

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pengertian Persediaan

Persediaan merupakan bahan atau barang yang disimpan yang digunakan untuk pembuatan produk tertentu. Pada Setiap perusahaan yang melakukan kegiatan usaha umumnya memiliki persediaan. Keberadaannya tidak saja dianggap sebagai beban (*liability*) karena merupakan pemborosan (*waste*), tetapi sekaligus juga dapat dianggap sebagai kekayaan (*asset*) yang dapat segera dicairkan dalam bentuk uang tunai (*cash*). Mengenai pengertian persediaan ada beberapa pendapat yang dikemukakan para ahli, antara lain :

(Khikmawati, 2017), menyatakan bahwa Persediaan didefinisikan sebagai barang yang di simpan untuk digunakan atau dijual pada priode tertentu. Persediaan dapat berbentuk bahan baku yang disimpan untuk diproses, barang dalam proses pada proses manufactur, dan barang jadi yang di simpan untuk dijual. Persediaan memegang peran penting agar perusahaan dapat berjalan dengan baik.

Persediaan merupakan aset yang paling likuid setelah piutang dan berpengaruh terhadap posisi keuangan perusahaan. Persediaan pada manufactur adalah barang-barang yang sedang diproduksi perusahaan manufaktur atas barang jadi, barang daalam proses,dan bahan baku (Naibaho, 2013).

(Chandra, 2014), menyatakan suatu persediaan merupakan aset perusahaan yang cukup besar, sehingga jika penanganan tidak dilakukan dengan benar, maka akan menyebabkan kerugian yang cukup besar bagi perusahaan.”.

Dari bebrapa pengertian persediaan diatas, maka dapat disimpulkan bahwa persediaan adalah suatu aktifitas yang meliputi barang – barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha tertentu atau persediaan barang – barang yang masih dalam perjalanan atau proses produksi, ataupun persediaan bahan baku yang menunggu penggunaannya dalam suatu proses produksi.

2.1.1 Fungsi Persediaan (*inventori*)

(Eunike, 2018) menyatakan persediaan juga akan memudahkan kita untuk memproduksi suatu barang ketika terdapat jarak lokasi yang jauh dari supplier maupun pelanggan. Terdapat 4 macam fungsi dari persediaan, antara lain :

a. Persediaan dalam transportasi

Persediaan ini tergantung kepada waktu yang digunakan untuk mengirim barang dari perusahaan ke lokasi lainnya. Persediaan ini juga disebut sebagai persediaan saluran (*pipeline inventori*). Perusahaan dapat mempengaruhi jumlah dari persediaan dalam transportasi dengan merubah desain sistem distribusi.

b. Persediaan Siklus

Persediaan ini akan muncul ketika permintaan kepada bagian produksi lebih banyak dari pada permintaan yang muncul dari pelanggan yang akan digunakan untuk memenuhi adanya sakala ekonomi.

c. Persediaan Pengaman

Persediaan ini akan memberikan perlindungan kepada perusahaan ketika terjadi ketidakpastian permintaan dan supply bahan baku.

d. Persediaan Antisipasi

Persediaan antisipasi dibutuhkan untuk produk yang memiliki pola data bersifat musiman dan supply yang seragam. Persediaan antisipasi digunakan untuk mengantisipasi kondisi jumlah permintaan yang tinggi.

2.1.2 Jenis Persediaan

(Ristono, 2009) mengemukakan bahwa pembagian berdasarkan proses manufaktur, maka persediaan dibagi menjadi 3 kategori, yaitu :

1. Persediaan bahan baku dan penolong.
2. Persediaan bahan setengah jadi.
3. Persediaan barang jadi.

Pembagian jenis persediaan berdasarkan tujuannya, terdiri dari :

1. Persediaan pengaman (*safety stock*)

Persediaan pengaman adalah suatu persediaan yang dilakukan untuk mengantisipasi unsur ketidakpastian permintaan dan penyediaan. Apabila persediaan pengaman tidak mampu mengantisipasi ketidakpastian tersebut, maka akan terjadi kekurangan persediaan (*stockout*).

Faktor yang menentukan besarnya *safety stock* :

a) Penggunaan bahan baku rata – rata

Salah satu dasar untuk memperkirakan penggunaan bahan baku selama periode tertentu, khususnya selama periode pemesanan adalah rata – rata penggunaan bahan baku pada masa sebelumnya.

b) Faktor waktu atau *lead time*

Lead time adalah lamanya waktu antara mulai dilakukannya pemesanan bahan – bahan sampai dengan kedatangan bahan – bahan yang dipesan tersebut diterima digudang persediaan.

2. Persediaan Antisipasi

Persediaan antisipasi disebut sebagai *stabilization stock* merupakan persediaan yang dilakukan untuk menghadapi fluktuasi permintaan yang sudah dapat di perkirakan sebelumnya.

3. Persediaan dalam pengiriman (transit stock)

Persediaan dalam pengiriman disebut *work-in process stock* adalah persediaan yang masih dalam pengiriman, yaitu :

- Eksternal transit stock adalah persediaan yang masih berada dalam transportasi.
- Internal transit stock adalah persediaan yang masih menunggu untuk diproses atau menunggu sebelum dipindahkan.

2.1.3. Biaya dalam persediaan

Biaya persediaan adalah biaya semua pengeluaran dan kerugian yang timbul sebagai akibat adanya persediaan. Jenis dari biaya persediaan adalah sebagai berikut :

a. Biaya pemesanan atau biaya set up

Biaya pemesanan atau set up adalah biaya yang dikeluarkan ketika dilakukan pemesanan suatu produk atau set up untuk memulai produksi. Dalam hal ini yang termasuk administrasi yang berhubungan dengan

pemesanan dan set up, contoh biaya administrasi transportasi untuk mengirim barang dari supplier ke perusahaan.

b. Biaya penyimpanan

Pengelolaan penyimpanan akan berhubungan dengan biaya yang dikeluarkan untuk jumlah barang, lama penyimpanan, dan nilai barang yang disimpan. Sebagai contoh adalah jika modal yang dikeluarkan 15%, dan biaya fasilitas, pajak, peralatan, tenaga kerja dalam penyimpanan diasumsikan 20%. Maka biaya penyimpanan adalah 35% dari harga produk.

c. Biaya jika terjadi kekurangan

Biaya ini muncul ketika permintaan lebih banyak dari ketersediaan produk yang disimpan. Biaya ini lebih sulit untuk diukur dari pada biaya pesan dan penyimpanan. Pada kasus biaya kekurangan mungkin sama dengan kerugian yang muncul ketika pelanggan dapat membeli produk pada perusahaan pesaing (kehilangan potensi keuntungan).

2.2. Pengendalian Persediaan

Pengendalian Persediaan merupakan serangkaian kebijakan pengendalian untuk menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga, kapan pesanan untuk menambah persediaan harus dilakukan dan berapa besar pesanan harus diadakan.

Menurut (Baroto, 2002) Pengendalian Persediaan merupakan fungsi Material yang sangat penting. Bila persediaan dlebihkan, biaya penyimpanan dan modal yang diperlukan akan bertambah. Bila perusahaan menanam terlalu banyak modalnya dalam persediaan, menyebabkan biaya penyimpanan yang berlebihan. Kelebihan persediaan juga membuat modal menjadi mandek, semestinya modal tersebut dapat diinvestasikan pada sektor lain yang lebih menguntungkan (Opportunity Cost). Sebaliknya, bila persediaan dikurangi, suatu ketika bisa mengalami Stock Out (Kehabisan Barang). Bila perusahaan tidak memiliki persediaan yang mencukupi, biaya pengadaan darurat akan lebih mahal. Dampak lain, mungkin kosongnya barang di pasaran membuat konsumen kecewa dan lari ke merk lain.

2.2.1 Sistem Pengendalian Persediaan

Penentuan jumlah persediaan perlu ditentukan sebelum melakukan penilaian persediaan. Jumlah persediaan dapat ditentukan dengan dua system yang paling umum dikenal pada akhir periode yaitu:

- *Periodic system*, yaitu setiap akhir periode dilakukan perhitungan secara fisik agar jumlah persediaan akhir dapat diketahui jumlahnya secara pasti.
- *Perpetual system*, atau *book inventory* yaitu setiap kali pengeluaran diberikan catatan administrasi barang persediaan.

Dalam melaksanakan penilaian persediaan ada beberapa cara yang dapat dipergunakan yaitu:

- a. *First in, first out* (FIFO) atau masuk pertama keluar pertama.

Cara ini didasarkan atas asumsi bahwa arus harga bahan adalah sama dengan arus penggunaan bahan. Dengan demikian bila sejumlah unit bahan dengan harga beli tertentu sudah habis dipergunakan, maka penggunaan bahan berikutnya harganya akan didasarkan pada harga beli berikutnya. Atas dasar metode ini maka harga atau nilai dari persediaan akhir adalah sesuai dengan harga dan jumlah pada unit pembelian terakhir.

- b. *Last in, first out* (LIFO) atau masuk terakhir keluar pertama

Dengan metode ini perusahaan beranggapan bahwa harga beli terakhir dipergunakan untuk harga bahan baku yang pertama keluar sehingga masih ada (*stock*) dinilai berdasarkan harga pembelian terdahulu.

- c. Rata-rata tertimbang (*weighted average*).

Cara ini didasarkan atas harga rata-rata perunit bahan adalah sama dengan jumlah harga perunit yang dikalikan dengan masing-masing kuantitasnya kemudian dibagi dengan seluruh jumlah unit bahan dalam perusahaan tersebut.

- d. Harga standar

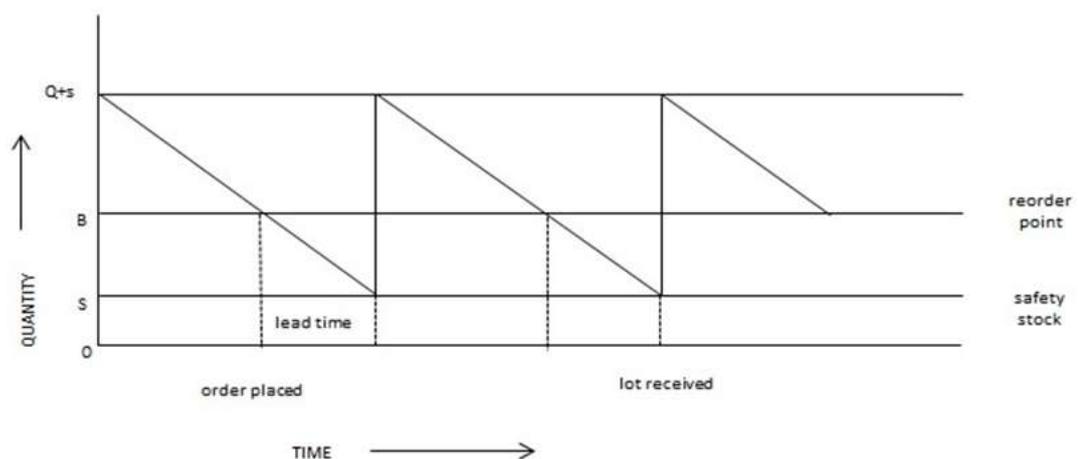
Besarnya nilai persediaan akhir dari suatu perusahaan akan sama dengan jumlah unit persediaan akhir dikalikan dengan harga standar perusahaan.

2.3. Model Persediaan

Menurut (Eunike, 2018) Model persediaan terdapat dua macam yaitu *deterministic models* dan *probabilistic models*, yang dipilih sesuai dengan karakteristik dari pola permintaan.

1. *Deterministic Models*

Model ini digunakan apabila jumlah permintaan dan waktu *lead time* yang dimiliki adalah konstan, sehingga perusahaan tidak perlu menyediakan persediaan produk di gudangnya. Pada saat pemesanan produk dilakukan, dengan jumlah persediaan produk adalah nol. Model ini biasanya digunakan pada model persediaan tradisional.



Gambar 2.1 Model persediaan yang ideal

Sumber: Tersine, 1994

Gambar 2.1 menunjukkan bahwa pada saat B (reorder point) akan dilakukan pada S adalah *safety stock*. Secara otomatis perusahaan tidak perlu memiliki persediaan produk dikarenakan jumlah permintaan dan *lead time* yang dibutuhkan sama pada setiap waktu.

Dengan itu berkaitan dengan model persediaan tersebut, biaya-biaya yang relevan dengan model ini adalah biaya pemesanan dan biaya penyimpanan. Jika D adalah jumlah permintaan, Q adalah kuantitas pesanan dan S adalah biaya setiap kali pesan, maka biaya pemesanan per minggu dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Biaya pemesanan per minggu} = Cr \frac{D}{Q}$$

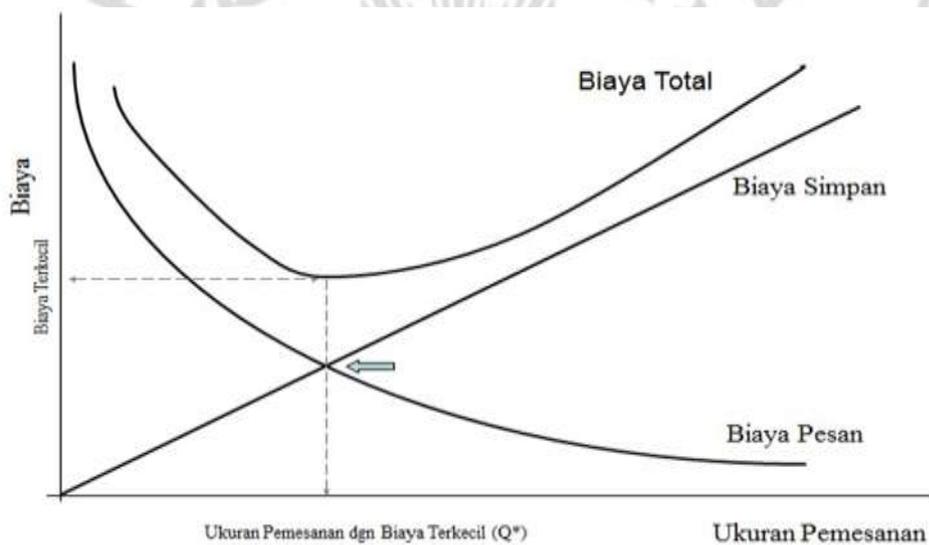
Biaya simpan mingguan dihitung dengan mencari rata-rata biaya penyimpanan tiap bulan yang dikonversi menjadi mingguan. Rata-rata persediaan dihitung sebanya setengah kali kuantitas pesanan dikali biaya simpan per unit dan dengan nilai ini akan berkurang terus-menerus sampai mencapai nol, sehingga biaya simpan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Biaya penyimpanan} = Ch \frac{Q}{2}$$

Berdasarkan persamaan (2.1) dan persamaan (2.2) maka biaya akan muncul dalam persediaan adalah hasil penjumlahan biaya pemesanan dan biaya simpan per priode waktu, dalam kasus ini adalah per minggu, dan dapat diruskan sebagai berikut :

$$\text{Biaya persediaan per minggu (TC)} = Cr \frac{S}{Q} + Ch \frac{Q}{2}$$

Hubungan dari ketiga persamaan tersebut dapat dilihat pada gambar 2.2



Gambar 2.2 Kurva Biaya Persediaan

Sumber: Tersine, 1994

Dari gambar 2.2 dapat disimpulkan bahwa total biaya persediaan akan mencapai nilai minimum pada saat biaya simpan dan biaya pesan telah mencapai titik yang sama, sehingga titik minimal kurva biaya total dapat dicari dengan turunan TC terhadap Q sama dengan 0, yaitu:

$$\frac{\partial TC}{\partial Q} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial CrD}{\partial Q^2} + \frac{\partial ChQ}{\partial Q \cdot Q} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{Ch}{2} - \frac{CrD}{Q^2} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{Ch}{2} = \frac{CrD}{Q^2} \quad (2.7)$$

Sehingga diperoleh

$$Q^2 = \frac{2CrD}{Ch} \quad (2.8)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2CrD}{Ch}} \quad (2.9)$$

Keterangan:

D = jumlah permintaan per periode (unit)

Ch = biaya simpan per periode (Rp/unit/periode)

Cr = biaya pemesanan per periode (Rp/pesan)

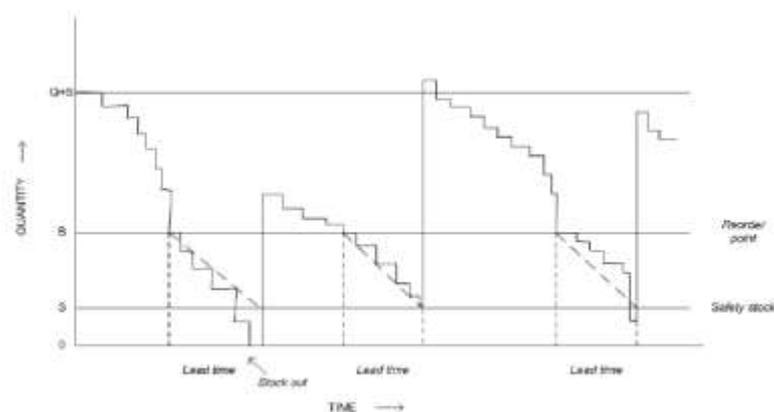
Q = kuantitas pemesanan yang optimal (unit)

P = harga satuan unit (Rp/unit)

I = biaya simpan dalam persentase persediaan (%)

2. Probabilistic models

Model ini biasa digunakan apabila jumlah permintaan dan waktu *lead time* yang dimiliki berubah-ubah. Berikut adalah gambar model persediaan pada masa sekarang:



Gambar 2.3 Model Persediaan Pada Masa Sekarang

Sumber: Tersine, 1994

Gambar 2.3 menunjukkan bahwa pemesanan dilakukan apabila jumlah persediaan produk yang dimiliki sudah mencapai *safety stock*, sehingga waktu

pemesanan tidak pasti. Dan apabila *lead time* pengiriman terlalu lama akan menyebabkan perusahaan tidak mampu memenuhi permintaan konsumennya (*stock out*). *Probabilistic models* dapat diklasifikasikan dalam 3 kategori, sebagai berikut:

- a. Jumlah permintaan konstan dan lead time berubah-ubah
 Karena jumlah permintaan (Q) konstan dan lead time (L) berubah-ubah, maka harus dicari reorder point (B) untuk menentukan lead time pengiriman produk. Reorder point yang berpatokan pada minimum lead time cenderung tidak memiliki persediaan produk, sedangkan reorder point yang berpatokan pada maximum lead time cenderung memiliki persediaan produk yang berlebihan.
- b. Jumlah permintaan berubah-ubah dan lead time konstan
 Karena lead time (L) konstan dan jumlah permintaan (Q) berubah-ubah, maka dibutuhkan data distribusi permintaan, sehingga dapat dicari nilai safety stock (S) yang seharusnya dimiliki oleh perusahaan. Tujuan dari permodelan ini adalah untuk mengurangi biaya penyimpanan atau mencari biaya penyimpanan yang paling minimal.
- c. Jumlah permintaan dan lead time berubah-ubah
 Jumlah permintaan (Q) dan lead time (L) pengiriman produk berubah-ubah, tujuan dari permodelan ini adalah menetapkan reorder point (B) dengan biaya simpan yang paling minimal.

Sedangkan dalam penentuan nilai Q optimal dari model probabilistik untuk lead time yang variatif ialah dilakukan dengan cara mencari nilai distribusi probabilistik dari lead time-lead time yang pernah terjadi terlebih dahulu yang terecord kedalam data-data historis:

Setelah nilai probablistik dari beberapa lead time diketahui lalu dapat dihitung ekspektasi biayasimpan dan ekspektasi biaya oportunitas sebagai berikut:

untuk nilai holding cost lead time estimasi x hari ialah:

$$= \Sigma (\text{probablity tiap lead time} \times \text{holding cost tiap lead time})$$

Sedangkan untuk nilai opportunity loss lead time perkiraan x hari ialah:

$$= \sum (\text{probablity tiap lead time} \times \text{opportunity loss tiap lead time})$$

Dari nilai ekspektasi biaya tersebut barulah nilai Q yang optimal dan ekonomis dapat dicari dengan formulasi sebagai berikut:

$$EOQ (\text{probablistic models}) = \sqrt{[(2 \times (Cr + E(Co)) \times D) / Ch]}$$

dimana: Cr = Procurement/Ordering Cost (Rp /MT)

D = average demand per-tahun (MT)

Ch = Holding Cost (Rp/MT/Tahun)

E(Co) = Ekspektasi biaya oportunitas

2.4. Model Matematis Metode Lagrange Multiplier

(Tersine, 1994) Dalam sistem inventory multi item, biaya inventori total pertahun diestimasikan dari penjumlahan biaya total pertahun dari masing-masing item yang ada dalam sistem. Bila terdapat n item dalam sistem maka biaya

$$TC(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = \sum_{j=1}^n (C_j D_j + A_j D_j / Q_j + i_j C_j Q_j / 2)$$

$$TC(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = (1)$$

Dengan:

TC = total cost/biaya inventory total per tahun

Q_n = jumlah pemesanan untuk item n

C_j = harga beli per unit item j

D_j = tingkat permintaan per tahun

A_j = biaya replenishment order/biaya pesan

i_j = persentase biaya simpan

Bila terdapat keterbatasan modal yang tersedia, dimana jumlah item yang dibeli tidak boleh melebihi modal yang ada (B), maka berlaku persamaan berikut:

Problem diatas dapat diformulasikan sebagai program nonlinier sebagai berikut :

$$\text{Minimalkan } TC = \sum_{j=1}^n TC(Q_j) = \sum_{j=1}^n (A_j D_j / Q_j + i_j C_j Q_j / 2) \quad (3)$$

$$\text{dengan pembatas dimana } \sum_{j=1}^n C_j Q_j \leq B \text{ dimana } Q_j \geq 0 \quad (4)$$

Untuk menyelesaikan model nonlinier diatas dapat digunakan pendekatan model Lagrange multiplier. Metode Lagrange mengasumsikan bahwa pemesanan dilakukan secara simultan dan tidak mempertimbangkan adanya phasing order untuk masing-masing item.

2.4.1. Model Lagrange Multiplier Untuk Sistem Inventori Dengan Keterbatasan Modal Pembelian Bahan Baku

(Kusrini, 2005) Penyelesaian dengan metode lagrange dilakukan dengan menyelesaikan problem pada persamaan (3) dengan mengabaikan pembatas pada persamaan (4), maka kuantitas pemesanan optimum didapat (dengan mengasumsikan $i_j = i$) pada persamaan (5) berikut.

$$Q_j^* = 2A_j D_j / i C_j, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

Untuk mengetahui apakah Q_j^* optimum feasible dilakukan dengan mensubstitusikan nilai Q_j^* kedalam persamaan (4). Jika persamaan terpenuhi maka kuantitas pemesanan optimal adalah sebesar Q_j^* , jika tidak maka metode lagrange digunakan untuk mencari Q_j optimal. Hal ini dicapai dengan membuat persamaan lagrange (lagrangian expression = LE) sebagai berikut:

$$LE(Q_j, \lambda) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{A_j D_j}{Q_j} + \frac{i C_j Q_j}{2} + \lambda (\sum_{j=1}^n C_j Q_j - B) \right) \quad (6)$$

Dimana λ adalah lagrange multiplier. Dengan mengambil turunan pertama dari persamaan (6) terhadap Q_j , λ dan menyamakan

dengan nol maka diperoleh $QL^* = \sqrt{2A_j D_j / C_j (i + 2\lambda^*)}$ (7)

dengan Q_1^* adalah kuantitas pemesanan optimal dengan metode lagrange. Nilai λ^* diberikan oleh persamaan

$$\lambda^* = 1/2(1/B \sum_{j=1}^n (\sqrt{2A_j D_j C_j})^2 - i/2) \quad (8)$$

Substitusi nilai λ^* kedalam persamaan (7) akan didapatkan

$$QL^* = BQ_j^* / \sum_{j=1}^n (C_j Q_j^* = \left(\frac{B}{E}\right) Q_j^* \quad (9)$$

Dimana Q_j^* didapatkan dari persamaan (5) dan

$$E = \sum_{j=1}^n C_j Q_j^* \quad (10)$$

2.4.1. Model Lagrange Multiplier Untuk Sistem Inventori Dengan Keterbatasan Luas Gudang

(Kusrini, 2005) Bila Luas gudang yang tersedia menjadi pembatas dalam sistem inventori, penentuan level pemesanan optimum dapat diselesaikan dengan Metode Lagrange. Perumusan masalah sebagai berikut.

$$\text{Minimalkan TC} = \sum_{j=1}^n TC(Q_j) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{A_j D_j}{Q_j} + \frac{i_j C_j Q_j}{2} \right) \quad (11)$$

$$\text{Dengan pembatas} \quad \sum_{j=1}^n W_j Q_j \leq W \quad (12)$$

$$Q_j \geq 0$$

Dimana :

w = kebutuhan luas gudang untuk masing-masing unit j

W= total luas gudang yang tersedia

Dengan prosedur yang sama dengan penjelasan pada keterbatasan investasi maka didapatkan jumlah pemesanan optimal

$$QL^* = \sqrt{\frac{2A_j D_j}{C_j (i + 2\lambda^* w_j)}} \quad \text{dan} \quad (13)$$

$$QL^* = WQJ^* \sum_{j=1}^n c_j Q_j^* = \left(\frac{W}{E}\right) QJ^* \quad (14)$$

$$\text{dengan } E = \sum_{j=1}^n W_j Q_j^* \quad (15)$$

Dengan λ diinterpretasikan secara ekonomis sebagai nilai marginal dari luas gudang dan berarti bahwa tambahan satu satuan luas gudang akan menghemat biaya simpan sebesar λ .

Persamaan (9) mengindikasikan bahwa untuk permasalahan inventory dengan kendala modal, jumlah pesanan optimum untuk masing-masing nilai Q_j^* yang didapatkan dari persamaan (5) dikalikan dengan faktor B/E.

Harty, Plossl dan Wight (1963) dikutip (Kusrini, 2005) memperkenalkan teknik optimasi kuantitas pemesanan dengan jumlah order/setup yang terbatas. Teknik ini disebut LIMIT (*Lot size Inventory Management Interpolation Technique*). Hoffmann (1964) bahwa memperluas pendekatan LIMIT untuk situasi dimana kebutuhan investasi (pada saat jumlah pemesanan sama dengan Economic Order Quantity (EOQ)) melebihi anggaran modal/investasi yang tersedia. Teknik LIMIT menentukan hubungan antara Jumlah investasi yang dibutuhkan (pada saat jumlah pemesanan sama dengan EOQ) dan jumlah investasi yang tersedia. Pada saat terjadi keterbatasan investasi, kuantitas pemesanan optimum direvisi dengan cara mengalikan EOQ dengan proporsi (faktor tertentu) agar jumlah investasi yang diperlukan tidak melebihi jumlah investasi yang tersedia sebagaimana diberikan dalam persamaan (9) dan (13).

Untuk kondisi keterbatasan investasi, Proporsi (multiplier) adalah perbandingan antara jumlah investasi yang tersedia dengan jumlah investasi yang dibutuhkan oleh EOQ. Untuk kondisi keterbatasan Luas gudang, proporsi (multiplier) adalah perbandingan antara luas gudang yang tersedia dengan luas gudang yang diperlukan untuk menyimpan barang sebanyak EOQ. Untuk sistem inventori multi item dengan satu kendala teknik LIMIT akan menghasilkan solusi jumlah pemesanan optimum yang sama dengan metode Lagrange.

2.4.3. Model Lagrange Multiplier Untuk Sistem Inventori Dengan Keterbatasan Modal dan Luas Gudang Penyimpanan

Bila modal dan luas gudang yang tersedia menjadi pembatas dalam sistem inventori, penentuan suatu level untuk pememsanan yang optimal dapat diselesaikan dengan Metode Lagrang. Rumusan masalah sebagai berikut :

$$\text{Minimasikan TC} = \sum_{j=1}^n \text{TC}(Q_j) = \sum_{j=1}^n (A_j D_j / Q_j + i_j C_j Q_j / 2) \quad (16)$$

Dengan pembatas

$$B = \sum_{j=1}^n C_j Q_j \leq B \quad (17)$$

$$W = \sum_{j=1}^n w_j Q_j \leq W \quad (18)$$

Masalah dengan memiliki 2 pembatas, keterbatasan modal dan keterbatasan ruang penyimpanan dapat diselesaikan dengan membuat persamaan *Lagrange (lagrange expression = LE)* ialah sebagai berikut :

$$LE(Q_j^*, \lambda) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{A_j D_j}{Q_j} + i_j C_j \frac{Q_j}{2} \right) + \lambda \left(\sum_{j=1}^n C_j \frac{Q_j}{2} - B \right) + \lambda \left(\sum_{j=1}^n w_j Q_j - W \right) \quad (19)$$

Berikut ini merupakan QL dengan menggunakan dua pembatas, keterbatasan modal dan keterbatasan kapasitas gudang penyimpanan :

$$QL^* = \sqrt{\frac{2 A D}{iC + (\lambda_1 C) + (\lambda_2 w)}} \quad (20)$$

2.5. Hasil Penelitian Sebelumnya

(Setiawan, 2017) Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknik, Unisbank “Pengendalian Persediaan Barang Jadi Multi Item Dengan Metode Lagrange Multiplier” Penelitian yang menganalisis sistem perencanaan dan pengendalian persediaan produk jadi multi-item es krim Campina perusahaan di Magelang yang optimal berdasarkan kendala kapasitas ruang penyimpanan dan biaya persediaan melalui metode Lagrange Multiplier. Dari hasil pengolahan dan analisis data, maka dari perhitungan dengan metode Lagrange dihasilkan jumlah pemesanan optimal (Q) produk es krim Campina untuk periode minggu pertama bulan Januari 2012 adalah (1) Fantasi Orange Grape = 327 unit, (2) Viola = 127 unit, (3) Fantasy = 148 unit, (4) Big Time = 84 unit, (5) Didi Cup = 129 unit, (6) Hula-hula = 114 unit, (7) Olympia Cup = 176 unit, (8) Tropicana = 153 unit, (9) Heart = 86 unit, (10) Double Stick = 106 unit, (11) Double Cone = 100 unit, (12) Bazzoka Vanilla = 57 unit dan (13) Bazzoka Coklat = 69 unit.

(Kusrini, 2005). Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Universitas Islam Indonesia “Jurnal Sistem Persediaan Multi Item Dengan Kendala Investasi dan Luas Gudang”, pada penelitian ini pembahasan utama ialah pada aspek penentuan kuantitas order yang optimal dan *feasible* untuk beberapa banyak item dalam artian nilai kuantitas order yang telah didapatkan dalam perhitungan akan dilakukan pengujian kelayakan apakah nilai tersebut layak untuk di realisasikan dan di aplikasikan, dengan kendala investasi dan luas gudang, dalam penelitian tersebut dijabarkan pula bahwa penentuan jumlah order yang ekonomis dari model EOQ yang diasumsikan sebagai model EOQ deterministik yang menghasilkan nilai kuantitas yang ekonomis untuk tiap – tiap item tersebut tidak selalu optimal serta dapat dipenuhi pengadaannya oleh suatu unit bisnis tersebut. Maka dari itu fungsi dari lagrange multiplier dengan batasan investasi dan luas gudang digunakan sebagai solusi untuk menentukan kuantitas order yang ekonomis serta *feasible* untuk tiap – tiap item yang ada ketika ditinjau dari kedua aspek tersebut.

(Wandhika Dimas, 2017) Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, UPN “Veteran” Jawa Timur, Journal of Industrial Engineering and Management. PT. Mulia Agung Chemindo adalah perusahaan yang berfokus dalam bidang kimia. Penelitian ini dilatar belakangi oleh permasalahan masih terjadinya kondisi over stock atau kelebihan pada persediaan produk kimia. Tujuan penelitian ini yaitu menentukan jumlah persediaan produk kimia yang optimal sehingga meminimasi total biaya persediaan dan menentukan besarnya penghematan biaya persediaan produk kimia. Upaya pengendalian persediaan produk kimia yang digunakan adalah dengan metode Lagrange Multiplier. Hasil Penelitian menggunakan metode *Lagrange Multiplier* diperoleh kuantitas persediaan optimal dari masing-masing produk yaitu KOH *Liquid* sebesar 463.000,7 kg, HCL sebesar 906.748,6 kg, NaOH sebesar 534.885,4 kg, Alkohol *foodgrade* sebesar 144.102,6 liter dan Alkohol Teknik sebesar 234.384,7 liter. dengan nilai persediaan baru sebesar Rp. 105.018.032,2 memberikan minimasi total biaya persediaan sebesar Rp.19.045.296,5. Penghematan dengan konstrain biaya yang dihasilkan sebesar 15,35 %.