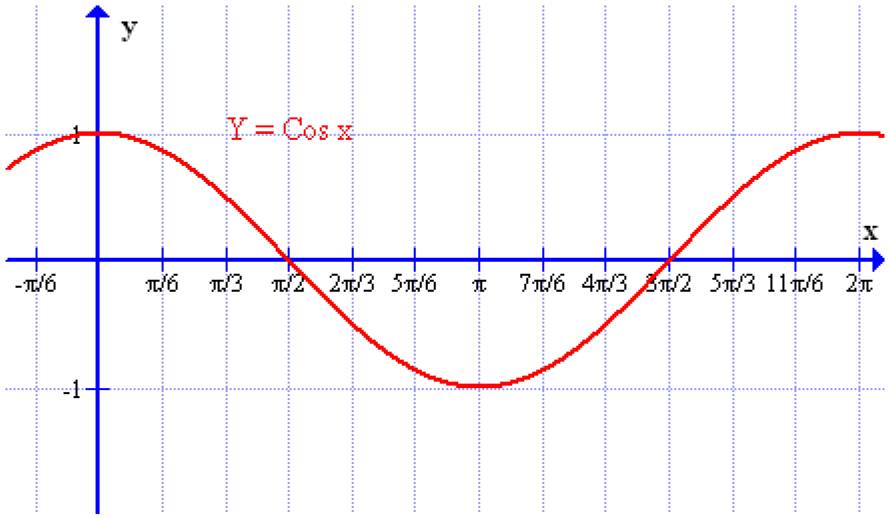
❖ Cara 1 : Dengan menggunakan tabel

Tabel 2.5. Fungsi baku sinus F(x) = cos x

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	….	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\angle\pi$
$y = \cos x$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	….	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1

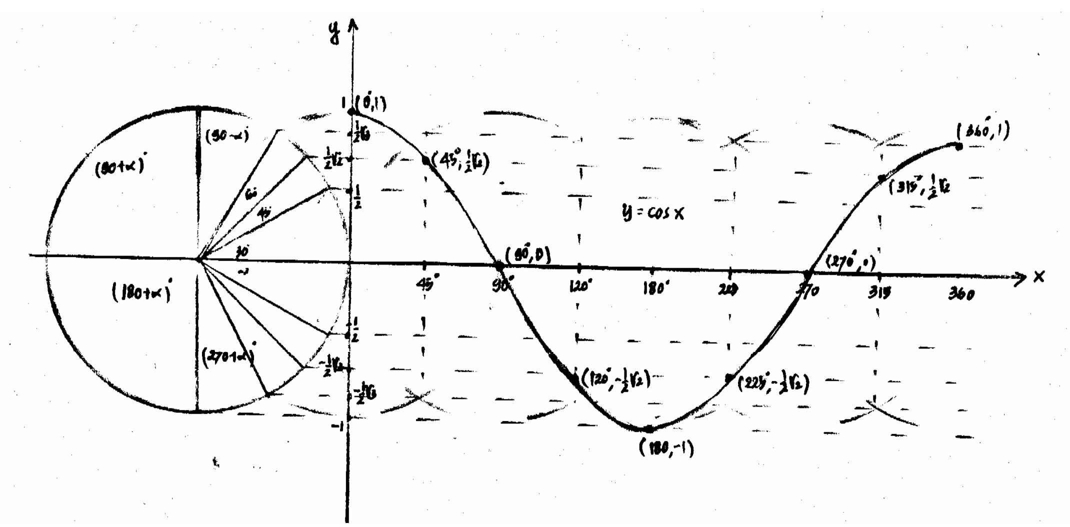
Sumber : Seribu pena, Kls X (1999)

Dengan menggunakan Tabel di atas, sketsa grafik fungsi kosinus f(x) = cos x dalam interval diperlihatkan pada Gambar berikut ini



Gambar 2.18. f(x) = cos x

❖ Cara 2 : Dengan menggunakan lingkaran satuan



Gambar 2.19. Grafik f(x) = cos x

Perhatikan bahwa, pada fungsi kosinus dengan persamaan y = cos

$y_{maksimum} = 1 \, dicapai \; untuk \; x = 0 \, dan \, x = 2\pi, \, pada \; umumnya \; untuk \; x = 2n\pi$

$y_{\min imum} = -1 \, dicapai \; untuk \; x = \pi, \, pada \, umumnya \, untuk \; x = \pi + 2n\pi$

C. Grafik Fungsi Trigonometri f (x) = a sin (kx $\pm$ b) dan f (x) = a cos (kx $\pm$ b)

Grafik fungsi f (x) = a sin (kx $\pm$ b) dan f (x) = a cos (kx $\pm$ b) dapat diperoleh dari grafik fungsi f(x) = a sin kx, f(x) = a cos kx , dengan cara mentranslasikannyan secara horisontal. Untuk menentukan seberapa jauh dan dalam arah mana (ke kiri atau ke kanan), maka kita lihat contoh berikut ini :

Gambarlah sketsa grafik dari tiap fungsi trigonometri berikut dalam interval $0 \leq x \leq 2\pi$

a. $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ b. $f(x) = 3\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$

Jawab :

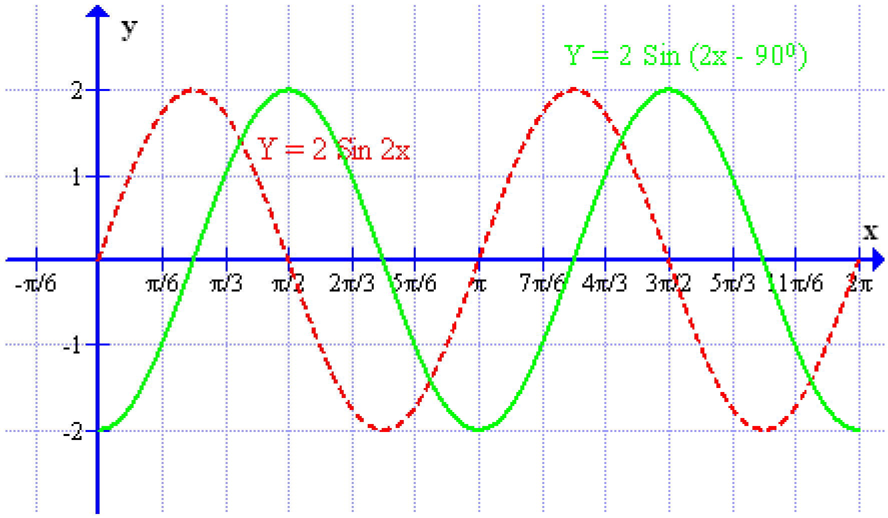
a. Persamaan grafik dari $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ adalah. $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, dan pasangan nilai (x,y) diperlihatkan pada tabel berikut :

Tabel 2.6.Nilai fungsi

x	0	$\frac{\pi}{4}$	……	$\frac{7\pi}{4}$	2π
$\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$	$-\frac{\pi}{2}$	0	……	3π	$\frac{7\pi}{2}$
$y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$	-2	0	……	0	-2

Sumber : Seribu pena, Kls X (1999)

Dengan menggunakan pertolongan tabel, sketsa grafik fungsi $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ dapat dilukiskan dengan memakai garis penuh pada gambar 18 berikut ini.



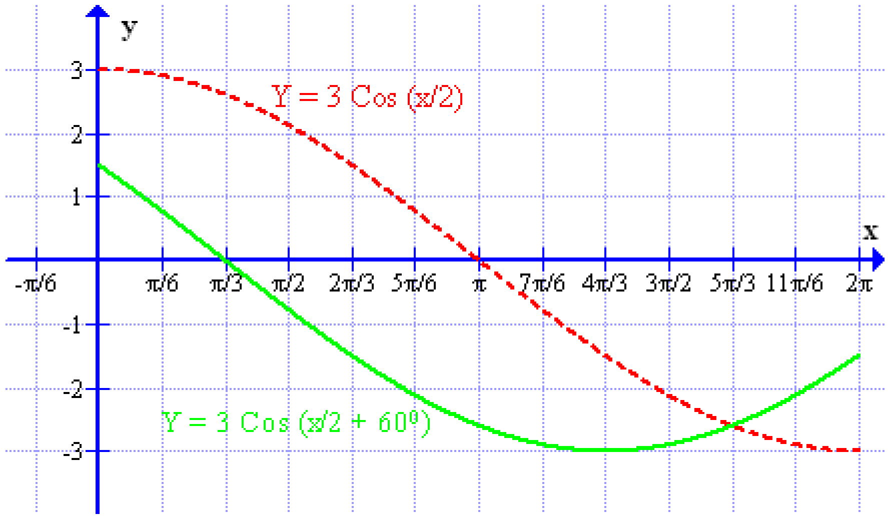
Gambar 2.20. grafik fungsi f(x) = 2 sin (2x - $\frac{\pi}{2}$)

b. Persamaan grafik dari f (x) = 3 cos ($\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$) adalah. y = 3 cos ($\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$), dan pasangan nilai (x,y) diperlihatkan pada tabel berikut:

Tabel 2.7.Tabel nilai fungsi

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	….	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
($\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$)	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{12}$	….	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$
y = 3 cos ($\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$)	$\frac{3}{2}$	0	-0,78	….	-2,9	$-\frac{3}{2}\sqrt{3}$	-2

Dengan menggunakan pertolongan tabel, sketsa grafik fungsi . f (x) = 3 cos ($\frac{1}{2}x$ + $\frac{\pi}{3}$) dapat dilukiskan dengan memakai garis penuh pada gambar berikut ini. Grafik dengan garis terputus putus pada gambar berikut ialah grafik fungsi f(x) = 3 cos $\frac{1}{2}x$.



Gambar 2.21. Grafik y = 3Cos x/2

Pada gambar 2.20, tampak bahwa grafik fungsi f (x) = 2 sin (2x - $\frac{\pi}{2}$) = 2 sin2 (x - $\frac{\pi}{4}$) di peroleh dari grafik fungsi f(x) = 2 sin 2x dengan *mentranslasikn sejauh* $\frac{\pi}{4}$ *satuan dalam arah horisontal ke kanan.*

Pada gambar 2.21, tampak bahwa grafik fungsi f (x) = 3 cos ($\frac{1}{2}x$ + $\frac{\pi}{3}$) = 3 cos $\frac{1}{2}$ (x + $\frac{2\pi}{3}$) di peroleh dari grafik fungsi f (x) = 3 cos $\frac{1}{2}x$ .dengan *mentranslasikan sejauh* $\frac{2\pi}{3}$ *satuan dalam arah horisontal ke kiri.*

Hasil-hasil diatas ternyata berlaku secara umum, baik untuk grafik fungsi sinus, fungsi cosinus, maupun fungsi tangen.

Dengan demikian, dari contoh ini kita dapat mengambil kesimpulan secara umum sebagai berikut :

Misalkan bahwa f (x) adalah fungsi fungsi trigonometri baku sehingga af (kx) = a sin kx, af (kx) = a cos kx, atau af (kx) = a tan kx.

Jika k dan b adalah bilangan bilngan real positif yang tidak sama dengan nol maka :

I. Grafik fungsi $f(x) = f(k\,x-b) = f\left(k\left(x - \frac{b}{k}\right)\right)$ di dapat dari grafik fungsi f (kx) yang di translasikan sejauh $\frac{b}{k}$ satuan kearah horisontal ke kanan.

II. Grafuk fungsi $f(kx+b) = f\left(k\left(x+\frac{b}{k}\right)\right)$ di dapat dari grafik fungsi f (kx) yang di translasikan sejauh $\frac{b}{k}$ satuan kearah horisontal ke kiri.

Kesimpulan tersebut lebih dapat mudah diingat dengan menggunakan bagan dibawah ini:

$$\begin{array}{ccccc} f\left(k\left(x+\frac{b}{k}\right)\right) & & & & f\left(k\left(x-\frac{b}{k}\right)\right) \\ \| & \Longleftarrow & \boxed{f(kx)} & \Longrightarrow & \| \\ f(kx+b) & & & & f(kx-b) \end{array}$$

$\frac{b}{k}$ satuan ke kiri $\qquad$ $\frac{b}{k}$ satuan ke kanan

$a\sin(kx+b) \longleftarrow a\sin kx \longrightarrow a\sin(kx-b)$

$a\cos(kx+b) \longleftarrow a\cos kx \longrightarrow a\cos(kx-b)$

$a\tan(kx+b) \longleftarrow a\tan kx \longrightarrow a\tan(kx-b)$

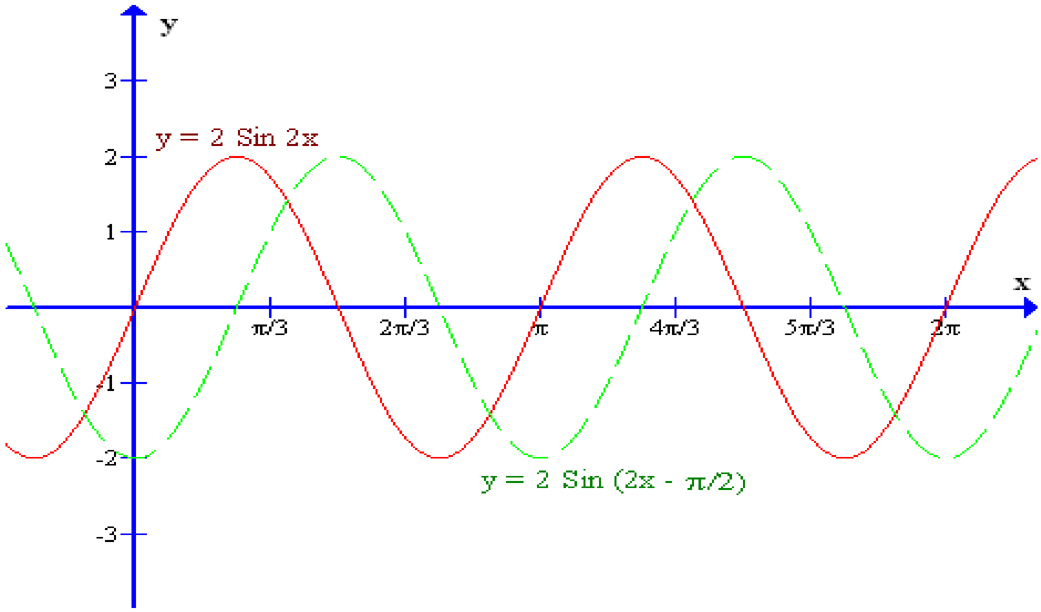
Contoh : Gambarlah sketsa grafik dari fungsi $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ Jawab :

Persamaan grafik dari $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ adalah $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ dan pasangan nilai (x, y) diperlihatkan pada tabel berikut

Tabel 2.8. Nilai Fungsi $y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$

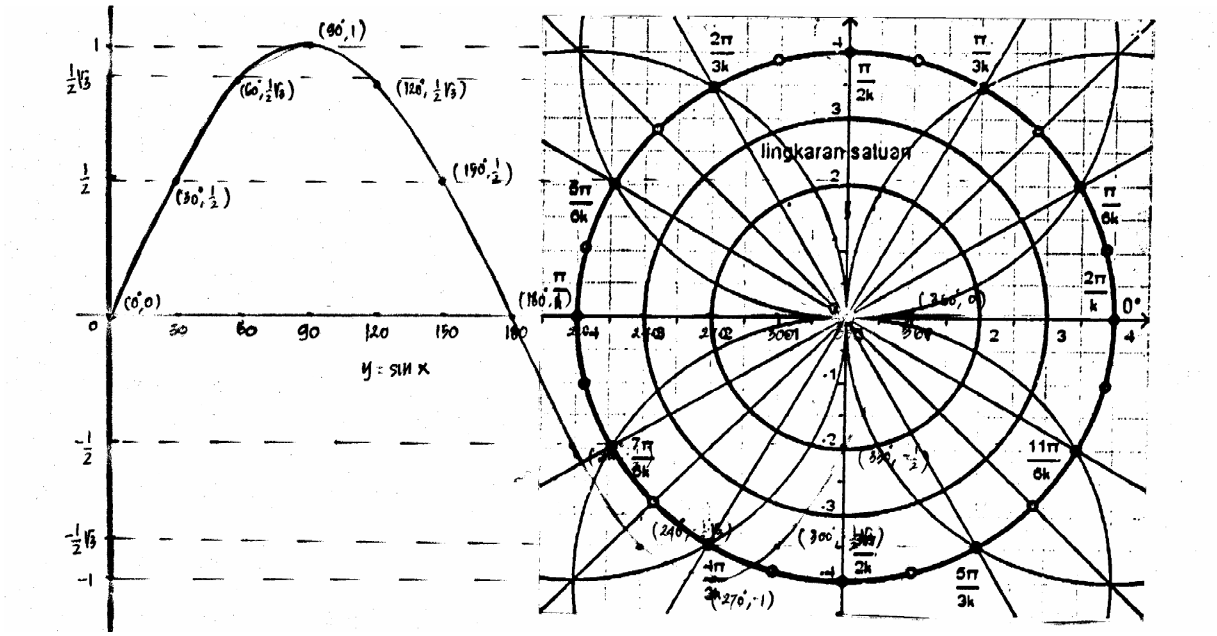
X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	….	$3\frac{\pi}{2}$	$7\frac{\pi}{2}$	2π
$\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	…..	$5\frac{\pi}{2}$	3π	$7\frac{\pi}{2}$
$y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$	-2	0	2	…..	2	0	-2

Dengan menggunakan pertolongan tabel 2.8, sketsa grafik dapat dilukis sebagai berikut :

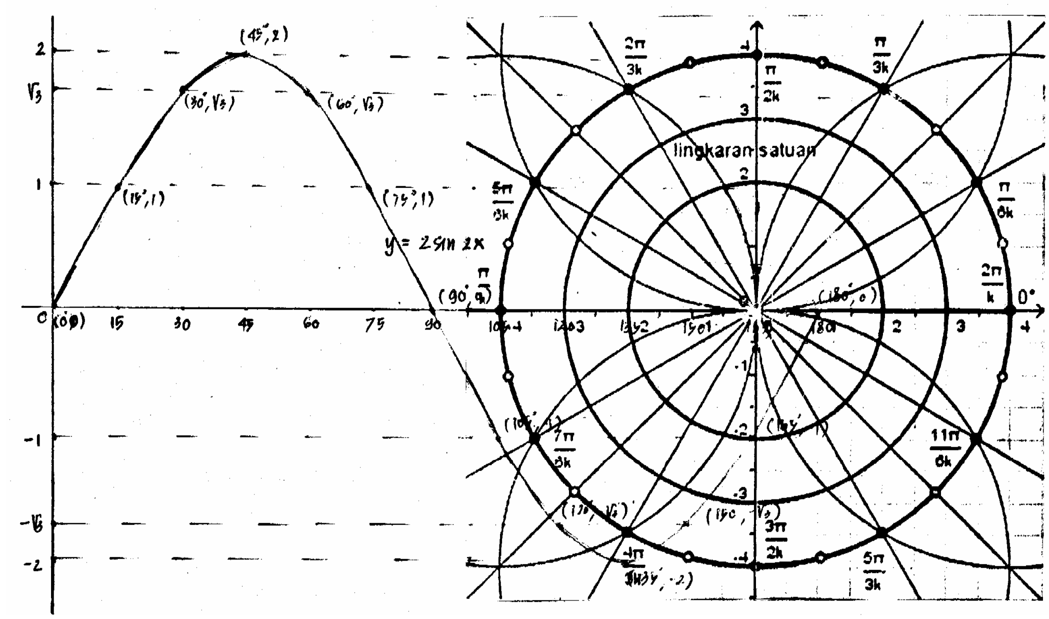


Gambar 2.22. Grafik Tabel 8.Nilai Fungsi $y = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right)$

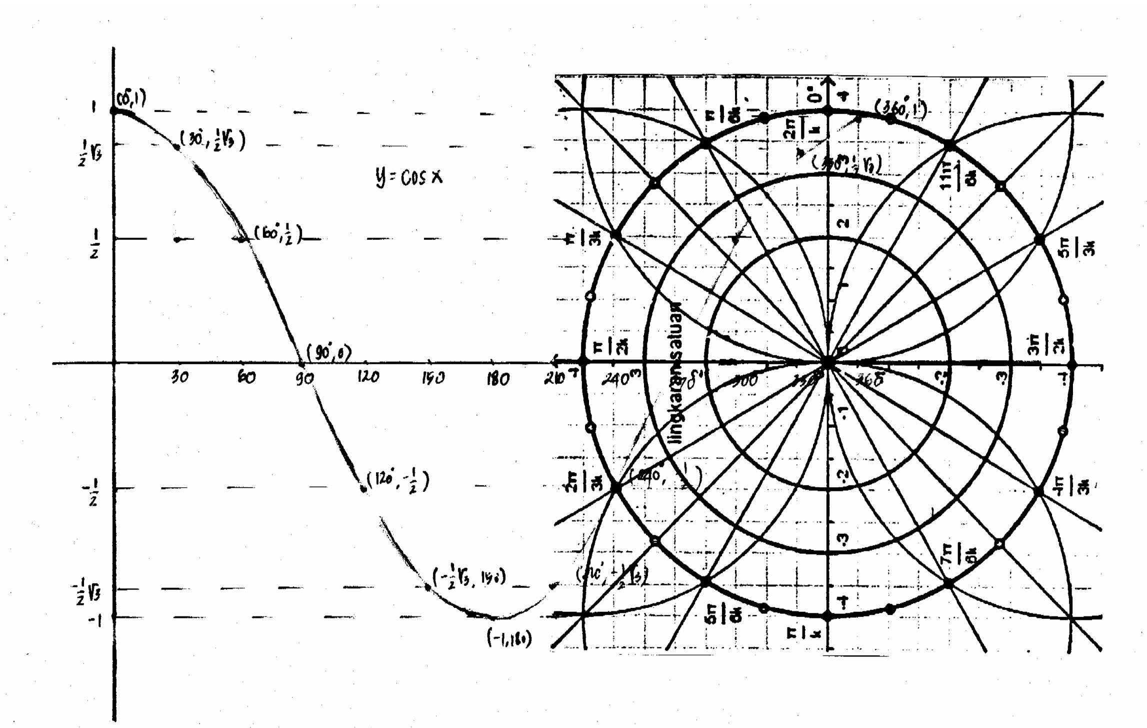
2.3.5 *Menggambar Grafik Trigonometri Dengan Menggunakan Media Lingkaran Satuan*



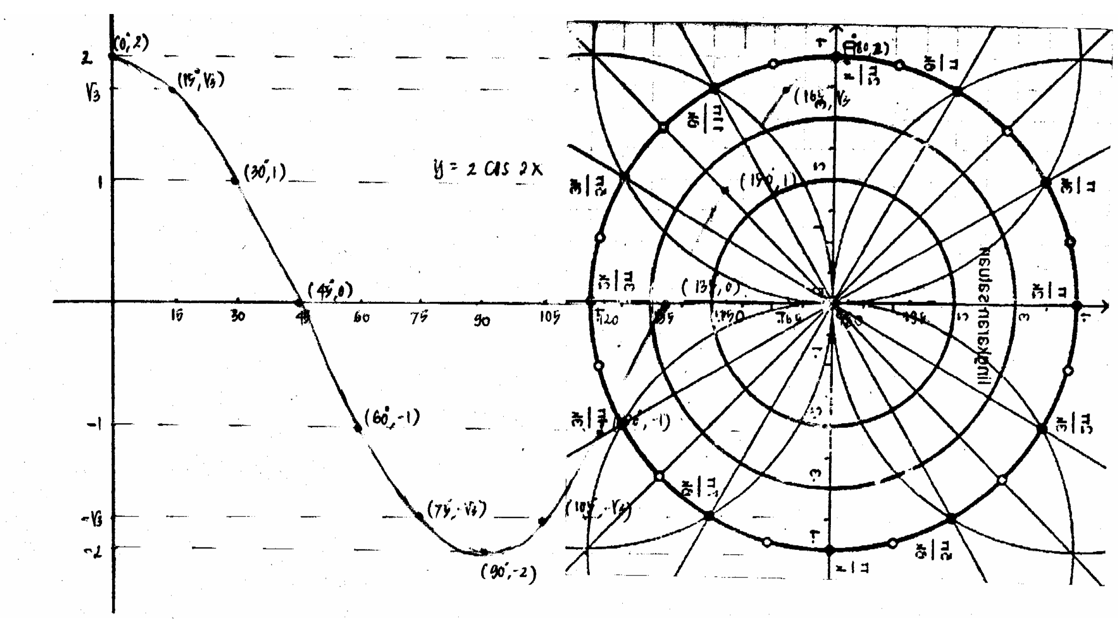
Gambar 2.23.Grafik y = Sin x Dengan Media Lingkaran Satuan



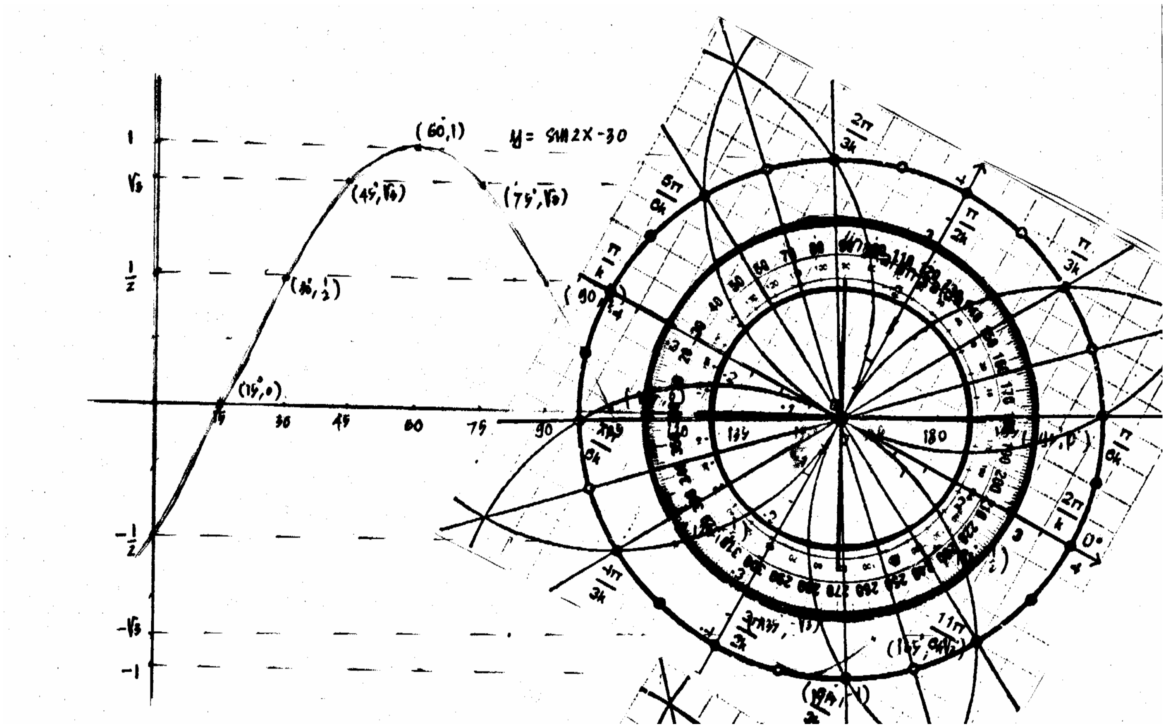
Gambar 2.24. Grafik y = 2Sin 2x Dengan Media Lingkaran Satuan



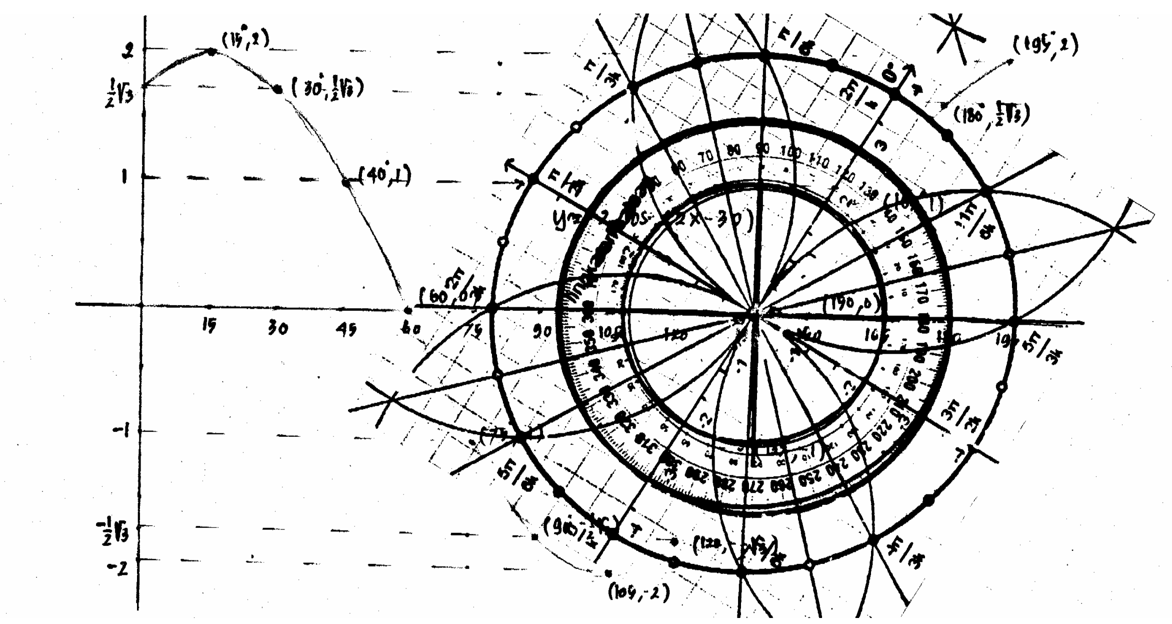
Gambar 2.25 Grafik y = Cos x dengan Media Lingkaran satuan



Gambar 2.26. Grafik y = 2 Cos 2x dengan Media Lingkaran Satuan



Gambar 2.27. Grafik y = sin(2x –30) Dengan Media Lingkaran Satuan



Gambar 2.28. Grafik y =2 sin(2x –30) Dengan Media Lingkaran Satuan

Berikut ini keterangan / penjelasan mengenai :

A. Respon Peserta Didik

Skinner berpandangan bahwa belajar adalah suatu perilaku. Pada saat orang belajar, maka responnya menjadi lebih baik. Sebaliknya, bila ia tidak belajar, maka responnya menurun. (Dimyati dan Mudjiono, 2006: 9).

Dalam pembelajaran menggambar grafik trigonometri dengan menggunakan media lingkaran satuan, respon peserta didik adalah sikap dan tanggapan peserta didik terhadap penerapan media lingkaran satuan yang tertulis pada angket respon peserta didik.

> *Sikap adalah kemampuan menerima atau menolak obyek berdasarkan penilaian terhadap obyek tersebut. Sehingga dengan angket respon peserta dididk terhadap media lingkaran satuan, dapat dilihat sikap dan tanggapan peserta didik terhadap penerapan media lingkaran satuan dalam pembelajaran matematika materi menggambar grafik trigonometri.* (Dimyati dan Mudjiono , 2006 : 12)

B. Aktivitas Peserta Didik

Aktifitas peserta didik adalah semua kegiatan yang dilakukan peserta didik selama pembelajaran dengan penerapan media lingkaran satuan.

Adapun aktifitas peserta didik dalam pembelajaran matematika materi menggambar grafik trigonometri dengan media lingkaran satuan meliputi :

1. Persiapan secara keseluruhan
2. Pendahuluan :
   a. Menyampaikan indikator pembelajaran.
   b. Memotivasi peserta didik
3. Kegiatan inti
   a. Menyampaikan materi
   b. Mengatur tempat duduk berdasarkan urutan nomor absensinya.
   c. Memberikan kepada tiap peserta didik satu set media lingkaran satuan.
4. Penutup
   a. Membantu peserta didik merangkum materi
   b. Mengumumkan penghargaan
5. Pengelolaan waktu

C. Hasil Belajar

Hasil belajar menurut Abdurrahman (2003,37). Adalah kemampuan yang diperoleh anak setelah melalui kegiatan belajar. Sedangkan menurut AJ Romiszowski, hasil belajar merupakan keluaran (output) dari suatu sistem pemrosesan masukan (input). Masukan dari sistem tersebut berupa bermacam macam informasi sedangkan keluarannya adalah perbuatan atau kinerja (performance). Menurut Romiszowski, perbuatan merupakan petunjuk bahwa proses belajar telah terjadi; dan dan hasil belajar dapat dikelompokkan kedalam dua macam saja, yaitu pengetahuan dan keterampilan. Pengetahuan terdiri dari empat kategori, yaitu (1) pengetahuan tentang fakta, (2) pengetahuan tentang prosedur, (3) pengetahuan tentang konsep, dan (4) pengetahuan tentang prinsip. Keterampilan juga terdiri dari empat kategori, yaitu (1) keterampilan untuk berpikir atau keterampilan kognitif, (2) keterampilan untuk bertindak atau keterampilan motorik, (3) keterampilan bereaksi atau bersikap, dan (4) keterampilan berinteraksi.

2.6 Hasil Penelitian Sebelumnya

Hasil Penelitian Laorens Wantik (2008) menyimpulkan secara analisis kovarians ($F_{(2,62)} = 39,74$, $p < 0,05$) ditafsirkan bahwa pemahaman trigonometri siswa yang pembelajarannya dengan metode lingkaran satuan secara statistik signifikan lebih baik daripada metode rasio, sedangkan hasil analisis Chi-Square ($x^2_{(2)} = 8,38$, $p < 0,05$) ditafsirkan bahwa ketuntasan belajar trigonometri dengan metode lingkaran satuan secara statistik signifikan lebih baik daripada metode rasio.

Sikap siswa terhadap pembelajaran trigonometri dengan metode lingkaran satuan dan metode rasio secara umum ditafsirkan positif. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa kelompok yang belajar dengan metode lingkaran satuan lebih aktif belajar trigonometri dan adanya proses kolaborasi, *sedangkan* kelompok yang belajar dengan metode rasio pasif belajar trigonometri dan lebih banyak bermain dengan teman sebangkunya.