

Lampiran 1. Silabus



SILABUS
Matematika Wajib

Satuan Pendidikan : MA YKUI Maskumambang Dukun Gresik

Kelas : XI (sebelas)

Kompetensi Inti :

- **KI-1 dan KI-2:** Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya. **Menghayati dan mengamalkan** perilaku jujur, disiplin, santun, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), bertanggung jawab, responsif, dan pro-aktif dalam berinteraksi secara efektif sesuai dengan perkembangan anak di lingkungan, keluarga, sekolah, masyarakat dan lingkungan alam sekitar, bangsa, negara, kawasan regional, dan kawasan internasional”.
- **KI 3:** Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah
- **KI4:** Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan

Kompetensi Dasar	Materi Pembelajaran	Kegiatan Pembelajaran
3.1 Menjelaskan metode pembuktian Pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika	Induksi Matematika • Metode pembuktian langsung dan tidak langsung • Kontradiksi • Induksi Matematis	<ul style="list-style-type: none"> • Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada metode pembuktian langsung, tidak langsung, kontradiksi, dan induksi matematika • Mengumpulkan dan mengolah informasi untuk membuat kesimpulan, serta menggunakan prosedur untuk menguji kesahihan pernyataan matematis dengan metode pembuktian langsung, tidak langsung, kontradiksi, dan induksi matematis • Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan induksi matematika • Menyajikan penyelesaian masalah yang berkaitan dengan induksi matematika
4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian		

Gresik, 15 Juli 2020

Mengetahui

Kepala MA YKUI Maskumambang



NIP.

Guru Mata Pelajaran

Nur Izda S.Si

NIP.

Lampiran 2. Bahan Ajar Kelas Eksperimen

Cara mengoprasikan/membuka multimedia pembelajaran

Menggunakan laptop/PC :

1. Multimedia pembelajaran yang diberikan adalah file dengan format .swf, .exe, .fla
2. File dengan format ini bisa dibuka dengan app GOM Player, web browser mozilla atau chrome, atau bisa juga dengan app pembuat medianya langsung yaitu macromedia flash/adobe flash
3. Klik dua kali pada file saat ingin membuka.
4. File siap digunakan untuk belajar.

Menggunakan HP android :

1. Multimedia pembelajaran yang diberikan adalah file dengan format .swf
2. Download file yang di share melalui whatsapp
3. File dengan format ini bisa dibuka dengan hp android dengan cara mendownload dulu aplikasi pendukung yaitu “Flash Game Player New, Webgenie SWF dengan icon hitam atau biru” pada google play store. Gambar aplikasi seperti dibawah ini. (hanya dipilih salah satu aplikasi)



4. Download salah satu aplikasi di atas, dicocokkan dengan tipe hp yang digunakan dengan peserta didik. (Aplikasi webgenie hitam dapat dioprasikan dengan tipe android 8.0 keatas, webgenie biru muda dan Flash Game layer dapat dioprasikan dengan tipe hp android 4.0 sampai 8.0).
5. Buka aplikasi yang sudah di download
6. Buka file yang sudah di download tadi (Local File → whatsapp → media → whatsapp document → cari file dengan nama “Pertemuan 1 (saat dilaksanakan pada pertemuan satu) dan Pertemuan 2 (saat dilaksanakan pada pertemuan dua)”
7. File siap digunakan untuk belajar.

Jika berhasil akan ditemukan gambar dibawah ini :

Waktu Penggunaan 20 menit

Lets study now
"Induksi Matematika"

START

1196 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Tombol penting harus ditekan dahulu

WARNING!!!

CARA PENGGUNAAN

KOMPETENSI

PETA PIKIRAN

MATERI

1080 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

CARA PENGGUNAAN !

- Tekan tombol urut dari kiri ke kanan atau dari atas ke bawah, harus seperti itu agar tidak ada slide yang terlewat.
- Pahami langkah pengerjaan pada setiap slide (jika perlu catatlah bagian yang penting) karena disini sengaja dibuat tidak ada tombol kembali. (Untuk melatih keseriusan belajar saat menggunakan bahan ajar ini).
- Untuk melaksanakan langkah 2 dengan baik ambilah buku catatan mu sekarang.
- Setelah itu mulailah fokus belajar dengan bahan ajar ini

CARA MEMBACA !

- a^2 , artinya a pangkat dua, untuk a adalah bilangan bulat $a = 1, 2, \dots$

Lanjut

1015 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Kompetensi Dasar

Setelah mengikuti pembelajaran induksi matematika peserta didik mampu :

3.1 Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika.

4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian

Istilah Penting

- Induksi
- Langkah awal (Basic step)
- Langkah induksi (Induction step)

BACK

950 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Pernyataan matematis → Logika Matematika

P(n): Pernyataan matematis bilangan asli

P(n): Pernyataan matematis non-bilangan asli

Metode pembuktian matematika

- Pembuktian langsung
- Pembuktian tidak langsung
- Pembuktian kontradiksi

Prinsip induksi matematika

Langkah Awal

Langkah induksi

Jika memenuhi kedua langkah maka P(n) benar

Jika tidak memenuhi salah satu langkah, maka P(n) salah

Back

889 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Pengantar Induksi Matematika

Prinsip Induksi Matematika

Penerapan Induksi Matematika

- Penerapan Pada Barisan Bilangan
- Penerapan Pada Keterbagian
- Penerapan Pada Ketidaksamaan

834 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Pengantar Induksi Matematika

Perhatikan ilustrasi dibawah !

Tekan batang P1, P2, P3, P4, dan P5 untuk memulai animasi lalu tekan "reset" untuk kembali di slide ini.

P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11

Setelah melihat animasi diatas, jika kita menjatuhkan batang ke batang yang lain pasti batang yang paling ujung (sebut batang Pn untuk setiap n bilangan asli) juga akan terjatuh. Coba pikirkan, apa kaitan animasi tersebut dengan induksi matematika ?

Lanjut

719 Detik **Waktu Penggunaan 20 menit**

Amati masalah-masalah berikut !

Berapa jumlah bilangan asli mulai 1 sampai 20 ?

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20$

1	+	20	=	21	0	+	15	=	21
2	+	19	=	21	7	+	14	=	21
3	+	18	=	21	8	+	13	=	21
4	+	17	=	21	9	+	12	=	21
5	+	16	=	21	10	+	11	=	21

11 4 19 6 14 8 16 3

Drag kotak di samping menuju kotak orange di atas dan tuliskan hasilnya pada kotak berwarna biru. Simpulkan !

Lanjut

633 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Kesimpulan :
 Penjumlahan bilangan asli dari 1 sampai 20 membentuk pola, yaitu :
 - Selisih dua bilangan yang berurutan yaitu 1
 - Terdapat sepuluh pasang bilangan yang jumlahnya sama yaitu 21
 dari pola tersebut membentuk perhitungan $\binom{20}{2} \cdot 21 = 210$

Bagaimana jika penjumlahan bilangan asli dari 1 sampai 200 ?
 jawabannya sangat mudah ikuti pola di atas,
 karena terdapat seratus pasang bilangan yang jumlahnya sama yaitu 201
 (dari $(200+1) = 199+2 = 198+3 = \dots = 101+100 = 201$) sehingga membentuk
 perhitungan $\binom{200}{2} \cdot 201 = 20.100$

Apa Induksi Matematika itu ?
 Induksi matematika merupakan teknik pembuktian yang baku, sehingga dapat mengurangi langkah pembuktian yang rumit untuk menemukan suatu kebenaran dari pernyataan matematis

[Lanjut](#)

583 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Back

Sub Bab "Pengantar Induksi Matematika" telah selesai. Kembali dan pilih sub bab yang lain

526 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Prinsip Induksi Matematika

Prinsip 1.1 Induksi Matematika

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan $P(n)$ benar jika memenuhi langkah dibawah ini:
 a. Langkah awal: $P(1), P(2), P(3), \dots$ dst benar, dalam langkah ini pilih salah satu $n=1, 2, 3, \dots$ dst yang dapat mempermudah untuk langkah awal terpenuhi.
 b. Langkah induksi: Jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ benar, untuk setiap k bilangan asli.
 dalam langkah ini ganti nilai $n=k$ dan anggap benar, setelah itu tunjukkan bahwa jika $n=k+1$ juga benar

Kedua langkah diatas untuk membuktikan formula $P(n)$ terbukti benar, jika kedua prinsip terpenuhi. Tetapi jika salah satu prinsip tidak terpenuhi maka formula pada $P(n)$ salah

[Lanjut](#)

466 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Hari yang cerah, Ani dan Feni bertemu di jalan menuju kota. Feni ingin mengambil uang di ATM tetapi tidak tau ingin mengambil berapa, sehingga dia bertanya kepada Ani

[Lanjut](#)

416 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Aku ingin mengambil uang, pada mesin ATM tertulis min pengambilan Rp 40.000 dan pecahan uang di dalamnya adalah Rp 20.000 dan Rp50.000 Berapa saja jumlah uang yg bisa ku ambil ?

[Lanjut](#)

348 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Akhirnya Feni sampai di tempat ATM dan mulai mengambil uang pada mesin ATM itu. Setelah itu Feni selfie disana.

[Lanjut](#)

280 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Percakapan Ani dan Feni tadi tentang ATM merupakan masalah kontekstual yang menerapkan prinsip induksi matematika. Untuk masalah matematis yang diterapkan dalam induksi matematika akan dijelaskan setelah ini. Penasaranakan bagaimana masalah matematis untuk menerapkan prinsip induksi matematika ? Tekan tombol " Lanjut "

[Lanjut](#)

215 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Buktikan kebenaran dari formula pada pola dibawah ini,
 $1+3+5+7+\dots+(2n-1) = n^2$

Alternatif penyelesaian : Langkah awal, akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar :
 $n=1$, sehingga $1 = 1^2$
 $1 = 1, (P(n))$ benar

Langkah induksi, akan dibuktikan bahwa $P(k)$ benar
 maka $P(k+1)$ benar
 untuk $n = k, 1+3+5+7+\dots+2k-1 = k^2, (P(k))$ adalah benar
 akan dibuktikan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ benar
 $n = k+1, 1+3+5+7+\dots+2k-1+2k = (k+1)^2$
 $k^2 + 2(k+1)-1 = (k+1)^2$
 $k^2 + 2k+2-1 = (k+1)^2$
 $k^2 + 2k+1 = (k+1)^2$
 $(k+1)^2 = (k+1)^2$

Karena formula $P(n) = 1+3+5+\dots+2n-1 = n^2$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika maka jumlah n bilangan ganjil positif yang pertama sama dengan n^2 adalah benar dengan n bilangan asli.

pahami dahulu setiap langkahnya setelah itu tekan

[Lanjut](#)

158 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

WARNING! Sebelum menekan tombol "lanjut" akan lebih baik jika menekan tombol "replay" untuk mengulangi materi sebelumnya, karena jika sudah menekan tombol lanjut tapi tidak bisa melakukan (drag and drop) pada soal dan jawaban yang akan ditayangkan nanti maka kamu tidak bisa melanjutkan ketahap selanjutnya.

Dalam paparan sebelumnya perhatikan pada kotak yang berwarna-warni dan tanda panah(angka menjadi berwarna-warni). Kedua tanda tersebut adalah langkah penting untuk mengerjakan langkah induksi selanjutnya.

Tangri! Perhatikan agar menulis setiap-pol yang ditayangkan sebelumnya pada catatan kalian masing-masing!

Replay Lanjut

117 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Buktikan kebenaran dari formula pada pola dibawah ini.
 $(a)+(a+b)+(a+2b)+(a+3b)+(a+4b)+\dots+(a+(n-1)b) = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b]$

Penyelesaian :
LANGKAH AWAL akan ditunjukkan bahwa P(n) benar :
 [Kotak input] , sehingga [Kotak input] , P(n) benar

Drag jawaban ke kotak putih:
 $n = 1$
 $a = a$
 $a = \frac{1}{2} (2a+(1-1)b)$

patuh! dahului setiap langkahnya setelah itu tekan Lanjut

Lanjut

1083 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Buktikan kebenaran dari formula pada pola dibawah ini.
 $(a)+(a+b)+(a+2b)+(a+3b)+\dots+(a+(k-1)b) = \frac{k}{2} [2a + (k-1)b]$

Penyelesaian :
LANGKAH AWAL akan ditunjukkan bahwa P(n) benar :
 $n = 1$, sehingga $a = \frac{1}{2} (2a+(1-1)b)$, P(n) benar

LANGKAH INDUKSI Karena P(n) benar sehingga P(k) benar . akan ditunjukkan P(k) benar maka P(k+1) juga benar
 $n = k$, sehingga $(a)+(a+b)+(a+2b)+\dots+(a+(k-1)b) = \frac{k}{2} [2a+(k-1)b]$

lalu akan diuktikan P(k+1) benar
 $n = k+1$, sehingga $(a)+(a+b)+(a+2b)+\dots+(a+(k+1-1)b) = \frac{k+1}{2} [2a+(k+1-1)b]$

$(a)+(a+b)+(a+2b)+\dots+(a+(k-1)b) = \frac{k}{2} [2a+(k-1)b]$
 $+ a + k \cdot b = \frac{k+1}{2} [2a+(k+1-1)b]$

caranya pengorjaan :
 $2a + k \cdot b = 2a + k \cdot b$
 $2a + k \cdot b + a + k \cdot b = 2a + k \cdot b + a + k \cdot b$
 $3a + 2k \cdot b = 2a + k \cdot b + a + k \cdot b$
 $3a + 2k \cdot b = 2a + k \cdot b + a + k \cdot b$
 $3a + 2k \cdot b = 2a + k \cdot b + a + k \cdot b$
 $3a + 2k \cdot b = 2a + k \cdot b + a + k \cdot b$

untuk mempermudah pengerjaan dengan hasil $\frac{k}{2} [2a+(k-1)b]$

WARNING!

Lanjut

1020 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Lanjutan :
 $\frac{k}{2} [2a+(k-1)b] + a + kb = \frac{k+1}{2} [2a+(k+1-1)b]$

langkah :
 $2ak + k(k-1)b + 2a + 2kb = \frac{(k+1)(2a+kb)}{2}$

induksi :
 $2a(k+1) + kb((k-1)+2) = \frac{(k+1)(2a+kb)}{2}$
 $2a(k+1) + kb(k+1) = \frac{(k+1)(2a+kb)}{2}$
 $2a(k+1) + kb(k+1) = \frac{(k+1)(2a+kb)}{2}$
 $(k+1)(2a+kb) = \frac{(k+1)(2a+kb)}{2}$

penyelesaian selanjutnya tekan Lanjut

caranya pengorjaan :
 karena perkalian maka bisa dijadikan satu pecahan
 $1-1 = 0$ (sehingga angka 1 hilang)

WARNING!

Lanjut

886 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Penerapan Pada Barisan Bilangan

Masih ingatkan kalian tentang barisan ? Dahulu pernah kalian pelajari saat SMP pada barisan aritmatika atau geometri dan deret aritmatika atau geometri. Coba ingat kembali !

Dalam sub bab ini kita membutuhkan cara menemukan formula dari barisan yang dipaparkan, barisan yang terbentuk tersebut dapat diwakilkan oleh fungsi linier dan fungsi kuadrat. untuk lebih jelasnya amati ilustrasi berikut.

diberikan barisan bilangan asli seperti di bawah ini
 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, ...
 jika suku pertama U1=2 maka n=1 dan Un adalah y sedangkan n adalah x, sehingga :
 U1=2, n=1, (x,y) = (1,2)
 U2=9, n=2, (x,y) = (2,9)
 U3=16, n=3, (x,y) = (3,16)
 U4=23, n=4, (x,y) = (4,23)
 U5=30, n=5, (x,y) = (5,30)
 U6=37, n=6, (x,y) = (6,37)
 U7=44, n=7, (x,y) = (7,44)
 U8=51, n=8, (x,y) = (8,51)

Dari ilustrasi grafik di samping kita tau barisan tersebut membentuk fungsi linier kita tau fungsi linier mempunyai rumus $f(x) = ax+b$

Lanjut

817 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Dari ilustrasi grafik di samping kita tau barisan tersebut membentuk fungsi linier, kita tau fungsi linier mempunyai rumus $f(x) = ax+b$ sehingga $f(n) = an+b$, jadi kita misalkan $Un = an+b$, dengan n bilangan asli dengan a dan b bilangan real tidak nol

Dengan demikian,
 jika n=1 maka $U1 = a \cdot 1 + b \rightarrow a + b = 2$ (i)
 jika n=2 maka $U2 = a \cdot 2 + b \rightarrow 2a + b = 16$ (ii)

dengan melakukan eliminasi pada persamaan (i) dan (ii) diperoleh nilai a=7 dan b=-5, sehingga formula dari masalah yang diberikan adalah $Un = 7n-5$. Ditini kita harus buktikan kembali apa benar barisan yang diberikan dengan formula yang ditemukan tadi cocok.

gunakan cara induksi matematika.
 Jangan lupa materi pada subbab prinsip induksi matematika dipakai kembali.

Untuk melihat cara pembuktiannya tekan tombol dibawah ini !

Replay Lanjut

708 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Akan dibuktikan bahwa 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, merupakan barisan yang mempunyai formula $7n-5$!

Alternatif penyelesaian : Langkah awal, akan dibuktikan bahwa P(n) benar :
 $n=4$, sehingga $U4 = 7(4)-5 = 23$
 dalam hal ini P(4) adalah U4, P(4) adalah benar

Langkah induksi, akan dibuktikan bahwa P(k) benar maka P(k+1) benar :
 karena P(4) benar, secara umum $Pk = Uk = 7k - 5$ adalah benar, ditunjukkan :
 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51,, 7k-5

Dengan menggunakan $Pk = Uk$, akan ditunjukkan $Pk+1 = Uk+1$ juga benar
 Karena setiap berganti baris suku bertambah 7 maka baris ini mengikuti pola berikut :
 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51,, 7k-5, (7k+2) dari $7k-5+7 = 7k+2$

Akibatnya suku ke (k+1) pola bilangan tersebut adalah $Uk+1 = 7k+2 = 7(k+1)-5$ dimana nilai k adalah 7
 Jadi terbukti bahwa $P(k+1) = U(k+1) = 7(k+1)-5 = 7k+2$ adalah benar dengan k bilangan asli 7.

Karena formula memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka disimpulkan bahwa formula tersebut benar untuk mencari barisan 2,9,16, 23, 30,37,44,51,....

Replay Lanjut

619 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

WARNING!

Jika baris tersebut masuk dalam fungsi linier maka misalkan fungsi $Un=an+b$. lalu cari nilai pada variabel a dan b. Jika baris tersebut masuk dalam fungsi kuadrat maka misalkan fungsi $Un = an^2+bn+c$ lalu cari nilai pada variabel a, b, dan c. jika sudah ketemu nilai variabel maka itulah formula barisan tersebut.

Lalu buktikan formula itu benar atau tidak dengan prinsip induksi matematika

Poin penting dalam subbab penerapan induksi pada barisan bilangan adalah cara mencari formula dari barisan yang diberikan. Dalam mencari formula, kamu harus mengetahui apakah barisan tersebut masuk dalam fungsi linier atau fungsi kuadrat.

Lanjut

520 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Penerapan Pada Keterbagian

Makna keterbagian disini adalah habis dibagi bukan hanya dapat dibagi. Simak ilustrasi yang dimaksud dibawah ini :

15 bintang dibagi ke dalam 3 lingkaran, tidak ada sisa bintang terjadi. Ilustrasi ini bermaksud 15 dapat dibagi 4

15 bintang dibagi ke dalam 3 lingkaran, tidak ada sisa bintang terjadi. Ilustrasi ini bermaksud 15 habis dibagi 3

Lanjut

433 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Amati contoh dibawah !

Dengan induksi matematika, tunjukkan bahwa $11^n - 6$ habis dibagi 5, untuk n bilangan asli.

Alternatif penyelesaian :

Langkah awal, akan dibuktikan $P(n)$ benar
 $n = 3$, sehingga $(11^3) - 6 = 1.325$, 1.325 habis dibagi 5
 $1.325 = 5(265)$, dengan demikian $P(3)$ habis dibagi 5, $P(n)$ benar

Langka induksi, karena $P(n)$ benar, sedemikian sehingga $P(k)$ benar
 $n = k$, sehingga $P(k) = (11^k) - 6$, habis dibagi 5
 selanjutnya akan dibuktikan bahwa jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar
 $n = k+1$, sehingga $P(k+1) = (11^{k+1}) - 6$, (harus habis dibagi 5)
 $(11^{k+1}) - 6$ habis dibagi 5, maka dapat dimisalkan $(11^k) - 6 = 5m$, untuk m bil bulat positif. Akibatnya $(11^k) = 5m + 6$. Dengan demikian,

$$(11^{k+1}) - 6 = [11^k(11)] - 6 \text{ dari } (a^m)(a^n) = (a^m)a^n$$

$$= (5m + 6)(11) - 6$$

$$= 55m + 66 - 6$$

$$= 55m + 60$$

Jadi $(5m \times 11) + (6 \times 11) - 6 = 55m + 66 - 6 = 55m + 60 = 5(11m + 12)$

Lanjut

349 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Penerapan Pada Ketidaksamaan

Pada subbab ini, kita akan memperluas kajian penerapan Prinsip Induksi Matematika dalam formulasi yang dinyatakan dalam bentuk ketidaksamaan matematik. Untuk lebih jelasnya langsung ke contoh berikut ini.

Buktikan bahwa $(1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + (n^2) > \frac{(n^3)}{3}$
 Untuk setiap n bilangan asli

Lanjut

296 Detik Waktu Penggunaan 20 menit

Buktikan bahwa $(1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + (n^2) > \frac{(n^3)}{3}$
 Untuk setiap n bilangan asli

Alternatif penyelesaian :

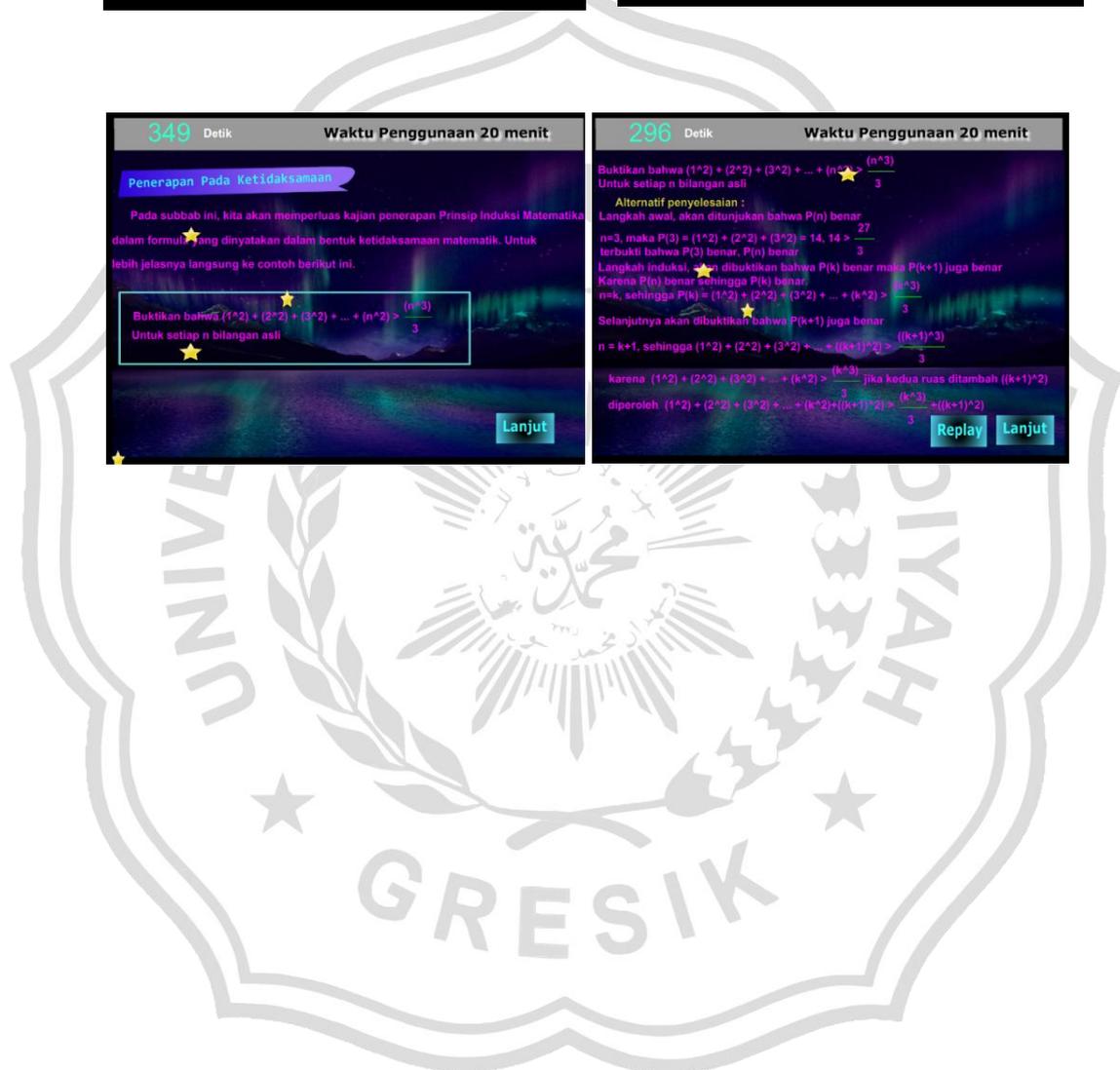
Langkah awal, akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ benar
 $n=3$, maka $P(3) = (1^2) + (2^2) + (3^2) = 14$, $14 > \frac{27}{3}$
 terbukti bahwa $P(3)$ benar, $P(n)$ benar

Langkah induksi, akan dibuktikan bahwa $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar
 Karena $P(n)$ benar sehingga $P(k)$ benar.
 $n=k$, sehingga $P(k) = (1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + (k^2) > \frac{(k^3)}{3}$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $P(k+1)$ juga benar
 $n = k+1$, sehingga $(1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + ((k+1)^2) > \frac{((k+1)^3)}{3}$

karena $(1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + (k^2) > \frac{(k^3)}{3}$ jika kedua ruas ditambah $((k+1)^2)$
 diperoleh $(1^2) + (2^2) + (3^2) + \dots + (k^2) + ((k+1)^2) > \frac{(k^3)}{3} + ((k+1)^2)$

Replay Lanjut



Lampiran 3. Bahan Ajar Kelas Kontrol
BAB 1 INDUKSI MATEMATIKA

A. Kompetensi Dasar

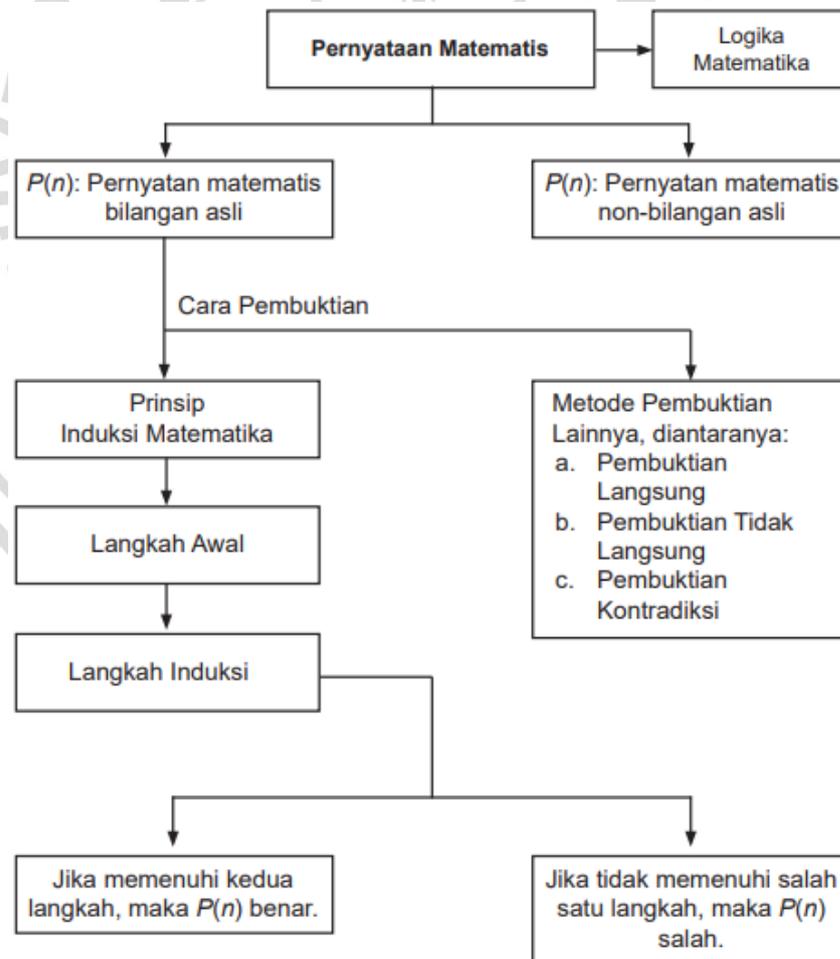
Setelah mengikuti pembelajaran induksi matematika, peserta didik mampu:

- 3.1 Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian dengan induksi matematika.
- 4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian.

B. Istilah Penting

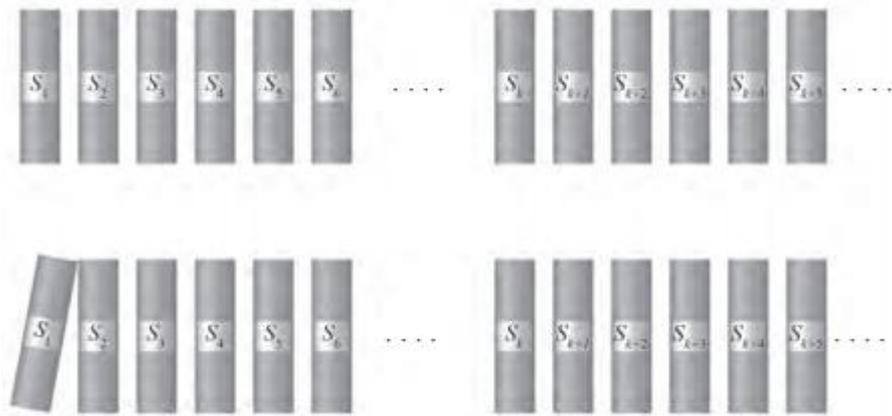
- Induksi
- Langkah Awal (Basic Steps)
- Langkah Induksi (Induction Step)

C. Peta Pikiran



Materi Pelajaran

Pengantar Induksi Matematika Perhatikan ilustrasi berikut ini



Gambar 1.1. Ilustrasi sebanyak n objek (papan) yang disusun dengan jarak dua objek yang berdekatan sama.

- Dari ilustrasi pada Gambar 1.1, papan manakah yang jatuh jika papan S_1 dijatuhkan ke arah S_2 ?
- Jika terdapat 100 susunan papan mengikuti pola seperti pada ilustrasi di atas, apakah papan ke S_{100} juga akan jatuh?

Dari ilustrasi di atas, dapat dibayangkan bahwa menjatuhkan papan S_1 ke arah S_2 pasti papan yang paling ujung, sebut papan S_n (untuk setiap n bilangan asli), juga jatuh. Dengan kata lain dapat dinyatakan bahwa jika papan S_1 jatuh maka papan S_{15} juga jatuh bahkan papan S_n juga jatuh.

Mari kita cermati masalah-masalah berikut ini.

Masalah 1.1

Tanpa menggunakan alat bantu hitung, rancang formula yang memenuhi pola penjumlahan bilangan mulai 1 hingga 20. Kemudian, uji kebenaran formula yang ditemukan sedemikian sehingga berlaku untuk penjumlahan bilangan mulai dari 1 hingga n , dengan n bilangan asli

Alternatif Penyelesaian:

- Pola yang terdapat pada, yaitu:
 - Selisih dua bilangan yang berurutan selalu sama yaitu 1.
 - Hasil $(1 + 20) = (2 + 19) = (3 + 18) = (4 + 17) = \dots = (10 + 11) = 21$. Artinya terdapat sebanyak 10 pasang bilangan yang jumlahnya sama dengan 21.

Jadi hasil $1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 = \left(\frac{20}{2}\right)21 = 210$.

b. Untuk mengetahui pola yang terdapat pada $1 + 2 + 3 + \dots + n$, untuk n bilangan asli, perlu dipilih sebarang $n > 20$. Misalnya kita pilih $n = 200$. Sekarang, kita akan menyelidiki apakah pola yang terdapat pada $1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20$ berlaku pada $1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200$?

- Selisih dua bilangan yang berurutan selalu sama yaitu 1.
- Hasil $(1 + 200) = (2 + 199) = (3 + 198) = (4 + 197) = \dots = (100 + 101) = 201$.
- Artinya terdapat sebanyak 100 pasang bilangan yang jumlahnya sama dengan 201.

Jadi hasil $1 + 2 + 3 + \dots + 198 + 199 + 200 = \left(\frac{200}{2}\right) 201 = 20.100$

Dengan demikian untuk sebarang n bilangan asli yang genap, kamu dapat menentukan jumlah bilangan berurutan mulai dari 1 hingga n .

Dari paparan diatas apa itu induksi matematika :

Induksi matematika merupakan teknik pembuktian yang baku, sehingga dapat mengurangi langka pembuktian yang rumit untuk menemukan suatu kebenaran dari pernyataan matematis.

Prinsip Induksi Matematika

Prinsip 1.1 Induksi Matematika

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan $P(n)$ benar jika memenuhi langkah berikut ini:

- Langkah Awal (*Basic Step*): $P(1)$ benar.
- Langkah Induksi (*Induction Step*): Jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ benar, untuk setiap k bilangan asli.

Pada proses pembuktian dengan Prinsip Induksi Matematika, untuk langkah awal tidak selalu dipilih untuk $n = 1$, $n = 2$, atau $n = 3$, tetapi dapat dipilih sebarang nilai n sedemikian sehingga dapat mempermudah supaya proses langkah awal dipenuhi. Selanjutnya, yang ditemukan pada langkah awal merupakan modal untuk langkah induksi. Artinya, jika $P(1)$ benar, maka $P(2)$ benar; jika $P(2)$ benar maka $P(3)$ benar; demikian seterusnya hingga disimpulkan $P(k)$ benar. Dengan menggunakan $P(k)$ benar, maka akan ditunjukkan $P(k + 1)$ benar. Jika $P(n)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka formula $P(n)$ terbukti benar. Jika salah satu dari kedua

prinsip tidak dipenuhi, maka formula $P(n)$ salah. Mari kita cermati masalah berikut ini.

Masalah 1.2

Misalkan suatu ATM menyediakan layanan penarikan uang tunai untuk pecahan Rp20.000,00 dan Rp50.000,00. Berapakah jumlah kelipatan penarikan dengan jumlah minimal yang dapat diambil pelanggan melalui ATM tersebut adalah Rp40.000,00?

Alternatif Penyelesaian:

Dengan menggunakan induksi matematika, harus kita tunjukkan bahwa Prinsip 1.1 dipenuhi untuk penarikan Rp n yang merupakan kelipatan Rp40.000,00 dengan n merupakan bilangan asli.

a. Langkah awal

Untuk mengeluarkan uang sejumlah Rp40.000,00, ATM bekerja dan mengeluarkan 2 lembar uang Rp20.000,00. Jadi, untuk $n = 2$, maka benar ATM dapat mengeluarkan sejumlah uang kelipatan Rp40.000,00.

- b. Langkah Induksi Dengan demikian, untuk setiap jumlah uang kelipatan Rp40.000,00, ATM dapat mengeluarkan sejumlah uang yang diperlukan pelanggan. Artinya, untuk mengeluarkan Rp n , dengan n adalah kelipatan Rp40.000,00 dan n bilangan asli dapat digunakan e lembar uang Rp20.000,00. Akibatnya dapat disimpulkan bahwa $P(k)$ benar. Kita akan menunjukkan bahwa $P(k + 1)$ juga benar, yaitu untuk mengeluarkan uang sejumlah $(k + 1)$ kelipatan uang Rp40.000,00 dapat menggunakan uang pecahan Rp20.000,00 dan/atau Rp50.000,00.

Selain itu, terdapat dua kemungkinan, yaitu:

- a. Misalkan ATM kehabisan uang pecahan Rp50.000,00, maka untuk mengeluarkan uang senilai Rp n menggunakan pecahan uang Rp20.000,00. Karena minimal 40.000, setidaknya harus menggunakan dua lembar uang pecahan Rp 20.000,00. Dengan mengganti dua lembar uang Rp 20.000,00 sebagai pengganti satu lembar Rp50.000,00 akan menjadikan uang yang dikeluarkan ATM sebanyak Rp $(n + k)$, dengan k senilai Rp10.000,00.
- b. Misalkan ATM mengeluarkan uang senilai Rp n , dengan sedikitnya satu lembar pecahan Rp50.000,00. Dengan mengganti satu lembar pecahan Rp50.000,00 dengan tiga lembar pecahan uang Rp20.000,00 akan

menjadikan uang yang dikeluarkan ATM sebesar Rp $(n + k)$, dengan k senilai Rp10.000,00.

Dengan demikian terbukti bahwa jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ juga benar. Jadi, untuk Masalah 1.3, terbukti bahwa pola penarikan uang tunai melalui ATM memenuhi prinsip induksi matematika.

Contoh 1.1

Untuk setiap bilangan asli, dengan $n \geq 1$ berlaku:

$$\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{(n+1)}$$

Buktikan dengan induksi matematika

Alternatif Penyelesaian:

Kita misalkan, $P(n) = \frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{(n+1)}$.

Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ memenuhi prinsip induksi matematika, yaitu langkah awal dan langkah induksi.

a. Langkah Awal: Untuk $n = 2$, kita peroleh

$$\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} = \frac{2}{(2+1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa $P(2)$ adalah benar.

b. Langkah Induksi: Karena $P(2)$ benar, maka $P(3)$ benar, hingga disimpulkan

$$P(k) = \frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{(k+1)} \text{ adalah benar.}$$

Akan ditunjukkan, jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ benar.

$$\text{Diperoleh } \frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{(k+1)}$$

Jika kedua ruas ditambahkan $\frac{1}{(k+1) \cdot [(k+1)+1]} = \frac{1}{(k+1) \cdot (k+2)}$, diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} &= \frac{k}{(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \\ &= \frac{k+1}{k+2} \end{aligned}$$

Jadi diperoleh bahwa $\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)}$

$$= \frac{k+1}{k+2} \text{ adalah benar, untuk setiap } k \text{ bilangan asli.}$$

Karena formula $P(n) = \frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \frac{1}{4(5)} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{(n+1)}$ memenuhi

kedua prinsip induksi matematika, maka formula tersebut adalah formula yang benar.

1.3 Bentuk-Bentuk Penerapan Induksi Matematika

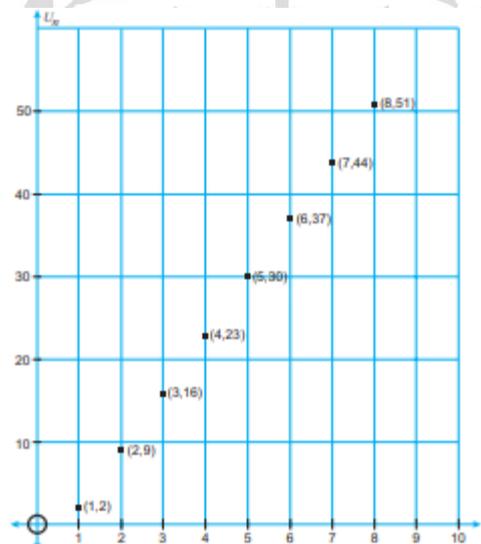
1.3.1 Penerapan Induksi Matematika pada Barisan Bilangan

Masalah 1.3

Misalkan u_i menyatakan suku ke i suatu barisan bilangan asli, dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Diberikan barisan bilangan asli, 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, \dots . Rancang suatu formula untuk menghitung suku ke 1.000 barisan bilangan tersebut. Ujilah kebenaran formula yang diperoleh dengan menggunakan induksi matematika.

Alternatif Penyelesaian:

Terlebih dahulu kita mengkaji barisan bilangan asli yang diberikan, bahwa untuk $n = 1$ maka $u_1 = 2$; untuk $n = 2$ maka $u_2 = 9$; untuk $n = 3$ maka $u_3 = 16$; demikian seterusnya. Artinya kita harus merancang suatu formula sedemikian sehingga formula tersebut dapat menentukan semua suku-suku barisan bilangan tersebut. Mari kita telaah hubungan antara n dengan suku-suku barisan bilangan 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, \dots yang dideskripsikan pada Gambar 1.3



Gambar 1.3. Sebaran titik yang dibentuk oleh n dengan suku-suku barisan 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, \dots

Dari Gambar 1.3, tampak jelas bahwa sebaran titik-titik (n, u_n) diwakilkan oleh suatu fungsi linear, kita misalkan $u_n = an + b$, dengan n bilangan asli dan a dan b bilangan real tak nol.

Dengan demikian,

$$\text{jika } n = 1 \text{ maka } u_1 = a(1) + b \leftrightarrow a + b = 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{jika } n = 2 \text{ maka } u_2 = a(2) + b \leftrightarrow 2a + b = 9 \dots\dots\dots (2)$$

Dengan pengalaman belajar menyelesaikan persamaan linear dua variabel, dari Persamaan (1) dan (2) diperoleh $a = 7$ dan $b = -5$.

Jadi formula untuk barisan bilangan asli, 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, . . . adalah $u_n = 7n - 5$. Harus diuji kebenaran formula yang diperoleh, tentunya menggunakan induksi matematika.

a. Langkah awal Untuk $n = 4$, maka $u_4 = 7(4) - 5 = 23$.

Kita simpulkan bahwa $P(4)$, dalam hal ini u_4 adalah benar.

b. Langkah Induksi

Karena $P(4) = u_4$ benar, maka $P(5) = u_5$ benar. Secara umum disimpulkan bahwa $P(k) = u_k = 7k - 5$ adalah benar. Dengan menggunakan $P(k) = u_k$, akan ditunjukkan bahwa $P(k + 1) = u_{k+1} = 7(k + 1) - 5$. Jika $u_k = 7k - 5$, maka dapat dituliskan sebanyak n suku barisan bilangan asli yang mengikuti pola bertambah 7, yaitu: 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, . . . $(7k - 5)$. Dengan demikian, jika kita menuliskan sebanyak $(k + 1)$ suku barisan bilangan asli yang mengikuti pola bertambah 7, yaitu: 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, . . . $(7k - 5)$, $(7k + 2)$. Akibatnya, suku ke $(k + 1)$ pola bilangan tersebut adalah $u_{k+1} = 7k + 2 = 7(k + 1) - 5$.

Jadi terbukti bahwa $P(k + 1) = u_{k+1} = 7(k + 1) - 5 = 7k + 2$ adalah benar, dengan k adalah bilangan asli. Karena, formula $u_n = 7n - 5$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka disimpulkan bahwa adalah formula yang benar untuk barisan bilangan asli 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, . . .

1.3.2 Penerapan Induksi Matematika pada Keterbagian

Sebelum kita mengkaji lebih jauh tentang penerapan induksi matematika, perlu ditegaskan makna keterbagian dalam hal ini, yaitu habis dibagi bukan hanya dapat dibagi. Tentu kamu dapat membedakan dapat dibagi dan habis dibagi. Misalnya, 36 habis dibagi 3, tetapi 36 tidak habis dibagi oleh 7. Pada subbab ini, kita akan mengkaji bagaimana penerapan prinsip induksi matematika pada konsep keterbagian suatu formula bilangan asli. Mari kita cermati masalah berikut ini.

Contoh 1.2

Dengan induksi matematika, tunjukkan bahwa $11^n - 6$ habis dibagi 5, untuk n bilangan asli.

Alternatif Penyelesaian:

Kita misalkan $P(n) = 11^n - 6$, dengan n bilangan asli. Pada contoh ini kita harus menunjukkan bahwa $11^n - 6$ dapat dituliskan sebagai bilangan kelipatan 5. Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika.

- a. Langkah Awal Kita dapat memilih $n = 3$, sedemikian sehingga, $11^3 - 6 = 1.325$ dan 1.325 habis dibagi 5, yaitu $1.325 = 5(265)$.

Dengan demikian $P(3)$ habis dibagi 5.

- b. Langkah Induksi Karena $P(3)$ benar, maka $P(4)$ benar, sedemikian sehingga disimpulkan $P(k) = 11^k - 6$ benar, untuk k bilangan asli. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa jika $P(k) = 11^k - 6$ habis dibagi 5, maka $P(k + 1) = 11^{k+1} - 6$ habis dibagi 5.

Karena $11^k - 6$ habis dibagi 5, maka dapat kita misalkan $11^k - 6 = 5m$, untuk m bilangan bulat positif. Akibatnya, $11^k = 5m + 6$. Bentuk $11^{k+1} - 6 = 11^k (11) - 6$, $= (5m + 6)(11) - 6$ (karena $11^k = 5m + 6$) $= 55m + 60 = 5(11m + 12)$. Dengan demikian $P(k + 1) = 11^{k+1} - 6$ dapat dinyatakan sebagai kelipatan 5, yaitu $5(11m + 12)$. Jadi benar bahwa $P(k + 1) = 11^{k+1} - 6$ habis dibagi 5. Karena $P(n) = 11^n - 6$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka terbukti $P(n) = 11^n - 6$ habis dibagi 5, untuk n bilangan asli.

1.3.2 Penerapan Induksi Matematika pada Ketidaksamaan (Ketaksamaan)

Pada subbab ini, kita memperluas kajian penerapan Prinsip Induksi Matematika dalam formula yang dinyatakan dalam bentuk ketidaksamaan matematik. Untuk lebih jelasnya mari kita cermati contoh berikut ini.

Contoh 1.3

Buktikan bahwa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$, untuk setiap n bilangan asli.

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika.

Langkah Awal Untuk $n = 3$, maka $P(3) = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 > \frac{27}{3}$. Terbukti bahwa $P(3)$ benar.

Langkah Induksi Karena $P(3)$ benar, maka $P(4) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30 > \frac{64}{3}$, juga benar. Demikian seterusnya hingga dapat disimpulkan bahwa untuk

$n = k$ $P(k) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 > \frac{k^3}{3}$ adalah benar. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa untuk $n = k + 1$, maka

$$P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$$

Karena $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 > \frac{k^3}{3}$, jika kedua ruas ditambahkan $(k+1)^2$,

$$\text{diperoleh } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{k^3}{3} + (k+1)^2$$

$$\Leftrightarrow P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{k^3 + 3k^2 + 6k + 3}{3}$$

$$\Leftrightarrow P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3 + 3k + 2}{3}$$

Padahal $\frac{(k+1)^3 + 3k + 2}{3} = \frac{(k+1)^3}{3} + \frac{3k+2}{3} > \frac{(k+1)^3}{3}$, untuk setiap k bilangan bulat positif.

$$\text{Akibatnya, } P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$$

Dengan demikian, $P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$, adalah benar.

Karena $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka formula $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ adalah benar, untuk setiap n bilangan asli.

Lampiran 4. RPP Kelas Eksperimen**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN****RPP**

Sekolah : MA YKUI Maskumambang, Dukun, Gresik

Mata Pelajaran: Matematika

Kelas/Semester: XI / Genap

Materi Pokok : Induksi matematika

Waktu : 4 x 45 menit

A. KOMPETENSI INITI

3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian , serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.	4. mengelola, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR

3.1 Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian, dengan induksi matematika	3.8.1 Mengidentifikasi masalah-masalah kontekstual yang berkaitan dengan induksi matematika 3.8.2 Memperkirakan formula yang terbentuk dalam suatu pola bilangan 3.8.3 Menjelaskan prinsip induksi matematika
4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematika berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian	4.1.1 Menggunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan formula suatu barisan, keterbagian, dan ketidaksamaan 4.1.2 Memecahkan masalah matematis dalam bentuk barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan dengan menggunakan prinsip induksi matematis.

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat mengidentifikasi masalah-masalah kontekstual yang berkaitan dengan induksi matematika dengan benar.

2. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat memperkirakan formula yang terbentuk dalam suatu pola bilangan dengan benar.
3. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat menjelaskan prinsip induksi matematika dengan benar.
4. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat menggunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan formula suatu barisan, keterbagian, dan ketidaksamaan dengan benar.
5. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat memecahkan masalah matematis dalam bentuk barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan dengan menggunakan prinsip induksi matematis dengan benar.

D. MATERI PEMBELAJARAN

1. Pengantar induksi matematika dengan menjelaskan secara kontekstual.
2. Prinsip induksi matematika
3. Penerapan induksi matematika dalam barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan.

E. PENDEKATAN/MODEL/METODE PEMBELAJARAN

Model pembelajaran simulasi berbasis multimedia

F. ALAT DAN SUMBER BELAJAR

Alat : Komputer/Laptop/HP

Sumber Belajar : LKPD word, media simulasi

Sumber belajar diambil dari :

Buku siswa. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Jakarta

G. KEGIATAN PEMBELAJARAN

N o	Kegia tan	Deskripsi Kegiatan	Wkt	Ket.
Hari Pertama 2x45 menit				
1	P e n d i k h u l u a	<ul style="list-style-type: none"> •Peneliti dan peserta didik login akun melalui web edmodo (www.edmodo.com) sesuai dengan prosedur yang ada dalam web tersebut yaitu sebagai <i>teacher</i> dan sebagai <i>student</i>. •Pendidik membuka pembelajaran online dengan mengucapkan salam. •Pendidik memeriksa kehadiran peserta didik dalam situs edmodo yang digunakan. 	15 menit	Pem bela jara n onli ne via edm odo

	n	<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengkondisikan agar peserta didik selalu menyimak penjelasan yang dituliskan melalui forum chat edmodo. Dan selalu taat pada setiap instruksi yang diberikan. • Pendidik memberikan sebuah gambar untuk menyampaikan apersepsi induksi matematika dengan mengetik pertanyaan  <p>“apa yang terjadi pada kartu yang paling belakang ?”</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik merespon jawaban pendidik dengan mengetik jawaban pada forum pembelajaran online. • Pendidik menyampaikan topik yang akan dipelajari pada pertemuan pertama, yaitu tentang cara membentuk formula, pengenalan prinsip induksi matematika dan penerapan pada baris bilangan 		
2	Inti	<p>Stimulation (memberi stimulus) Mengamati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stimulus yang diberikan adalah video batang jatuh. Pendidik memberikan video pada kolom chat dan peserta didik diberi waktu (10 menit) untuk mengidentifikasinya. Berupa video pendek yang hanya menayangkan jatuhnya batang satu persatu.  <p>Problem statement (mengidentifikasi masalah) Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik dipersilakan untuk bertanya apa fungsi dari video yang diberikan. • Pendidik merangsang pertanyaan-pertanyaan, jika tidak ada peserta didik yang bertanya apa maksud dari batang yang terjatuh satu persatu tersebut. 	60 menit	

	<p>Data collection (Pengumpulan data) Mengumpulkan informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik menginstruksikan untuk membuka fitur library pada edmodo dan mendownload “multimedia pertemuan pertama” lalu memberikan waktu belajar selama (20 menit). Isi dari multimedia ini dapat membantu peserta didik menjawab pertanyaannya. <p>Data procesing (pengelolaan data) Mengasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengintruksikan membuka fitur assignment yang diberi waktu untuk mengerjakan LKPD yang diberikan pada fitur itu. Hal ini juga untuk mengetahui apa peserta didik mengamati multimedia yang dibuka sebelumnya. Waktu pengerjaan 20 menit) <p>Verification (Pumbuktian) Mengasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan 3 soal untuk dikerjakan untuk menambah pemantapan pendidik dengan materi yang diajarkan dan dikumpulkan besok. Dan pendidik mengetik pada forum chatt “Jika ada pertanyaan seputar materi hari ini dapat menghubungi nomor whatsapp) <p>Generalization (menarik kesimpulan) Mengkomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengarahkan kegunaan materi dalam kehidupan sehari-hari yang sudah disimulasikan pada multimedia yang di doawndload tadi. Dan secara matematis video tersebut itu menganalogikan sebuah penjumlahan bilangan asli sampai ke-n dan bagaimana cara menemukan formulanya. Serta induksi matematika digunakan untuk membuktikan bahwa formula yang dibuktikan itu benar. • Lalu peserta didik bertanya pembuktian apa lagi yang bisa dilakukan dengan induksi matematika selain pembuktian pengambilan uang di atm? • Peserta didik merespon pertanyaan peserta didiknya. 		
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

3	Penutup	<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan kesempatan pada peserta didik untuk bertanya kembali. • Pendidik menyampaikan rangkuman dari pembelajaran yang dilakukan. • Pendidik menutup pembelajaran online dengan mengucapkan salam. 	15 menit	
Hari Kedua 2x45 menit				
1	Pendahuluan	<ul style="list-style-type: none"> • Peneliti dan peserta didik login akun melalui web edmodo (www.edmodo.com) sesuai dengan prosedur yang ada dalam web tersebut yaitu sebagai <i>teacher</i> dan sebagai <i>student</i>. • Pendidik membuka pembelajaran online dengan mengucapkan salam. • Pendidik memeriksa kehadiran peserta didik dalam situs edmodo yang digunakan. • Pendidik mengkondisikan agar peserta didik selalu menyimak penjelasan yang dituliskan melalui forum chatt edmodo. Dan selalu taat pada setiap instruksi yang diberikan. • Pendidik memberikan pertanyaan dengan mengetikan “bagaimana cara membuktikan permasalahan matematis dengan prinsip induksi matematika?” • Peserta didik merespon jawaban pendidik dengan mengetikan jawaban pada forum pembelajaran online. • Pendidik menyampaikan topik yang akan dipelajari pada pertemuan kedua, yaitu tentang penerapan induksi pada keterbagian dan penerapan induksi pada ketidaksamaan 	15 menit	Pembelajaran online via edmodo
2	Inti	<p>Stimulation (memberi stimulus) Mengamati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengetik pertanyaan, apa itu keterbagian dan ketidaksamaan. • Peserta didik mengetik jawaban menurut pengetahuannya. <p>Problem statement (mengidentifikasi masalah) Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik dipersilakan untuk bertanya apa kaitannya keterbagian dan ketidaksamaan dengan induksi matematika. 	60 menit	

		<ul style="list-style-type: none"> •Pendidik merangsang pertanyaan-pertanyaan, jika tidak ada peserta didik yang bertanya apa ada kaitannya? <p>Data collection (Pengumpulan data) Mengumpulkan informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> •Pendidik membantu peserta didik dalam menyelesaikan masalah dengan mengingat materi sebelumnya tentang prinsip induksi matematika •Pendidik menginstruksikan untuk membuka fitur pada edmodo dan mendownload “multimedia pertemuan kedua” lalu memberikan waktu belajar selama (10 menit). Isi dari multimedia ini dapat membantu peserta didik menjawab pertanyaannya. <p>Data procesing (pengelolaan data) Megasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> •Pendidik mengintruksikan membuka fitur assignment yang diberi waktu untuk mengerjakan LKPD yang diberikan pada fitur itu. Hal ini juga untuk mengetahui apa peserta didik mengamati multimedia yang dibuka sebelumnya. Waktu pengerjaan (20 menit) <p>Verification (Pumbuktian) Megasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> •Pendidik memberikan 2 soal untuk dikerjakan untuk menambah pemantapan pendidik dengan materi yang diajarkan dengan waktu 20 menit. Dan pendidik mengetik pada forum chatt “Jika ada pertanyaan seputar materi hari ini dapat menghubungi nomor whatsapp) <p>Generalization (menarik kesimpulan) Mengkomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> •Pendidik mengarahkan kegunaan materi adalah membuktikan formula yang rumit hanya dengan cara yang sederhana yaitu menggunakan prinsip induksi matematika 		
3	Penutup	<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan kesempatan pada peserta didik untuk bertanya kembali. 	15menit	

	<ul style="list-style-type: none">• Pendidik menyampaikan rangkuman dari pembelajaran yang dilakukan.• Pendidik menutup pembelajaran online dengan mengucapkan salam.		
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--

H. PENILAIAN PROSES DAN HASIL BELAJAR

Penilaian kognitif (pengetahuan) menggunakan latihan soal, afektif dan psikomotor menggunakan instrumen non tes tapi dilihat dari kelengkapan LKPD yang diberikan. (terlampir)

Gresik, 15 Juli 2020
Guru Mata Pelajaran,



Nur Izza, S. Si.



Lampiran 5. LKPD 1 dan 2 Kelas Eksperimen

Mata pelajaran : Induksi Matematika
 Kelas/Semester : XI / Ganjil
 Waktu : 20 menit
 Nama Pengisi :

Langka-Langka Kegiatan

1. Print out lkpd yang sudah diberikan melalui whatsapp
2. Isi nama pengisi dengan nama kalian sendiri
3. Baca dan pahami pernyataan-pernyataan dari masalah yang disajikan, kemudian pikirkan jawabannya
4. Silahkan membuka bahan ajar yang telah diberikan sebagai alat bantu untuk mengerjakan lembar kerja ini.
5. Jika terdapat masalah yang tidak dapat diselesaikan, tanyakan pada guru melalui whatsapp
6. Tugas dikerjakan selama 20 menit
7. Hasil yang kamu tulis di lembar kerja ini menandakan kamu sudah mempelajari materi dalam bahan ajar yang diberikan.

Isilah Setiap Langkah Dengan Benar

Dengan melihat gambar dibawah ini. Coba ceritakan kesimpulan mu dari hasil mempelajari bahan ajar yang diberikan !



Ketikan kesimpulan mu!

.....



.....

Masalah 1.1

Tanpa menggunakan alat bantu rancang formula yang memenuhi pola penjumlahan bilangan asli mulai 1 sampai 20 kemudian uji formula tersebut untuk menghitung penjumlahan bilangan asli 1 sampai 300.

Alternatif penyelesaian :

$$1+2+3+4+ \dots + \dots +7+ 8+9+10+ \dots + \dots +13+14+15+16+17+ \dots + \dots + \dots$$

Didapat :

$$1 + 20 = 21$$

$$6+ \dots = 21$$

$$2+ \dots = 21$$

$$\dots + \dots = 21$$

$$\dots + \dots = 21$$

$$8 + \dots = 21$$

$$4+ \dots = 21$$

$$\dots + \dots = 21$$

$$5+ \dots = 21$$

$$\dots + 11 = 21$$

Kesimpulan setelah menjumlahkan seperti itu :

.....

Simpulkan juga penjumlahan bilangan asli mulai dari 1 dan 300 disini !

...

Prinsip induksi matematika :

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan $P(n)$ benar jika memenuhi langkah berikut ini :

- Langkah awal, $P(1)$, $P(2)$, dst benar
- Langkah induksi, jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar, untuk setiap k bilangan asli

Masalah 1.2

Buktikan bahwa $(a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = (n/2)(2a+(n-1)b)$

Alternative penyelesaian :

Langkah awal, akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ benar,

....., sehingga

....., $P(n)$ benar

Langka induksi, Karena $P(n)$ benar sehingga $P(k)$ benar, akan ditunjukkan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

$n = k$, sehingga = $k/2$ (.....)

lalu akan dibuktikan $P(k+1)$ benar

$n=k+1$, sehingga = $(k+1)/2$ (.....)

..... = $(k+1)/2$ (.....)

..... = $(k+1)/2 (2a+((k+1)-1)b)$

..... =

..... =

$(2ak + k(k+1)b + 2a + 2kb) / 2 = (k+1)(2a+kb) / 2$

..... =

$(2a(k+1) + kb ((k-1)+2) / 2 =$

..... =

Diperoleh bahwa

$P(k+1) = (a)+(a+b)+(a+2b)+(a+3b)+\dots + a+((k+1)-1)b = (k+1)/2(2a+((k+1)-1)b)$

adalah benar, untuk setiap k bilangan bulat positif.

Karena $P(n) = (a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = n/2(2a+(n-1)b)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka formula

$(a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = n/2(2a+(n-1)b)$ adalah benar, dengan n bilangan bulat positif.

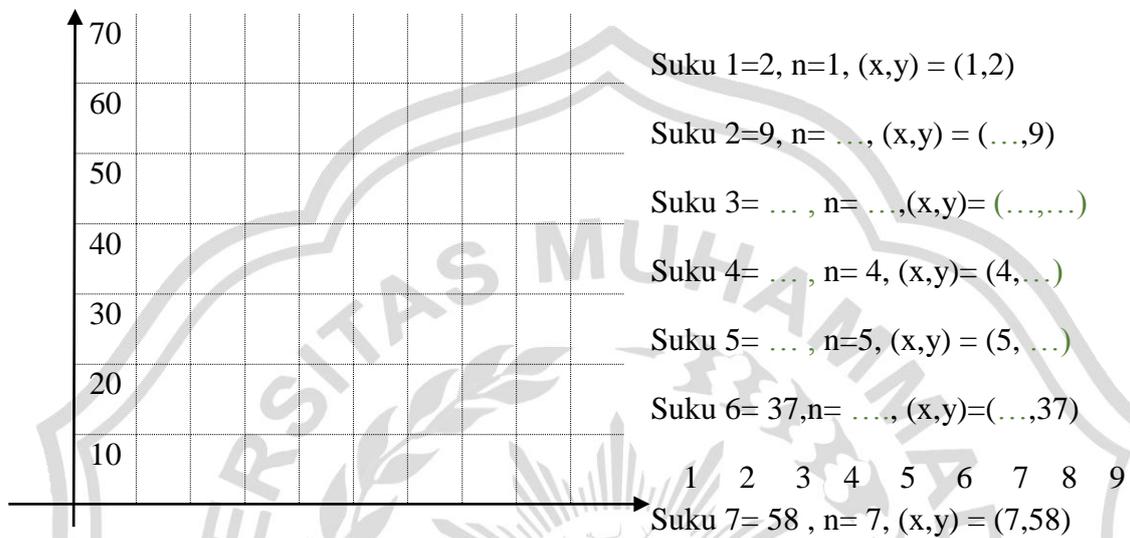
Masalah Penerapan Induksi Pada Barisan Bilangan :

Masalah 1.3

Diberikan barisan bilangan asli seperti dibawah ini :

2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51,

Jika suku pertama = 2 maka $n=2$ dan jika suku ke- n adalah y sedangkan n adalah x data dibuat grafik seperti dibawah



Dari grafik, kita tau fungsi linier mempunyai rumus $f(x) = ax + b$ sehingga

$f(n)=an+b$. kita misalkan $U_n = an+b$

Dengan demikian :

$$n=1 \text{ maka } u_1 = a.1+b \rightarrow a+b = 2 \quad \text{(i)}$$

$$n=2 \text{ maka } u_2 = a.2 +b \rightarrow 2a+b = 16 \quad \text{(ii)}$$

Dilakukan eliminasi dan didapat formula $U_n = 7n-5$

Setelah itu dilakukan pembuktian formula dengan induksi matematika. Tetap ingat prinsip induksi matematika.

Akan dibuktikan bahwa 2, 9, 16, 23, 30, ... merupakan barisan yang mempunyai formula $7n - 5$

Alternatif Penyelesaian :

Langkah awal, Akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar,

$n=4$, sehingga , $P(4)$ benar

$P(n)$ benar

Langka induksi, akan dibuktikan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

Karena $P(4)$ benar, secara umum $P(k)$ adalah benar, ditunjukkan

2, 9, 16, 23, 30, ... $7k-5$

Dengan menggunakan $P(k)$ akan ditunjukkan $P(k+1)$ juga benar

Karena setiap berganti baris suku bertambah 7 maka baris $P(k+1)$ mengikuti pola

.....
 Mengakibatkan pola suku ke $(k+1)$ adalah dimana nilai k adalah 7

Jadi terbukti bahwa $P(k+1) = \dots\dots\dots$ adalah benar dengan k bilangan asli 7

Karena formula memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka disimpulkan bahwa formula tersebut benar untuk mencari barisan 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44 51, ...

Masalah Penerapan Induksi Pada Ketidaksamaan:

Masalah 1.4

Coba dengan induksi matematika apa benar bahwa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$,
 untuk setiap n bilangan asli !

Alternatif penyelesaian :

Misalkan $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika.

Langkah Awal, Akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar,

$n = 3$, maka $P(3) = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 > \frac{27}{3}$. Terbukti bahwa $P(3)$ benar.

Langka induksi, akan dibuktikan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar.

Karena $P(3)$ benar, sedemikian sehingga $P(k)$ benar.

$n=k$, sehingga anggap benar

Selanjutnya akan dibuktikan jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

$n = k+1$, sehingga $P(k+1) = \dots\dots\dots$

misalkan $P(k)$ kedua ruasnya ditambah $(k + 1)^2$ diperoleh

.....

Padahal $\frac{(k+1)^3+3k+2}{3} = \frac{(k+1)^3}{3} + \frac{3k+2}{3} > \frac{(k+1)^3}{3}$, untuk setiap k bilangan bulat positif

Akibatnya ,

$P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$, P(k+1) benar

Karena, $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ memenuhi kedua prinsip induksi

matematika, maka formula $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ adalah benar untuk setiap n bilangan asli.



Lampiran 6. Kunci LKPD 1 dan 2 Kelas Eksperimen

Mata pelajaran : Induksi Matematika
 Kelas/Semester : XI / Ganjil
 Waktu : 20 menit
 Nama Pengisi :

Langka-Langka Kegiatan

8. Print out lkpd yang sudah diberikan melalui whatsapp
9. Isi nama pengisi dengan nama kalian sendiri
10. Baca dan pahami pernyataan-pernyataan dari masalah yang disajikan, kemudian pikirkan jawabannya
11. Silahkan membuka bahan ajar yang telah diberikan sebagai alat bantu untuk mengerjakan lembar kerja ini.
12. Jika terdapat masalah yang tidak dapat diselesaikan, tanyakan pada guru melalui whatsapp
13. Tugas dikerjakan selama 20 menit
14. Hasil yang kamu tulis di lembar kerja ini menandakan kamu sudah mempelajari materi dalam bahan ajar yang diberikan.

Isilah Setiap Langkah Dengan Benar

Dengan melihat gambar dibawah ini. Coba ceritakan kesimpulan mu dari hasil mempelajari bahan ajar yang diberikan !



Ketikan kesimpulan mu!

Jika kita menjatuhkan batang nomor k ke kanan, maka batang tersebut akan menjatuhkan batang nomor $(k+1)$, dan terus berlanjut menjatuhkan batang nomor $(k+2)$ dst. Selanjutnya, jika k anggota S akan menyebabkan $(k+1)$ anggota S . Batang pertama merupakan analogi bilangan 1 yang menjadi anggota himpunan S . Batang kedua merupakan analogi bilangan 2 yang menjadi anggota himpunan S , dan seterusnya. Diakhir semua batang akan jatuh, atau dengan kata lain batang yang memiliki nomor urut semua bilangan asli akan jatuh.



Penerapan induksi matematika dalam kehidupan sehari-hari contohnya pada penarikan uang di atm

Masalah 1.1

Tanpa menggunakan alat bantu rancang formula yang memenuhi pola penjumlahan bilangan asli mulai 1 sampai 20 kemudian uji formula tersebut untuk menghitung penjumlahan bilangan asli 1 sampai 300.

Alternatif penyelesaian :

$$1+2+3+4+5 + 6+7+ 8+9+10+7 +8 +13+14+15+16+17+ 18 + 19 + 20$$

Didapat :

$$1 + 20 = 21 \quad 4+17= 21 \quad 6+15= 21 \quad 9 +12= 21$$

$$2+ 19 = 21 \quad 5+16= 21 \quad 7+14= 21 \quad 10+ 11 = 21$$

$$5+18 = 21 \quad 8 +13= 21$$

Kesimpulan setelah menjumlahkan seperti itu :

Penjumlahan bilangan asli dari 1 sampai 20 membentuk suatu pola, yaitu :

- Selisih dua bilangan yang berurutan yaitu 1
- Terdapat sepuluh pasang bilangan yang jumlahnya sama yaitu 21, dari pola tersebut membentuk perhitungan $(20/2)21 = 210$

Simpulkan juga penjumlahan bilangan asli mulai dari 1 dan 200 disini !

Penjumlahan bilangan asli dari 1 sampai 200 membentuk suatu pola, yaitu :

- Selisih dua bilangan yang berurutan yaitu 1
- Terdapat seratus pasang bilangan yang jumlahnya sama yaitu 201, dari pola tersebut membentuk perhitungan $(200/2)201 = 20.100$

Prinsip induksi matematika :

Misalkan $P(n)$ merupakan suatu pernyataan bilangan asli. Pernyataan $P(n)$ benar jika memenuhi langkah berikut ini :

- c. Langkah awal, $P(1)$, $P(2)$, dst benar
- d. Langkah induksi, jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar, untuk setiap k bilangan asli

Masalah 1.2

Buktikan bahwa $(a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = (n/2)(2a+(n-1)b)$

Alternative penyelesaian :

Langkah awal, akan ditunjukkan bahwa $P(n)$ benar,

$n=1$ sehingga $a = \frac{1}{2} (2a + 1-1)b$

$a = a$ $P(n)$ benar

Langka induksi, Karena $P(n)$ benar sehingga $P(k)$ benar, akan ditunjukkan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

$n = k$, sehingga $a + (a+b) + (a+2b) + \dots + a+(k-1)b = k/2 (2a+(k-1)b)$

lalu akan dibuktikan $P(k+1)$ benar

$n=k+1$, sehingga $a + (a+b) + (a+2b) + \dots + a+((k+1)-1)b = (k+1)/2 (2a + ((k+1)-1)b)$

$$a + (a+b) + (a+2b) + \dots + a+(k-1)b + a+((k+1)-1)b = (k+1)/2 (2a+((k+1)-1)b)$$

$$(2a+k-1)b + a+((k+1)-1)b = (k+1)/2 (2a+((k+1)-1)b)$$

$$((k(2a+(k-1)b) / 2) + a + kb = (k+1)(2a+kb)/a$$

$$(2ak + k(k+1)b + 2a + 2kb) / 2 = (k+1)(2a+kb) / 2$$

$$(2a(k+1) + kb(k+1)) / 2 = (k+1)(2a+kb) / 2$$

$$(2a(k+1) + kb((k-1)+2)) / 2 = (k+1)(2a+kb) / 2$$

$$(k+1)(2a+kb) / 2 = (k+1)(2a+kb) / 2$$

Diperoleh bahwa

$P(k+1) = (a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+((k+1)-1)b = (k+1)/2 (2a+((k+1)-1)b)$ adalah benar, untuk setiap k bilangan bulat positif.

Karena $P(n) = (a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = n/2(2a+(n-1)b)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka formula

$(a) + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + a+(n-1)b = n/2(2a+(n-1)b)$ adalah benar, dengan n bilangan bulat positif.

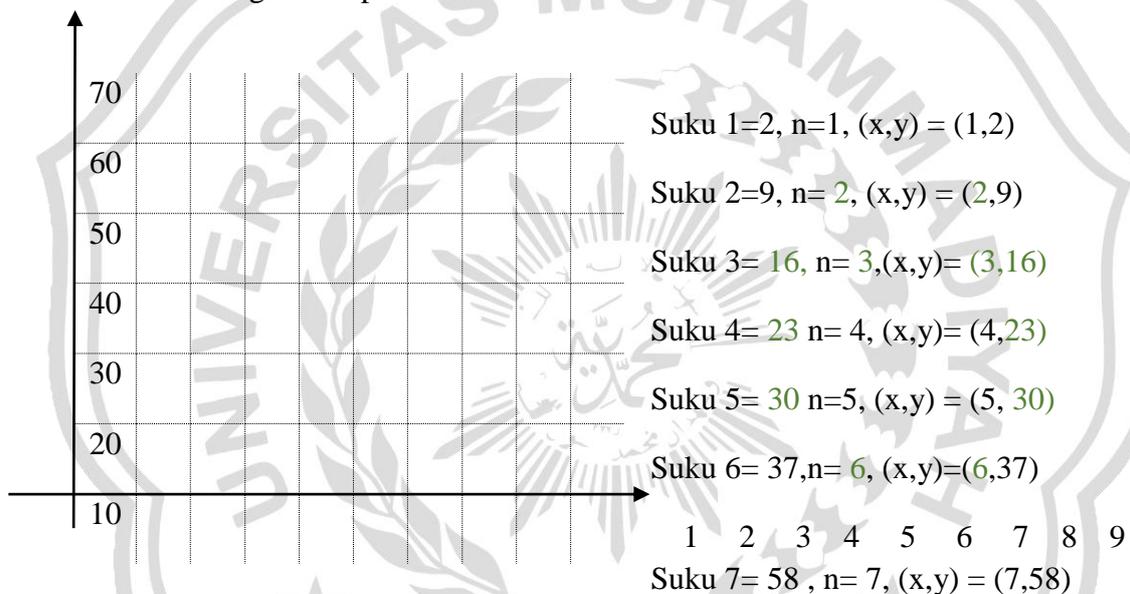
Masalah Penerapan Induksi Pada Barisan Bilangan :

Masalah 1.3

Diberikan barisan bilangan asli seperti dibawah ini :

2, 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51,

Jika suku pertama = 2 maka $n=2$ dan jika suku ke- n adalah y sedangkan n adalah x data dibuat grafik seperti dibawah



Dari grafik, kita tau fungsi linier mempunyai rumus $f(x) = ax + b$ sehingga $f(n)=an+b$. kita misalkan $U_n = an+b$

Dengan demikian :

$$n=1 \text{ maka } u_1 = a.1+b \rightarrow a+b = 2 \quad \text{(i)}$$

$$n=2 \text{ maka } u_2 = a.2 +b \rightarrow 2a+b = 16 \quad \text{(ii)}$$

Dilakukan eliminasi dan didapat formula $U_n = 7n-5$

Setelah itu dilakukan pembuktian formula dengan induksi matematika. Tetap ingat prinsip induksi matematika.

Akan dibuktikan bahwa 2, 9, 16, 23, 30, ... merupakan barisan yang mempunyai formula $7n - 5$

Alternatif Penyelesaian :

Langkah awal, Akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar,

$n=4$, sehingga, $U_4 = 7(4)-5 = 23$, $P(4)$ benar

$P(n)$ benar

Langka induksi, akan dibuktikan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

Karena $P(4)$ benar, secara umum $P(k)$ adalah benar, ditunjukkan

2, 9, 16, 23, 30, ... $7k-5$

Dengan menggunakan $P(k)$ akan ditunjukkan $P(k+1)$ juga benar

Karena setiap berganti baris suku bertambah 7 maka baris $P(k+1)$ mengikuti pola

2,9,16,23,30, ... , $7k-5$, $7k+2$

Mengakibatkan pola suku ke $(k+1)$ adalah $U_{(k+1)} = 7k+2 = 7(k+1)-5$ dimana nilai k adalah 7

Jadi terbukti bahwa $P(k+1) = U_{(k+1)} = 7(k+1)-5 = 7k+2$ adalah benar dengan k bilangan asli 7

Karena formula memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka disimpulkan bahwa formula tersebut benar untuk mencari barisan 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44 51, ...

Masalah Penerapan Induksi Pada Ketidaksamaan :

Masalah 1.4

Coba dengan induksi matematika apa benar bahwa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$,

untuk setiap n bilangan asli !

Alternatif penyelesaian :

Misalkan $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$, $n \in \mathbb{N}$. Akan ditunjukkan bahwa

$P(n)$ memenuhi kedua prinsip induksi matematika.

Langkah Awal, Akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar,

$n = 3$, maka $P(3) = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14 > \frac{27}{3}$. Terbukti bahwa $P(3)$ benar.

Langka induksi, akan dibuktikan $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar.

Karena $P(3)$ benar, sedemikian sehingga $P(k)$ benar.

$n=k$, sehingga $P(k) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 > \frac{k^3}{3}$ anggap benar

Selanjutnya akan dibuktikan jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

$n = k+1$, sehingga $P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$

misalkan $P(k)$ kedua ruasnya ditambah $(k+1)^2$ diperoleh

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3} + (k+1)^2$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3 + 3k + 2}{3}$$

Padahal $\frac{(k+1)^3 + 3k + 2}{3} = \frac{(k+1)^3}{3} + \frac{3k+2}{3} > \frac{(k+1)^3}{3}$, untuk setiap k bilangan bulat

positif

Akibatnya ,

$$P(k+1) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}, P(k+1) \text{ benar}$$

Karena, $P(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ memenuhi kedua prinsip induksi

matematika, maka formula $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 > \frac{n^3}{3}$ adalah benar untuk setiap

n bilangan asli.

Lampiran 7. RPP Kelas Kontrol

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN

RPP

Sekolah : MA YKUI Maskumambang Dukun, Gresik
 Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas/Semester : XI / Genap
 Materi Pokok : Induksi matematika
 Waktu : 6 x 45 menit

A. KOMPETENSI INITI

<p>3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian , serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.</p>	<p>4. mengelola, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR

<p>3.2 Menjelaskan metode pembuktian pernyataan matematis berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian, dengan induksi matematika</p>	<p>3.8.4 Mengidentifikasi masalah-masalah kontekstual yang berkaitan dengan induksi matematika 3.8.5 Memperkirakan formula yang terbentuk dalam suatu pola bilangan 3.8.6 Menjelaskan prinsip induksi matematika</p>
<p>4.2 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematika berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian</p>	<p>4.2.1 Menggunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan formula suatu barisan, keterbagian, dan ketidaksamaan 4.2.2 Memecahkan masalah matematis dalam bentuk barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan dengan menggunakan prinsip induksi matematis.</p>

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat mengidentifikasi masalah-masalah kontekstual yang berkaitan dengan induksi matematika dengan benar.
2. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat memperkirakan formula yang terbentuk dalam suatu pola bilangan dengan benar.

3. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat menjelaskan prinsip induksi matematika dengan benar.
4. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat menggunakan prinsip induksi matematika untuk membuktikan formula suatu barisan, keterbagian, dan ketidaksamaan dengan benar.
5. Melalui kegiatan pembelajaran jarak jauh berbasis multimedia peserta didik dapat memecahkan masalah matematis dalam bentuk barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan dengan menggunakan prinsip induksi matematis dengan benar

D. MATERI PEMBELAJARAN

1. Pengantar induksi matematika dengan menjelaskan secara kontekstual.
2. Prinsip induksi matematika
3. Penerapan induksi matematika dalam barisan, keterbagian, dan pertidaksamaan.

E. PENDEKATAN/MODEL/METODE PEMBELAJARAN

Model pembelajaran simulasi berbasis multimedia

F. ALAT DAN SUMBER BELAJAR

Alat : Komputer/Laptop/HP

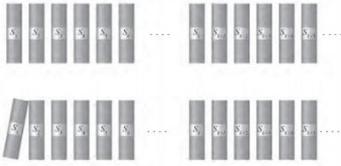
Sumber Belajar : LKPD digital software ppt, media simulasi

Sumber belajar diambil dari :

Buku siswa. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. Jakarta

G. KEGIATAN PEMBELAJARAN

No	Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Wkt	Ket.
Hari Pertama 2x45 menit				
1	Pendahuluan	<ul style="list-style-type: none"> •Peneliti dan peserta didik masuk dengan whatsapp •Pendidik membuka pembelajaran online dengan mengucapkan salam. •Pendidik mengkondisikan agar peserta didik selalu menyimak penjelasan yang dituliskan melalui forum chatt whatsapp. Dan selalu taat pada setiap instruksi yang diberikan. •Pendidik memberikan sebuah gambar untuk menyampaikan apersepsi induksi matematika dengan mengetik pertanyaan 	15 menit	Pembelajaran online via whatsapp

		<p>“apa yang terjadi pada kartu yang paling belakang ?”</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik merespon jawaban pendidik dengan mengetikkan jawaban pada forum pembelajaran online. • Pendidik menyampaikan topik yang akan dipelajari pada pertemuan pertama, yaitu tentang cara membentuk formula, pengenalan prinsip induksi matematika dan penerapan pada baris bilangan 		
2	Inti	<p>Stimulation (memberi stimulus) Mengamati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stimulus yang diberikan adalah gambar silinder jatuh. Pendidik memberikan gambar pada kolom chat dan peserta didik diberi waktu (5 menit) untuk mengidentifikasinya.  <p>Problem statement (mengidentifikasi masalah) Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik dipersilakan untuk bertanya apa maksud gambar yang diberikan. • Pendidik merangsang pertanyaan-pertanyaan, jika tidak ada peserta didik yang bertanya apa maksud dari silinder yang terjatuh satu persatu tersebut. <p>Data collection (Pengumpulan data) Mengumpulkan informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan file bahan ajar berupa pdf dan menginstruksikan agar didownload lalu memberikan waktu belajar selama (20 menit). Isi dari pdf ini dapat membantu peserta didik menjawab pertanyaannya. <p>Data processing (pengolahan data) Mengasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengirimkan LKPD dan menginstruksikan agar peserta didik mengerjakan LKPD yang diberikan. Hal ini juga untuk mengetahui apa peserta didik mempelajari bahan ajar yang diberikan atau tidak. (Waktu pengerjaan 20 menit) <p>Verification (Pembuktian) Mengasosiasi</p>	60 menit	

		<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan 3 soal untuk dikerjakan untuk menambah pemantapan pendidik dengan materi yang diajarkan dan dikumpulkan. Dan pendidik mengetik pada forum chatt “Jika ada pertanyaan seputar materi hari ini dapat menghubungi nomor whatsapp” <p>Generalization (menarik kesimpulan) Mengkomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengarahkan kegunaan materi dalam kehidupan sehari-hari yang sudah di download tadi. Dan secara matematis isi dari pdf tersebut itu menganalogikan sebuah penjumlahan bilangan asli sampai ke-n dan bagaimana cara menemukan formulanya. Serta induksi matematika digunakan untuk membuktikan bahwa formula yang dibuktikan itu benar. • Lalu peserta didik bertanya pembuktian apa lagi yang bisa dilakukan dengan induksi matematika selain pembuktian pengambilan uang di atm? • Peserta didik merespon pertanyaan peserta didiknya. 		
3	Penutup	<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan kesempatan pada peserta didik untuk bertanya kembali. • Pendidik menyampaikan rangkuman dari pembelajaran yang dilakukan. • Pendidik menutup pembelajaran online dengan mengucapkan salam. 	15 menit	
Hari Kedua 2x45 menit				
1	Penyediaan	<ul style="list-style-type: none"> • Peneliti dan peserta didik masuk dengan whatsapp • Pendidik membuka pembelajaran online dengan mengucapkan salam. • Pendidik mengkondisikan agar peserta didik selalu menyimak penjelasan yang dituliskan melalui forum chatt whatsapp. Dan selalu taat pada setiap instruksi yang diberikan. • Pendidik memberikan pertanyaan agar mengulang kembali pelajaran pertemuan pertama dengan mengetik “bagaimana cara membuktikan permasalahan matematis dengan prinsip induksi matematika?” • Peserta didik merespon jawaban pendidik dengan mengetik jawaban pada forum pembelajaran online. 	15 menit	Pembelajaran online via whatsapp

		<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik menyampaikan topik yang akan dipelajari pada pertemuan kedua, yaitu tentang penerapan induksi pada keterbagian dan penerapan induksi pada ketidaksamaan 		
2	Inti	<p>Stimulation (memberi stimulus) Mengamati</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengetik pertanyaan, apa itu keterbagian dan ketidaksamaan. • Peserta didik mengetik jawaban menurut pengetahuannya. <p>Problem statement (mengidentifikasi masalah) Menanya</p> <ul style="list-style-type: none"> • Peserta didik dipersilakan untuk bertanya apa kaitannya keterbagian dan ketidaksamaan dengan induksi matematika. • Pendidik merangsang pertanyaan-pertanyaan, jika tidak ada peserta didik yang bertanya apa ada kaitannya? <p>Data collection (Pengumpulan data) Mengumpulkan informasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik membantu peserta didik dalam menyelesaikan masalah dengan mengingat materi sebelumnya tentang prinsip induksi matematika • Pendidik menginstruksikan untuk membuka file pdf membuka materi tentang keterbagian dan ketidaksamaan waktu belajar selama (10 menit). Isi dari multimedia ini dapat membantu peserta didik menjawab pertanyaannya. <p>Data procesing (pengelolaan data) Megasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengirim file LKPD agar peserta didik download dan kerjakan. LKPD yang diberikan ini juga untuk mengetahui apa peserta didik mengamati multimedia yang dibuka sebelumnya. Waktu pengerjaan (20 menit) <p>Verification (Pumbuktian) Megasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan 2 soal untuk dikerjakan untuk menambah pematapan pendidik dengan materi yang diajarkan dengan waktu 20 menit. Dan pendidik mengetik pada forum chatt “Jika ada pertanyaan seputar materi hari ini dapat menghubungi nomor whatsapp” 	60 menit	

		<p>diberikan ini juga untuk mengetahui apa peserta didik mengamati multimedia yang dibuka sebelumnya. Waktu pengerjaan (20 menit)</p> <p>Verification (Pumbuktian) Mengasosiasi</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan 2 soal untuk dikerjakan untuk menambah pemantapan pendidik dengan materi yang diajarkan dengan waktu 20 menit. Dan pendidik mengetik pada forum chat "Jika ada pertanyaan seputar materi hari ini dapat menghubungi nomor whatsapp" <p>Generalization (menarik kesimpulan) Mengkomunikasikan</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pendidik mengarahkan tentang kegunaan materi adalah membuktikan formula yang rumit hanya dengan cara yang sederhana yaitu menggunakan prinsip induksi matematika 		
3	Penutup	<ul style="list-style-type: none"> • Pendidik memberikan kesempatan pada peserta didik untuk bertanya kembali. • Pendidik menyampaikan rangkuman dari pembelajaran yang dilakukan. • Pendidik menutup pembelajaran online dengan mengucapkan salam. 	15menit	

H. PENILAIAN PROSES DAN HASIL BELAJAR

Penilaian kognitif (pengetahuan) menggunakan latihan soal, afektif (observasi), psikomotor (keterampilan) menggunakan instrumen non tes tapi dilihat dari kelengkapan LKPD yang diberikan. (terlampir)

Gresik, 15 Juli 2020
Guru Mata Pelajaran,



Nur Izza, S. Si.

Lampiran 8. Indikator Soal**Kisi-Kisi Penulisan Soal Tes****Tahun Pelajaran 2019/2020**

Satuan Pendidikan : MA YKUI Maskumambang

Mata Pelajaran : Matematika Wajib

Materi : Induksi Matematika

No. Urut	Kompetensi Dasar	Indikator Soal	No. Soal
1	4.1 Menggunakan metode pembuktian induksi matematika untuk menguji pernyataan matematika berupa barisan, ketidaksamaan, keterbagian	Disajikan sebuah pola bilangan, peserta didik dapat membuktikan pola bilangan itu dengan induksi matematika	1
		Disajikan sebuah deret pecahan dan formulanya, peserta didik membuktikan dengan induksi matematika bahwa deret dan formula tersebut adalah benar	2
		Diajikan sebuah barisan bilangan bulat, peserta didik dapat menemukan suku ke-n dan formulanya serta dapat menguji kebenaran formula yang dibuktikan dengan induksi matematika.	3
		Disajikan sebuah persamaan keterbagian yang habis dibagi 3, peserta didik dapat membuktikan dengan induksi matematika.	4
		Disajikan sebuah ketidaksamaan, peserta didik dapat membuktikan dengan induksi matematika.	5

Lampiran 9. Soal Pertemuan 1-Pertemuan 2, Serta Rubik Penilaian Soal
Pertemuan 1.

Kerjakanlah soal-soal dibawah ini dengan menggunakan langkah prinsip induksi matematika yang sudah kamu pelajari sebelumnya !

1. Buktikan kebenaran dari deret dan notasi zigma dibawah ini dengan cara induksi matematika :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 71 = \sum_{n=1}^{36} 2n - 1$$

Penyelesaian :

Langkah awal

Akan dibuktikan bahwa P(n) benar

$$n=2, P(2) \text{ sehingga } 1+3 = \sum_{n=1}^2 2n - 1$$

$$4 = (2(1) - 1) + (2(2) - 1)$$

$$4 = 4, P(n) \text{ benar}$$

Langka Induksi

Pada langka awal P(2) benar atau P(n) benar sehingga dapat diperoleh $n = k$

$\rightarrow P(k)$

$$P(k) = 1+3+5+7+\dots+71 = \sum_{k=1}^{36} 2k - 1, \text{ anggap benar}$$

Akan dibuktikan jika P(k) benar maka P(k+1) juga benar

$$n = k+1, P(k+1) \text{ sehingga } 1+3+5+7+\dots+71 = \sum_{k+1=1}^{36} 2(k+1) - 1,$$

$$\text{kita tau bahwa } P(k) = 1+3+5+7+\dots+71 = \sum_{k=1}^{36} 2k - 1$$

$$\text{akibatnya } \sum_{k=1}^{36} 2k - 1 = \sum_{k+1=1}^{36} 2(k+1) - 1$$

$$\sum_{k=1}^{36} 2k - 1 = \sum_{k+1=1}^{36} 2k + 1$$

$$\sum_{k=1}^{36} 2k = \sum_{k+1=1}^{36} 2k + 2 \text{ (kedua ruas } +1)$$

Kita uji coba dengan menghitung suku ke - 36

$$\sum_{k=1}^{36} 2k = 2(36)=72$$

$$\sum_{k+1=1}^{36} 2k + 2 = \sum_{k+1=1}^{36} 2(k+1) = 2(36) = 72$$

$$\text{Jadi } P(n) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 71 = \sum_{n=1}^{36} 2n - 1 \text{ memenuhi kedua prinsip}$$

induksi matematika maka deret dan notasi sigma tersebut adalah benar, dengan n bilangan asli.

2. Buktikan dengan induksi matematika

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{5} = \frac{n(n+1)}{10}$$

Penyelesaian :

$$\text{Sebut } P(n) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{5} = \frac{n(n+1)}{10}$$

Untuk membuktikan kebenaran formula $P(n)$ memenuhi prinsip induksi matematika, kita harus melalui langkah awal dan langkah induksi.

Langkah Awal

$$\text{Untuk } n = 1, \text{ maka } P(1) = \frac{1}{5} = \frac{1(1+1)}{10}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

Jadi $P(1)$ benar

Langkah Induksi

Pada langkah awal diperoleh $P(1)$ benar, maka $P(2)$ benar, hingga dapat diperoleh untuk $n=k$

$$P(k) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{k}{5} = \frac{k(k+1)}{10}, \text{ anggap benar}$$

Selanjutnya akan di tunjukkan, jika $P(k)$ benar, maka $P(k+1)$ juga benar, sehingga

$$P(k+1) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{(k+1)}{5} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{10}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{(k+1)}{5} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{10}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{k}{5} + \frac{(k+1)}{5} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{10}$$

Dari $P(k)$ kita peroleh

$$\frac{k(k+1)}{10} + \frac{(k+1)}{5} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{10}$$

$$\frac{k(k+1)+2(k+1)}{10} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{10}$$

$$\frac{(k+1)+(k+2)}{10} = \frac{(k+1)(k+2)}{10}, P(k+1) \text{ benar}$$

Jadi dengan $P(k)$ di temukan $P(k+1)$. Dengan demikian terbukti bahwa : $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} +$

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{n}{5} = \frac{n(n+1)}{10} \text{ memenuhi kedua prinsip induksi matematika, maka}$$

formula diatas adalah benar, dengan n bilangan asli.

3. Diberikan barisan bilangan bulat

100, 98, 96, 94, 92,

Rancang suatu formula dari deret aritmatika di atas dan ujliah menggunakan induksi matematika untuk kebenaran formula yang diperoleh.

Penyelesaian :

100, 98, 96, 94, 92

Merupakan deret aritmatika yang memiliki suku

$$U_1 = 100 ; U_2 = 98$$

Beda deret

$$b = U_2 - U_1 = 98 - 100 = -2$$

Rumus suku ke- n

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ &= 100 + (n-1)(-2) \\ &= 100 - 2n + 2 \\ &= -2n + 102 \end{aligned}$$

Uji kebenaran dengan prinsip induksi matematika :

Langkah awal

$$\text{Untuk } n = 3, \text{ maka } u_3 = -2(3) + 102 = 96$$

$$96 = 96$$

Jadi P(3), dalam hal ini u_3 adalah benar

Langkah Induksi

Karena P(3) benar, maka P(4) = u_4 benar

Secara umum dapat disimpulkan bahwa P(k) = $u_k = -2k+102$ adalah benar

Dengan menggunakan P(k) = u_k , akan ditunjukkan bahwa P(k+1) = $u_{k+1} = -2(k+1)+102$

Jika $u_k = -2k+102$, maka dapat dituliskan suku bilangan asli 100,98,96,94,92,.....
($-2k+102$).

Jika kita menuliskan sebanyak (k+1) pada baris bilangan, maka dapat dituliskan
suku bilangan asli 100,98,96,94,92,..... ($-2k+102$), ($-2k+100$).

Akibatnya suku ke (k+1) benar dari

$$u_{k+1} = -2k+100 = -2(k+1)+102$$

$$-2k+100 = -2k+100$$

Jadi terbukti bahwa P(k+1) adalah benar.

Karena formula tersebut memenuhi prinsip induksi matematika maka disimpulkan bahwa formula itu adalah benar, dengan k adalah bilangan asli.

Pertemuan 2.

Kerjakanlah soal-soal dibawah ini dengan menggunakan langkah prinsip induksi matematika yang sudah kamu pelajari sebelumnya !

1. Buktikan dengan induksi matematika bahwa $9^n - 3$ habis dibagi oleh 3 untuk n elemen bilangan asli !

Penyelesaian :

Langkah awal

Akan dibuktikan $P(n)$ benar

$n=1$, sehingga $9^1 - 3 = 9 - 3 = 6$, 6 habis dibagi 3

$6 = 3(2)$, dengan demikian $P(1)$ habis dibagi 3 adalah benar.

$P(n)$ benar

Langka induksi

Karena $P(n)$ benar, sedemikian sehingga $P(k)$ benar.

$n=k$, sehingga $P(k) = 9^k - 3$ habis dibagi 3

Selanjutnya akan dibuktikan jika $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar

$n = k+1$, sehingga $P(k+1) = 9^{k+1} - 3$ akan dibuktikan akan habis dibagi 3.

$9^k - 3$ habis dibagi 3, maka dapat dimisalkan, $9^k - 3 = 3m$, untuk m bilangan bulat positif. Akibatnya $9^k = 3m + 3$. Dengan demikian :

$$\begin{aligned} 9^{k+1} - 3 &= 9^k (9) - 3 \\ &= (3m + 3)(9) - 3 \\ &= 27m + 27 - 3 \\ &= 27m + 24 \\ &= 3(9m + 8) \end{aligned}$$

Dengan demikian $P(k+1) = 9^{k+1} - 3$ dapat dinyatakan sebagai kelipatan 3, yaitu $3(9m + 8)$. Sehingga benar $P(k+1)$ habis dibagi 3.

Karena $9^n - 3$ habis dibagi oleh 3 memenuhi dua prinsip induksi matematika, maka terbukti $9^n - 3$ habis dibagi oleh 3 adalah benar

2. Buktikan bahwa $2^n > n + 20$ untuk $n \geq 5$, n elemen bilangan asli, adalah benar dengan induksi matematika.

Penyelesaian :

Langkah awal

Akan dibuktikan bahwa $P(n)$ benar

$n = 5$, sehingga $2^5 > 5 + 20$

$32 > 25$, terbukti bahwa $P(5)$ benar. $P(n)$ benar

Langkah induksi

Akan dibuktikan bahwa $P(k)$ benar maka $P(k+1)$ juga benar.

Karena $P(n)$ benar sehingga $P(k)$ anggap benar

$n = k$, sehingga $2^k > k + 20$, anggap benar

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $P(k+1)$ juga benar

$n = k+1$, sehingga $2^{k+1} > (k + 1) + 20$

Perhatikan :

$$\begin{aligned} 2^{k+1} &= 2^k(2) \\ &= (k+20)2 \\ &= 2k + 40, (2k + 40 > (k + 1) + 20) \end{aligned}$$

Terlihat $2k > k + 1$ dan $40 > 20$, sehingga $(k+1) 2^{k+1} > (k + 1) + 20$ adalah benar

Karena $2^n > n + 20$ untuk $n \geq 5$ memenuhi dua prinsip induksi matematika, maka terbukti $2^n > n + 20$ untuk $n \geq 5$ adalah benar.

Lampiran Penskoran

Notasi zigma prinsip induksi (1 soal)

No	Aspek penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
1	Ketelitian dalam menyelesaikan notasi zigma dan prinsip induksi	Jawaban benar	5	5
		Terdapat satu sampai dua kekeliruan perhitungan	3	
		Terdapat tiga sampai 4 kekeliruan perhitungan	2	
		Jawaban salah	1	
		Tidak ada respon jawaban	0	
Skor maksimal			10	
Skor minimal			0	

Prinsip induksi matematika (1 soal)

Penerapan induksi matematika (3 soal)

No	Aspek penilaian	Rubrik Penilaian	Skor	Skor Maksimal
2 s/ d 5	Langka awal	Jawaban benar	5	5
		Sudah menghubungkan penyelesaian dengan langka dasar pembuktian induksi matematika namun belum benar	3	
		Penyelesaian sama sekali tidak dihubungkan dengan langka dasar pembuktian induksi matematika.	2	
		Tidak ada respon jawaban	1	
		Jawaban benar	5	
	Sudah menghubungkan penyelesaian dengan langka induksi namun terdapat sedikit kekeliruan (tidak lebih dari dua)	4		
	Sudah menghubungkan penyelesaian dengan langka induksi namun terdapat banyak kekeliruan (lebih dari dua)	3		
	Penyelesaian sama sekali tidak dihubungkan dengan langka induksi	1		
	Tidak ada respon jawaban	0		
	Kesimpulan	Jawaban benar	5	
Kesimpulan kurang lengkap		3		
Terdapat kesalahan penulisan		2		
Kesimpulan keliru		1		
Tidak ada respon jawaban		0		
Skor maksimal			10	
Skor minimal			0	

Lampiran 10. Lembar Validasi Soal**LEMBAR VALIDASI****SOAL TES PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PESERTA DIDIK****A. Petunjuk**

1. Mohon Bapak/Ibu memberikan penilaian terhadap lembar soal tes materi induksi matematika yang telah peneliti susun.
2. Bapak/Ibu dapat memberikan tanda (√) pada kolom penilaian yang sudah disediakan dalam lembar validasi soal tes materi induksi matematika. Adapun keterangan lebih lanjut mengenai penilaiannya, sebagai berikut:
1= tidak baik
2= cukup baik
3= baik
4= sangat baik
3. Setelah mengisi kolom penilaian, mohon Bapak/Ibu memberikan tanda centang (√) pada bagian kesimpulan terhadap lembar soal tes.
4. Apabila ada suatu hal yang perlu direvisi, mohon ditulis pada bagian komentar dan saran.
5. Peneliti mengucapkan terimakasih atas kerjasama Bapak/Ibu dalam mengisi lembar validasi ini.

B. Penilaian terhadap materi dan bahasa

No	Aspek Penilaian	Skala Penilaian			
		1	2	3	4
A. Materi/isi					
1.	Kesesuaian soal dengan indikator tes.				
2.	Kejelasan petunjuk pengerjaan soal.				
3.	Kejelasan maksud soal.				
4.	Kemungkinan soal dapat terselesaikan.				
B. Bahasa					
1.	Kesesuaian dengan kaidah Bahasa Indonesia yang benar (EYD).				

2.	Menggunakan pilihan kata yang jelas dan tidak bermakna ganda.				
3.	Menggunakan bahasa yang sederhana, komunikatif, dan mudah dipahami.				

Kesimpulan Penilaian:

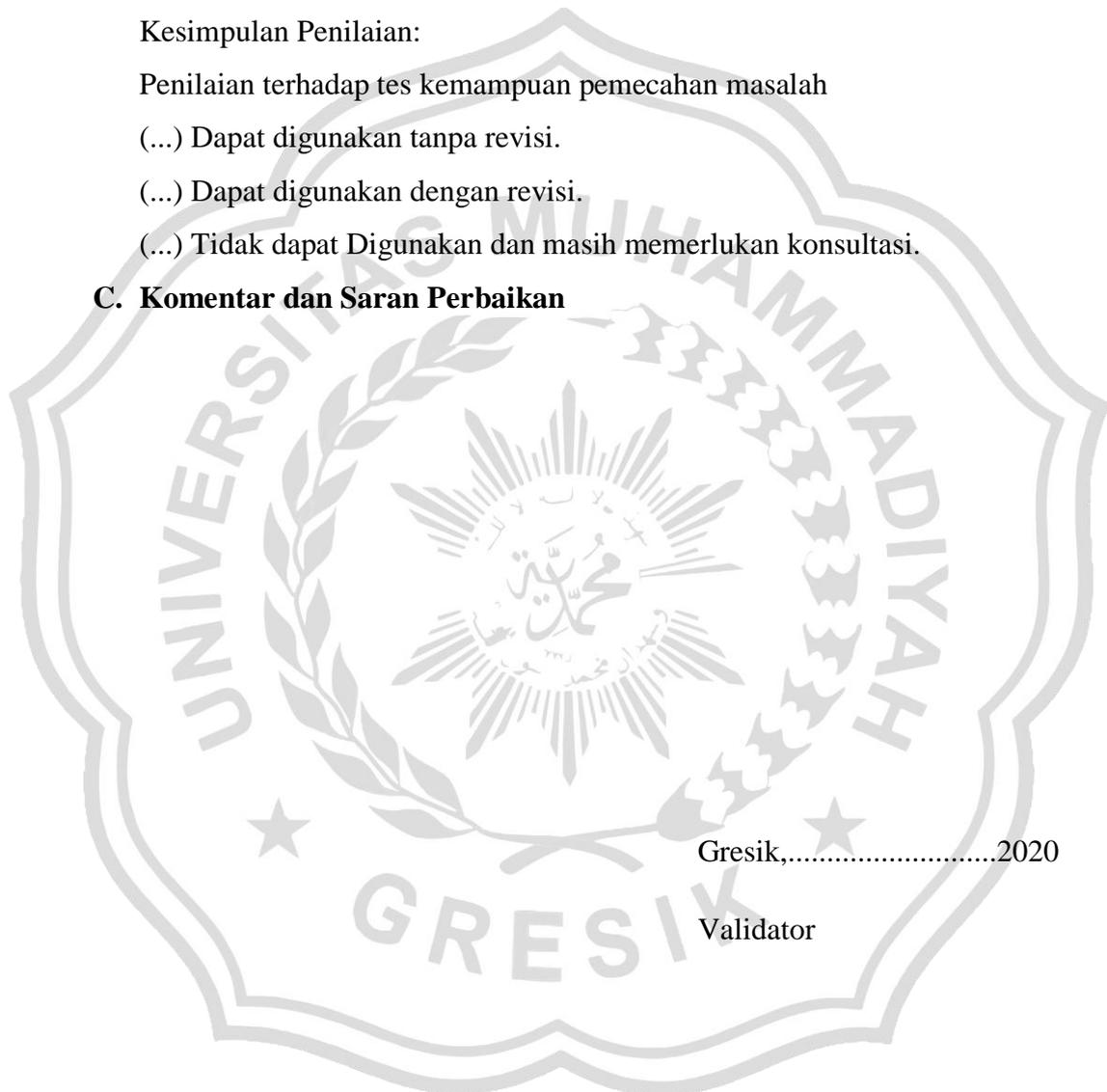
Penilaian terhadap tes kemampuan pemecahan masalah

(...) Dapat digunakan tanpa revisi.

(...) Dapat digunakan dengan revisi.

(...) Tidak dapat Digunakan dan masih memerlukan konsultasi.

C. Komentar dan Saran Perbaikan



Gresik,.....2020

Validator

(.....)

Lampiran 11. Angket Kemandirian Belajar**ANGKET KEMANDIRIAN BELAJAR MATEMATIKA**

Nama :

Kelas :

Absen :

PENGANTAR

Isilah angket kemandirian belajar ini dengan suasana pembelajaran yang adik-adik terima dalam materi induksi matematika saat ini. Jika materi-materi pembelajaran dirubah dengan multimedia animasi seperti yang didapat bagaimana seharusnya anda menerapkan kemandirian belajar (untuk yang dikenai pembelajaran multimedia animasi). Jika materi-materi pelajaran hanya diberikan melalui PDF seperti yang didapat bagaimana seharusnya anda menerapkan kemandirian belajar (untuk yang dikenai pembelajaran multimedia digital pdf).

PETUNJUK PENGISIAN SKALA

Tebalkan lingkaran jawaban pada kolom lembar jawaban sampai berwarna hitam, (SS) bila anda **Sangat Sering** mengalami, (S) bila anda **Sering** mengalami, (K) bila anda **Kadang-kadang** mengalami, (J) bila anda **Jarang** mengalami dan (TP) bila anda **Tidak Pernah** mengalami. Contoh :

PERNYATAAN	SS	S	K	J	TP
1. Saya suka belajar matematika sendiri	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Sebelum angket adik-adik kirim mohon diteliti terlebih dahulu agar tidak ada jawaban yang terlewatkan. Atas kesediaan adik-adik mengisi angket ini saya ucapkan terimakasih.

Hormat saya

Farida Anggraini

SELAMAT MENGERJAKAN

PERNYATAAN	SS	S	K	J	TP
1. Materi ajar yang diberikan membuat saya dengan mudah belajar matematika secara mandiri.	<input type="radio"/>				
2. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya belajar hanya saat terdapat waktu luang.	<input type="radio"/>				
3. Materi ajar yang diberikan membuat saya bisa merancang pengulangan belajar sampai saya menguasai materi tersebut.	<input type="radio"/>				
4. Materi ajar yang diberikan akan membuat saya belajar sebelum materi tersebut akan diajarkan langsung oleh guru.	<input type="radio"/>				
5. Saya memiliki tujuan yang ingin saya capai dalam kegiatan belajar matematika.	<input type="radio"/>				
6. Materi ajar yang diberikan membuat saya dapat belajar dengan tekun.	<input type="radio"/>				
7. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya bertanya, apa tujuan saya belajar matematika?	<input type="radio"/>				
8. Saya belajar matematika hanya karena ingin mendapat nilai bagus.	<input type="radio"/>				
9. Saya belajar matematika dirumah agar orang tua dapat melihatnya.	<input type="radio"/>				
10. Saya berusaha keras menghalangi rasa bosan dan mengantuk ketika menerima pembelajaran matematika yang diberikan.	<input type="radio"/>				
11. Materi ajar yang diberikan membuat saya mementingkan belajar matematika daripada bermain hp.	<input type="radio"/>				
12. Saya cepat jenuh dan bosan ketika belajar matematika dengan materi ajar yang diberikan melalui whatsapp.	<input type="radio"/>				

13. Saya terbiasa belajar semalam suntuk ketika menghadapi ujian matematika.	<input type="radio"/>				
14. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya terbiasa menyelesaikan tugas matematika tepat waktu.	<input type="radio"/>				
15. Materi ajar yang diberikan membuat saya membiasakan diri teratur dan tekun dalam belajar matematika.	<input type="radio"/>				
16. Saya langsung menyalin tugas teman saat tugas matematika diberikan.	<input type="radio"/>				
17. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya dapat belajar matematika rutin selama 10 menit.	<input type="radio"/>				
18. Materi ajar yang diberikan membuat saya menggunakan gadget (hp dan laptop) agar fokus belajar (tidak bermain sosmed).	<input type="radio"/>				
19. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya mampu mengerjakan tugas matematika secara mandiri, tetapi jika mengalami kesulitan saya meminta bantuan guru atau teman (bukan mencontek)	<input type="radio"/>				
20. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya menemukan pentingnya matematika untuk kehidupan.	<input type="radio"/>				
21. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya acuh tak acuh terhadap kemampuan matematika saya dan tidak memiliki target apapun dalam bidang matematika.	<input type="radio"/>				
22. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya memeriksa kemampuan belajar matematika setiap akhir pekan.	<input type="radio"/>				

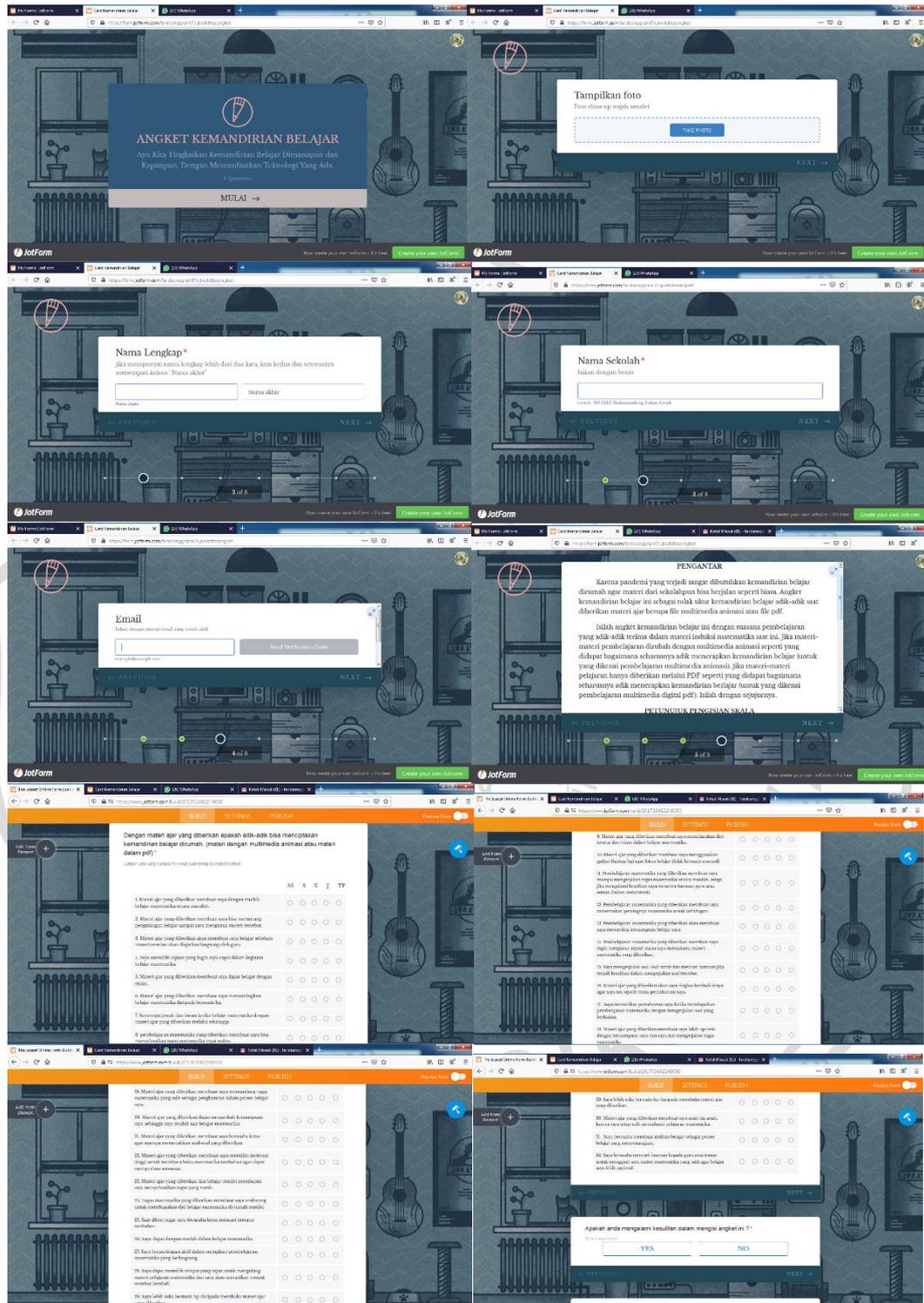
23. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya ingin mengukur sejauh mana saya memahami materi matematika yang diajarkan.	<input type="radio"/>				
24. Saya mengerjakan soal-soal rumit dan mencari bantuan jika terjadi kesulitan dalam mengerjakan soal tersebut.	<input type="radio"/>				
25. Materi ajar yang diberikan akan saya ringkas kembali isinya agar saya tahu sejauh mana pemahaman saya.	<input type="radio"/>				
26. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya acuh tak acuh untuk mengevaluasi pembelajaran matematika yang sudah dipelajari.	<input type="radio"/>				
27. Saya memeriksa pemahaman saya ketika mendapatkan pembelajaran matematika dengan mengerjakan soal yang berkaitan.	<input type="radio"/>				
28. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya mengeluh saat mengerjakan tugas matematika sulit, tapi saya bertanggung jawab untuk mengerjakan tugas tersebut sampai selesai.	<input type="radio"/>				
29. Materi ajar yang diberikan membuat saya optimis dengan kemampuan saya dan saya saat mengerjakan tugas matematika.	<input type="radio"/>				
30. Materi ajar yang diberikan membuat saya memandang tugas matematika yang sulit sebagai penghambat dalam proses belajar saya.	<input type="radio"/>				
31. Karena keberuntungan membuat saya paham dengan materi matematika yang diberikan.	<input type="radio"/>				
32. Pembelajaran matematika yang diberikan dapat menambah kemampuan saya sehingga saya mudah saat belajar matematika.	<input type="radio"/>				

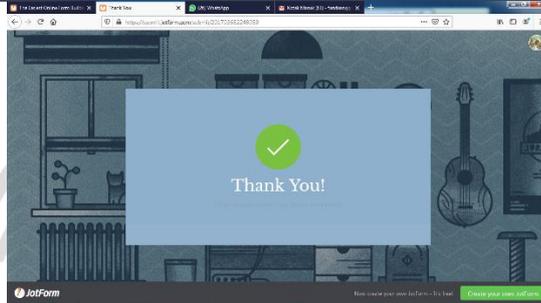
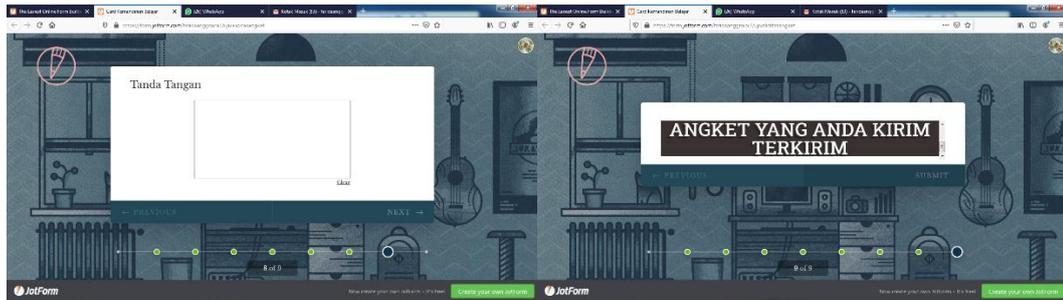
33. Materi ajar yang diberikan membuat saya berusaha keras agar mampu membantu saya memecahkan soal-soal yang diberikan.	<input type="radio"/>				
34. Materi ajar yang diberikan membuat saya memiliki motivasi tinggi untuk membaca buku matematika tambahan agar dapat memperluas wawasan.	<input type="radio"/>				
35. Materi ajar yang diberikan dan belajar sendiri membantu saya menyelesaikan tugas yang rumit.	<input type="radio"/>				
36. Saya takut dianggap bodoh sehingga saya malu bertanya pada guru dan teman jika saya mengalami kesulitan dalam mengerjakan tugas.	<input type="radio"/>				
37. Tugas matematika yang diberikan dapat membuat saya terdorong untuk membiasakan diri belajar matematika di rumah sendiri.	<input type="radio"/>				
38. Saat diberi tugas saya berusaha keras mencari literatur tambahan.	<input type="radio"/>				
39. Saya suka mengulang materi matematika ditempat yang ramai karena memiliki keasyikan sendiri	<input type="radio"/>				
40. Saya dapat dengan mudah belajar matematika.	<input type="radio"/>				
41. Walaupun pembelajaran yang diberikan dilakukan dengan tatap muka maupun daring (jarak jauh) sudah cukup baik, tetap saya memutuskan memilih strategi belajar saya sendiri.	<input type="radio"/>				
42. Saya berpartisipasi aktif dalam mengikuti pelajaran matematika yang berlangsung.	<input type="radio"/>				
43. Saya memilih tempat yang tepat untuk mengulang materi pelajaran matematika dan saya akan merapikan tempat tersebut kembali	<input type="radio"/>				
44. Saya lebih suka bermain hp dari pada mengulang materi ajar matematika yang diberikan.	<input type="radio"/>				

45. Pembelajaran matematika yang diberikan membuat saya acuh tak acuh, karena saya tetap sulit memahami pelajaran matematika.	<input type="radio"/>				
46. Saya berusaha menata lingkungan belajar yang kondusif agar dapat membantu konsentrasi saat belajar matematika.	<input type="radio"/>				
47. Saya berusaha membuat aktifitas belajar sebagai proses belajar yang menyenangkan.	<input type="radio"/>				
48. Saya berusaha mencari bantuan kepada guru atau teman untuk mengajari saya materi matematika yang sulit agar belajar saya lebih optimal.	<input type="radio"/>				



Lampiran 12. Desain Angket Melalui Jotform





Lampiran 13. Validitas Dan Realibilitas Angket

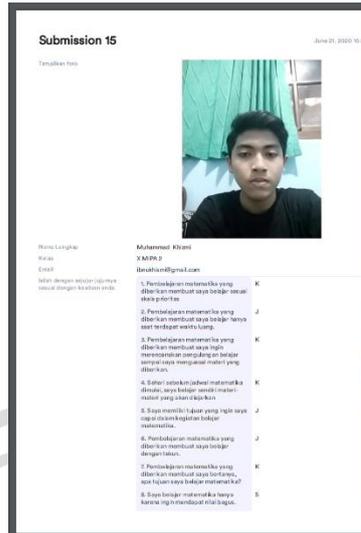
Data nama dan kelas 30 peserta didik untuk melakukan validasi angket kemandirian belajar dari sekolah SMA NU 2 Gresik.

Tabel data peserta validasi

No	Nama	Kelas
1	Adinda Dwi Larasati	X IPA 1
2	Aliyah Putri Inmas	X IPA 4
3	Angga Putra	X MIPA 2
4	Aprillia Hidayatunnikmah	X IPS 1
5	Arya Saputra	X IPA 2
6	Barizatun Nafsi	X IPA 4
7	Della Monica Salsabilla	X MIPA 4
8	Devi Indah Febriyanti	X IPA 1
9	Devinna Aura	X IPS 3
10	Devina Anggeraini	X IPA 4
11	Dhea Andiani	X MIPA 4
12	Dimas Al-Muttaqin	X IPA 3
13	Dini Roisyahrani	X IPS 1
14	Fyerla Agista	X IPA 2
15	Galuh Weningtyas	X IPA 2
16	Hayuma Miftahul Farrah	X IPA 2
17	Indah Nur Santi	X IPA 2
18	Lathifa Az-Zahra	X IPS 1
19	Mafirohmah Hajar	X IPS 1
20	Muhammad Muarifatul Hidayatullah Arif	X IPA 2
21	Muhammad Khizmi	X MIPA 2
22	Najlaa Nabilla Pavla	X IPA 2
23	Nisfatul Aulia	X IPS 2
24	Nurul Qomariyah	X MIPA 1
25	Oka Rabbani	X IPA 2
26	Rachel Maulidiyah	X IPS 1
27	Rhizky Putri	X IPA 4
28	Sheiza Abbelia Putri	X IPS 1
29	Warnindaul Faiya	X IPS 1
30	Wiwid Feby Ayu Sulistyowati	X IPS 2
31	Yanicha Lukma Anggarie	X IPS 1
32	Yusmelita Aulia Wijaya	X IPS 1

Pengisian angket melalui jotform yang dimana output yang didapat berupa pdf untuk data per peserta didik dan excel untuk skor keseluruhan peserta didik.

Contoh output seperti gambar dibawah ini :



Gambar hasil angket validasi format pdf

The image shows an Excel spreadsheet with columns labeled T29 through W. The rows contain letters (K, S, TP, SS, J) representing the results of validation for different students. The data is as follows:

	T29	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W		
2	Devina Aury	X IPS 3	J	K	J	J	K	K	S	S	K	S	K	SS	S	J	K	S	J	K	S	J	K	
3	Warinda Faiza	X IPS 1	K	K	J	J	K	K	S	J	S	K	J	K	S	K	J	K	S	K	J	K	K	
4	Warinda Faiza	X IPS 1	K	K	J	J	K	K	S	J	S	K	J	K	S	K	J	K	S	K	J	K	K	
5	Galuh Weningtya	X IPA 2	SS	S	SS	K	S	SS	S	SS	SS	SS	S	SS	S	SS	K	SS	SS	S	SS	SS		
6	Rhizky Putri	X IPA 4	K	K	K	J	K	K	S	K	K	S	K	K	S	K	J	K	K	K	J	K	K	
7	Dini Rosyaha	X ips 1	S	S	S	K	S	S	S	S	SS	S	TP	S	S	SS	K	S	S	S	S	S		
8	Dimas Al Muttaq	X IPA 3	SS	K	K	J	J	S	SS	J	K	K	S	K	J	K	SS	S	J	K	K	K	K	
9	Rachel Maulidya	X IPS 1	K	S	J	J	K	K	TP	K	J	K	TP	S	J	K	J	K	J	K	K	J	J	
10	Aprilia Hidayatun	X IPS 1	K	S	SS	K	SS	K	TP	S	TP	SS	J	SS	J	K	K	K	J	J	J	J	J	
11	Lathifa Az Zahra	X IPS 1	K	S	S	SS	K	SS	S	S	K	J	J	K	S	J	K	S	J	J	TP	TP	K	
12	Muhamm Khizmi	X MIPA 2	K	J	K	K	J	J	K	S	K	K	K	K	S	TP	K	S	K	K	S	K	K	
13	Sheiza Ab Putri	X ips 1	S	S	SS	J	J	J	J	SS	S	TP	SS	J	SS	SS	K	J	J	J	SS	SS	SS	
14	Arya Saputra	X IPA 2	S	S	S	K	K	K	J	S	TP	K	J	SS	K	J	SS	K	J	J	J	J	S	
15	Adinda Dwi Laras	X IPA 1	S	S	SS	J	K	S	TP	S	TP	SS	S	K	S	S	K	S	S	K	SS	J	SS	
16	Nisfatul Aulia	X IPS 2	K	S	SS	K	K	S	K	SS	S	SS	K	K	S	K	K	K	K	K	K	K	S	
17	Oka Rabbani	X IPA 2	K	K	K	K	K	K	S	J	K	K	K	K	J	K	K	K	K	K	K	K	K	
18	Mohamm Anif	X IPA 2	S	S	SS	K	SS	J	TP	TP	TP	TP	SS	K	S	SS	J	K	J	J	J	TP	J	
19	Dhea Andiani	X MIPA 4	S	K	SS	SS	S	SS	TP	TP	K	J	S	K	S	J	S	J	S	S	J	J	S	
20	Nurul Gomariyah	X MIPA 1	K	K	J	J	K	K	S	TP	TP	S	TP	K	TP	K	TP	K	S	S	TP	J	J	
21	Najlaa Nail Farwa	X IPA 2	J	J	K	K	J	K	K	K	K	J	J	J	J	J	J	J	J	J	J	J	J	
22	Fyerla Agista	X IPA 2	S	J	S	J	K	K	K	S	TP	S	J	S	K	K	K	S	J	K	K	S	J	K
23	Devi Indah Febrivanti	X ips 1	K	TP	S	SS	SS	S	K	SS	K	SS	SS	TP	SS	SS	SS	SS	J	K	SS	J	K	
24	Angga Putra	X ips 2	S	S	SS	K	S	S	J	S	K	S	S	J	S	K	S	K	S	K	J	J	J	
25	Yanicha Ij Anggarie	X IPS 1	S	K	S	K	SS	S	K	K	S	J	SS	TP	K	SS	SS	TP	J	J	S	J	S	
26	Hayama Miftahul F X IPA 2		K	K	K	K	K	K	K	S	J	K	K	K	J	K	K	K	K	K	K	K	K	

Gambar hasil angket validasi semua data yang didapat (berupa huruf)

The image shows an Excel spreadsheet with columns labeled B36 through AE. The rows contain numbers representing the results of validation for different students. The data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE			
4	1	Adinda Dwi Larasati	X IPA 1	2	2	5	2	3	4	5	2	5	5	4	3	2	4	3	1	4	5	4	2	5	2	3	4	5	4	5	1			
5	2	Alyah Putri Inmas	X IPA 4	3	3	4	4	2	3	2	4	5	3	4	2	3	3	3	3	4	4	4	3	2	3	3	4	3	4	3	4	2		
6	3	Angga Putra	X MIPA 2	2	2	5	3	4	4	4	2	3	4	4	4	3	4	3	4	3	2	4	3	4	3	4	3	4	5	2	1			
7	4	Aprilia Hidayatunikhmah	X IPS 1	3	2	5	3	5	3	5	5	5	1	1	4	3	3	3	4	2	4	3	4	2	5	2	4	5	2	4	5	2		
8	5	Arya Saputra	X IPA 2	2	2	4	2	3	3	4	2	5	3	2	1	3	4	3	4	4	4	5	4	3	4	4	3	4	5	3	4	3		
9	6	Banzaton Nafar	X IPA 4	2	2	3	2	5	4	3	3	4	2	3	4	5	4	4	3	3	4	4	4	3	3	2	4	3	2	4	3	4		
10	7	Della Monica Salsabilla	X MIPA 4	3	3	3	3	3	4	2	4	3	2	3	2	3	2	3	4	2	3	4	2	5	1	2	2	1	4	3	3	3		
11	8	Devi Indah Febrivanti	X IPA 1	3	5	4	5	4	3	2	3	5	5	5	5	5	4	4	3	5	4	4	3	4	5	5	3	1	5	3	1	5		
12	9	Devina Aury	X IPS 3	4	3	2	3	3	2	3	4	3	1	2	2	3	2	4	3	3	2	3	2	2	1	1	3	4	2	2	2	2		
13	10	Devina Anggarani	X IPA 4	2	3	4	3	4	4	1	3	4	5	3	3	1	4	4	3	3	5	3	4	5	5	2	5	2	5	2	5	1		
14	11	Dhea Andiani	X MIPA 4	2	3	5	4	5	5	5	3	2	4	3	2	2	4	4	5	5	2	4	5	5	2	4	5	5	5	5	5	1		
15	12	Dimas Al-Muttaqin	X IPA 3	1	3	2	4	5	4	3	4	3	4	3	4	3	5	4	4	3	3	4	3	3	5	5	2	2	3	3	1	1		
16	13	Dini Rosyaha	X IPS 1	2	2	3	4	4	2	2	1	5	4	5	2	5	3	2	4	4	3	3	2	3	3	3	5	3	3	5	3	5	1	
17	14	Fyerla Agista	X IPA 2	2	4	4	2	3	3	3	2	5	4	2	2	3	3	3	2	4	3	3	3	2	4	3	3	2	4	3	2	4	2	
18	15	Galuh Weningtya	X IPA 2	1	2	5	3	4	5	2	1	1	5	4	1	3	5	5	2	1	5	4	3	1	3	4	5	5	1	5	1	5	1	
19	16	Hayama Miftahul Farrah	X IPA 2	2	2	3	4	3	5	2	4	5	3	3	3	3	4	4	5	2	4	5	2	4	5	3	5	5	5	4	4	3	3	
20	17	Indah Nur Santy	X IPA 2	2	3	2	3	4	2	3	4	3	2	3	3	4	3	3	4	1	3	3	5	2	3	4	1	5	2	3	1	5	2	
21	18	Lathifa Az Zahra	X ips 1	3	2	4	5	3	5	2	2	2	3	2	4	3	4	2	4	5	1	5	3	3	2	1	1	1	2	2	4	4	1	
22	19	Mafrohmah Hajar	X IPS 1	2	3	4	2	3	2	4	2	3	4	3	2	3	3	2	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	2	3	3	4	3	
23	20	Muhammad Muarifatul Hidayatullah Anif	X IPA 2	2	2	5	3	5	2	5	5	5	3	2	1	2	3	4	4	1	5	5	5	2	4	3	1	4	5	1	4	5	1	
24	21	Muhammad Khizmi	X MIPA 2	3	4	3	2	2	2	2	3	3	3	3	2	1	3	2	3	3	2	3	2	3	4	2	3	4	2	3	2	3	2	
25	22	Najlaa Nabilla Pavla	X IPA 2	4	4	3	2	3	4	3	3	2	2	2	2	4	2	4	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	3	2	2	4	2	
26	23	Nisfatul Aulia	X IPS 2	3	2	5	3	4	3	1	2	5	3	3	2	3	3	3	4	4	3	3	3	2	2	3	2	2	3	4	3	4	3	4
27	24	Nurul Gomariyah	X MIPA 2	3	3	2	3	3	2	3	5	4	1	3	5	3	4	2	5	2	2	4	2	4	4	2	4	4	2	2	4	3	1	
28	25	Oka Rabbani	X IPA 2	3	3	3	3	3	3	2	4	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	3	3	3

Gambar hasil angket validasi semua data yang didapat (berupa angka)

Angket kemandirian belajar

Uji validitas dengan spss 16.0 berdasarkan data yang terkumpul dari 30 responden . Butir yang tidak valid adalah nomor 2, 7, 8, 9, 10, 13, 16, 17, 21, 26, 28, 31, 36, 39, 41, 46 karena nilai r hitung < r tabel. Menurut (Sugiono, 2015) data dikatakan valid jika nilai r hitung lebih besar dari r tabel = 0,300.

Correlation

Item 1	Pearson Correlation	-	Item 11	Pearson Correlation	0.566
	Sig. (2-tailed)	0.547		Sig. (2-tailed)	0.001
	N	32		N	32
Item 2	Pearson Correlation	-	Item 12	Pearson Correlation	0.384
	Sig. (2-tailed)	0.046		Sig. (2-tailed)	0.03
	N	32		N	32
Item 3	Pearson Correlation	0.508	Item 13	Pearson Correlation	0.039
	Sig. (2-tailed)	0.003		Sig. (2-tailed)	0.833
	N	32		N	32
Item 4	Pearson Correlation	0.410	Item 14	Pearson Correlation	0.555
	Sig. (2-tailed)	0.020		Sig. (2-tailed)	0.001
	N	32		N	32
Item 5	Pearson Correlation	0.523	Item 15	Pearson Correlation	0.676
	Sig. (2-tailed)	0.002		Sig. (2-tailed)	0.000
	N	32		N	32
Item 6	Pearson Correlation	0.462	Item 16	Pearson Correlation	0.254
	Sig. (2-tailed)	0.008		Sig. (2-tailed)	0.161
	N	32		N	32
Item 7	Pearson Correlation	0.124	Item 17	Pearson Correlation	-0.276
	Sig. (2-tailed)	0.497		Sig. (2-tailed)	0.126
	N	32		N	32
Item 8	Pearson Correlation	0.170	Item 18	Pearson Correlation	0.448
	Sig. (2-tailed)	0.352		Sig. (2-tailed)	0.01
	N	32		N	32
Item 9	Pearson Correlation	0.068	Item 19	Pearson Correlation	0.613
	Sig. (2-tailed)	0.711		Sig. (2-tailed)	0.000
	N	32		N	32
Item 10	Pearson Correlation	0.189	Item 20	Pearson Correlation	0.515
	Sig. (2-tailed)	0.301		Sig. (2-tailed)	0.003
	N	32		N	32

	Total
Item 21 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.238 0.190 32
Item 22 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.370 0.037 32
Item 23 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.647 0.000 32
Item 24 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.677 0.000 32
Item 25 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.521 0.002 32
Item 26 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	-0.134 0.465 32
Item 27 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.589 0.000 32
Item 28 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	-0.155 0.396 32
Item 29 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.464 0.007 32
Item 30 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.578 0.001 32
Item 31 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.085 0.645 32
Item 32 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.665 0.000 32
Item 33 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.689 0.000 32
Item 34 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.568 0.001 32

	Total
Item 35 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.732 0.000 32
Item 36 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.057 0.755 32
Item 37 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.638 0.000 32
Item 38 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.511 0.003 32
Item 39 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.070 0.704 32
Item 40 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.596 0.000 32
Item 41 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.297 0.098 32
Item 42 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.464 0.008 32
Item 43 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.506 0.003 32
Item 44 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.619 0.000 32
Item 45 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.585 0.000 32
Item 46 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.191 0.296 32
Item 47 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.407 0.021 32
Item 48 Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	0.390 0.027 32
Total Pearson Correlation Sig. (2-tailed) N	1 32

Rangkuman Valid dan Tidak Valid		
Item	r hitung	Pernyataan
Item 1	-0.547	Valid
Item 2	-0.046	Tidak Valid
Item 3	0.508	Valid
Item 4	0.410	Valid
Item 5	0.523	Valid
Item 6	0.462	Valid
Item 7	0.124	Tidak Valid
Item 8	0.170	Tidak Valid
Item 9	0.068	Tidak Valid
Item 10	0.189	Tidak Valid
Item 11	0.566	Valid
Item 12	0.384	Valid
Item 13	0.039	Tidak Valid
Item 14	0.555	Valid
Item 15	0.676	Valid
Item 16	0.254	Tidak Valid
Item 17	-0.276	Tidak Valid
Item 18	0.448	Valid
Item 19	0.613	Valid
Item 20	0.515	Valid
Item 21	0.238	Tidak Valid
Item 22	0.370	Valid
Item 23	0.647	Valid
Item 24	0.677	Valid

Item	r hitung	Pernyataan
Item 25	0.521	Valid
Item 26	-0.134	Tidak Valid
Item 27	0.589	Valid
Item 28	-0.155	Valid
Item 29	0.464	Valid
Item 30	0.578	Valid
Item 31	0.085	Tidak Valid
Item 32	0.665	Valid
Item 33	0.689	Valid
Item 34	0.568	Valid
Item 35	0.732	Valid
Item 36	0.057	Tidak Valid
Item 37	0.638	Valid
Item 38	0.511	Valid
Item 39	0.070	Tidak Valid
Item 40	0.596	Valid
Item 41	0.297	Tidak Valid
Item 42	0.464	Valid
Item 43	0.506	Valid
Item 44	0.619	Valid
Item 45	0.585	Valid
Item 46	0.191	Tidak Valid
Item 47	0.407	Valid
Item 48	0.390	Valid

RELIABILITY

```

/VARIABLES=Item1 Item3 Item4 Item5 Item6 Item11 Item12 Item14 Item15 Item18 Item19 Item20 Item22 Item23 Item24 Item25 Item27 Item29 Item30 Item32 Item33 Item34 Item35 Item37 Item38 Item40 Item42 Item43 Item44 Item45 Item47 Item48
/SCALE('ALL VARIABLES') ALL
/MODEL=ALPHA.

```

Dari hasil perhitungan dengan spss 16.0 dari 32 butir angket yang valid diperoleh 0,920 yaitu pada kategori sangat kuat.

Scale: ALL VARIABLES

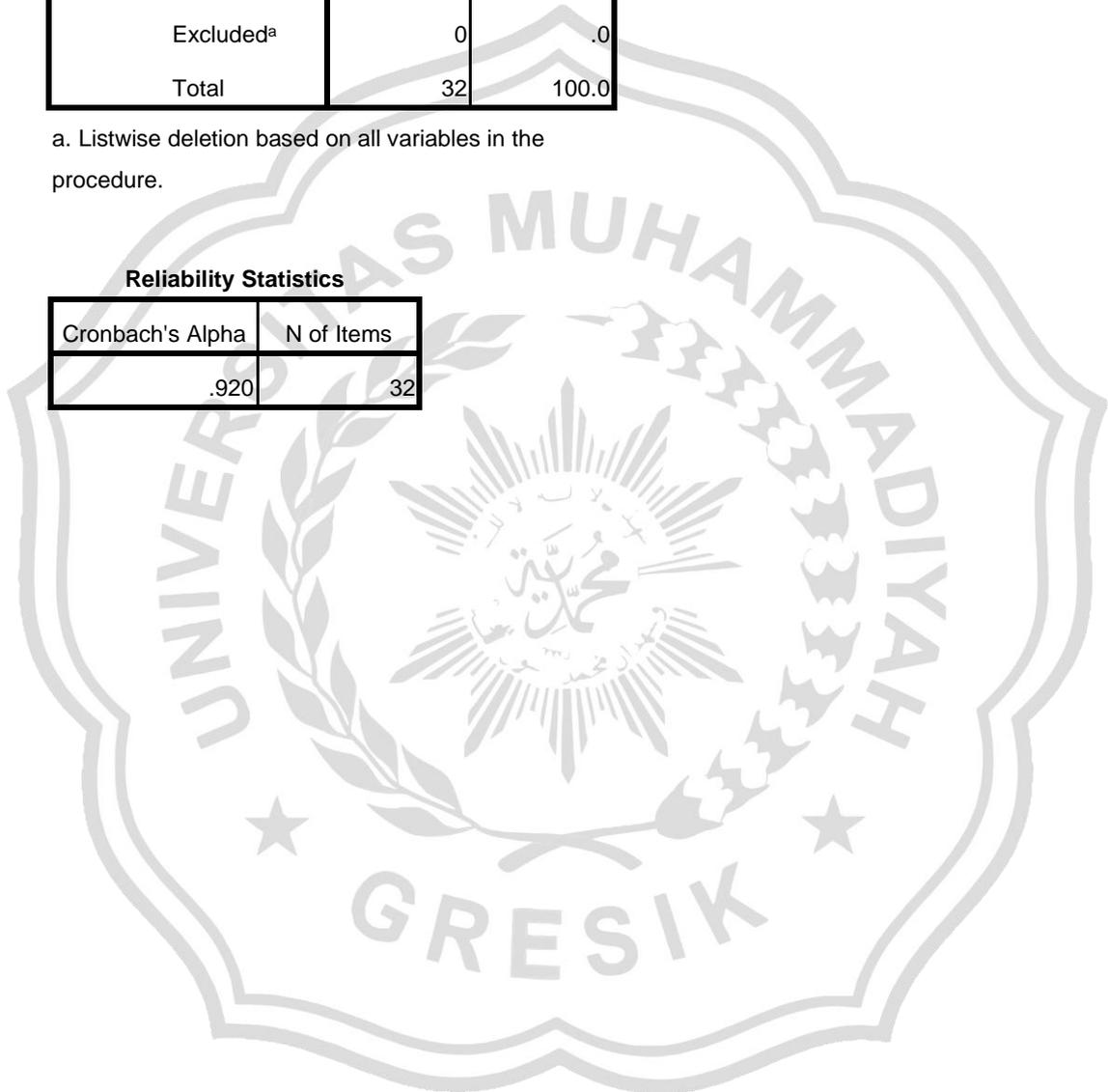
Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	32	100.0
	Excluded ^a	0	.0
	Total	32	100.0

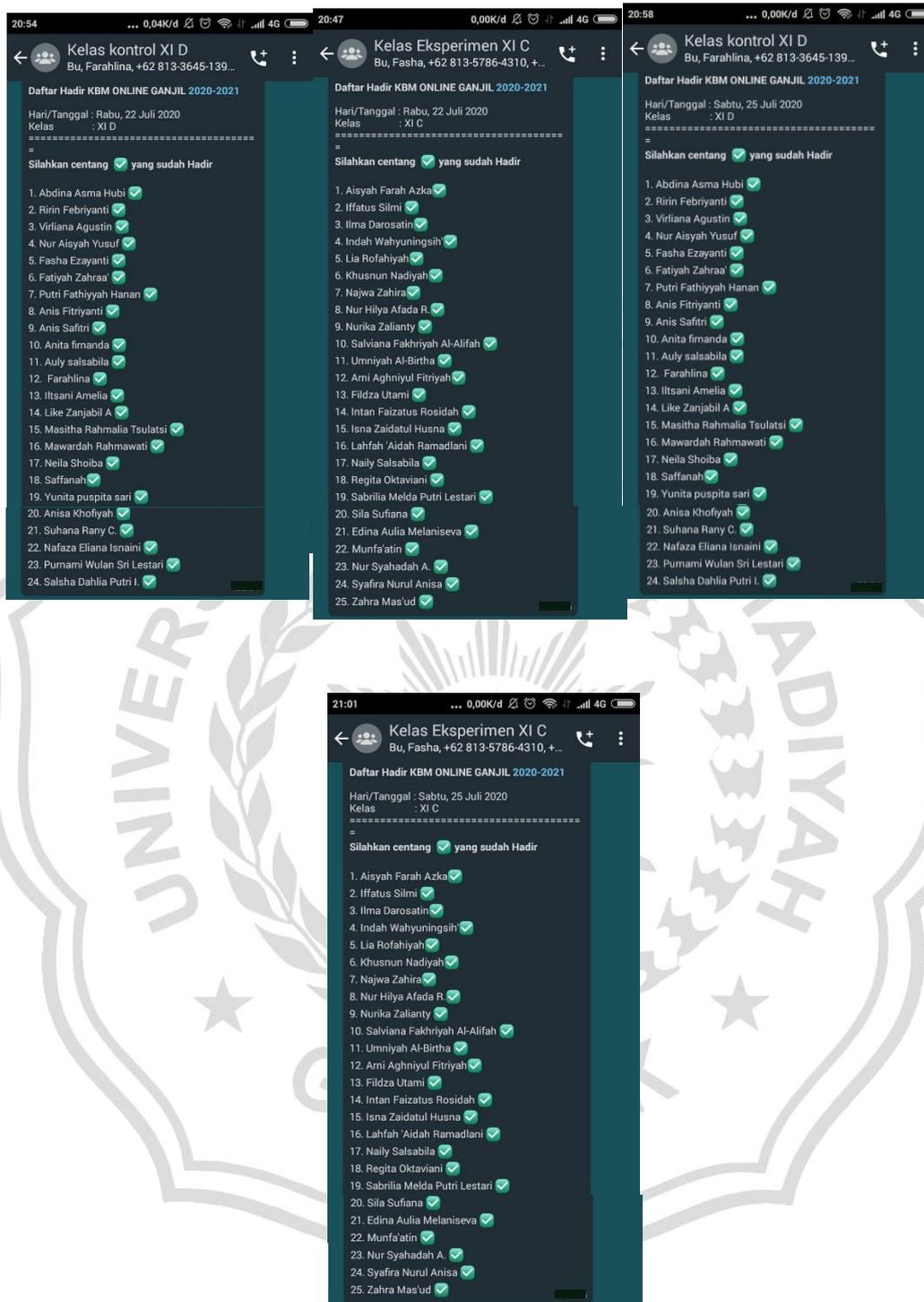
a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

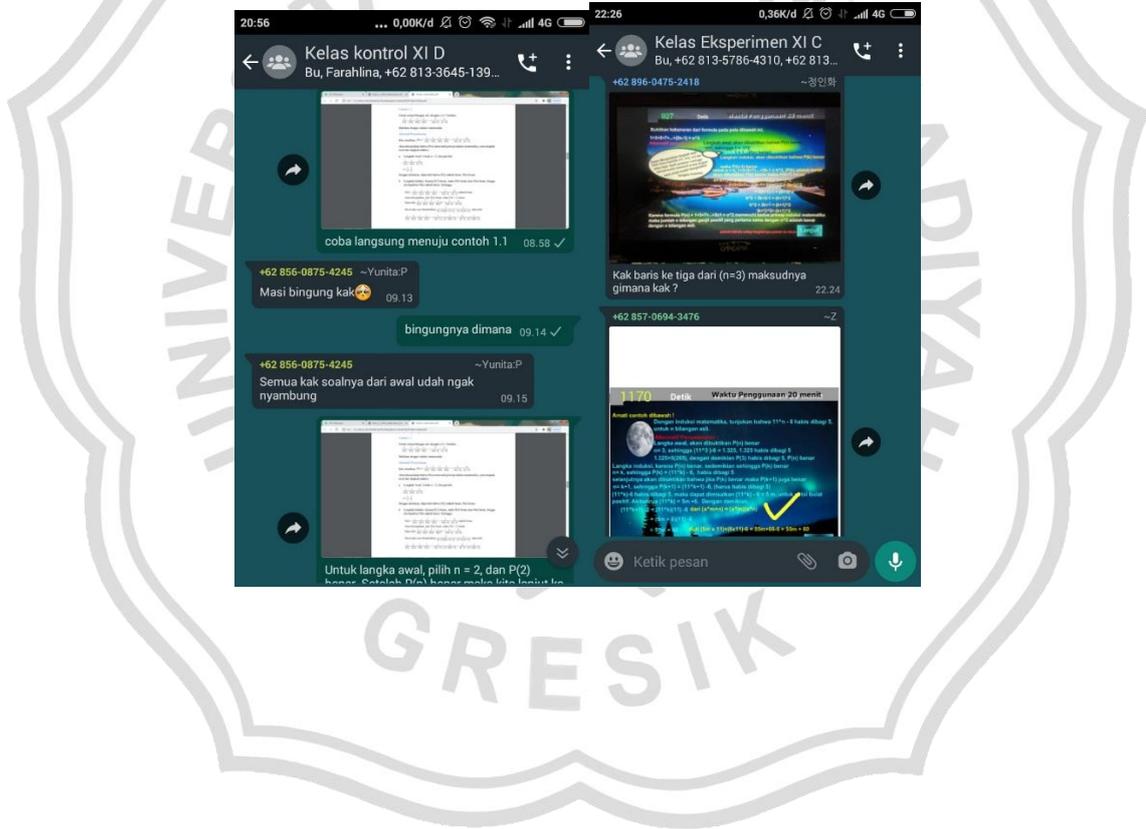
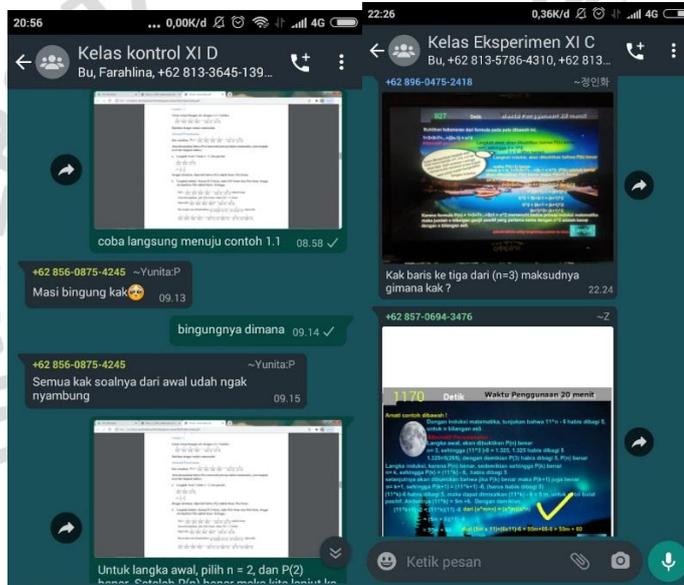
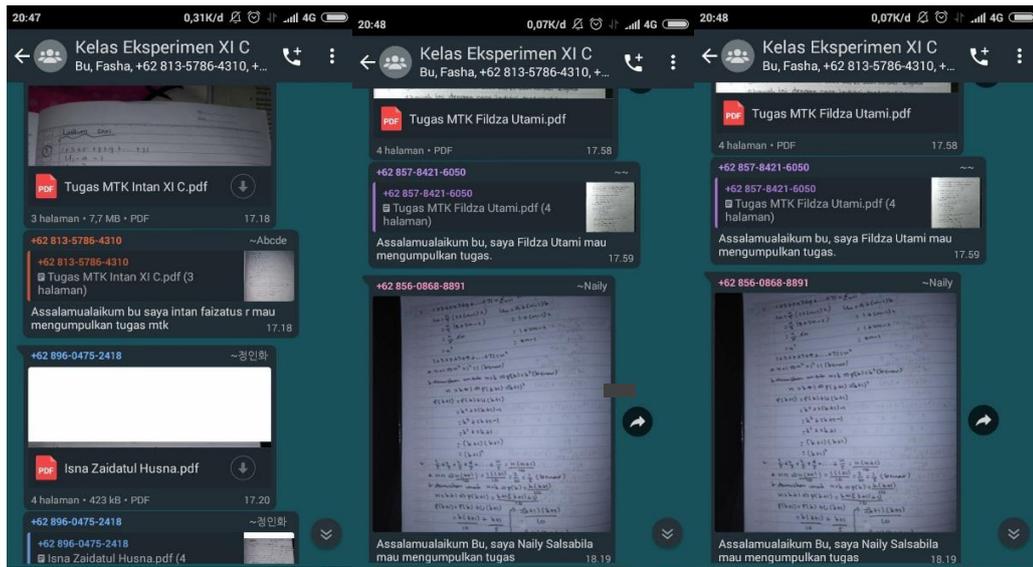
Cronbach's Alpha	N of Items
.920	32



Lampiran 14. Daftar Absend Masuk Kelas Online



Lampiran 15. Pengumpulan Tugas Online



Lampiran 16. Hasil Angket Kemandirian Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Kelas Eksperimen (multimedia animasi):

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
2	Nama																			
3	P	P	P	P	P	P	N	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	N	
3	Aisyah Farah Akka	3	3	4	4	3	3	4	2	2	3	4	3	4	4	4	4	4	3	
4	Iffatuz Silmi	3	2	4	4	4	4	1	3	4	3	4	4	4	4	5	4	3	5	4
5	Ilma Derosatin	4	3	3	5	4	4	2	3	3	3	3	3	4	5	3	3	3	5	3
6	Indah Wahyuningsih	3	5	5	5	4	4	4	3	4	5	5	3	5	5	5	4	5	4	4
7	Lia Rofahiyah	4	4	3	3	4	3	3	3	3	2	5	4	5	5	5	3	5	3	3
8	Khusnun Nadiyah	4	4	3	4	4	3	1	4	4	3	5	4	4	4	5	3	4	4	3
9	Najwa Zahira	2	3	1	3	2	2	1	2	2	2	2	3	3	3	3	2	2	2	2
10	Nur Hilya Alada Ramadhaniyah	2	2	1	2	3	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	3
11	Nurika Zailenty	5	5	4	4	3	3	3	5	3	4	4	3	3	3	4	3	4	4	4
12	Salviana Fahriyah Al Alifiah	4	4	5	4	3	3	2	4	5	5	4	2	3	3	4	4	3	4	2
13	Imriyiyah Al Birha	3	3	3	4	3	2	1	2	2	2	2	4	4	4	3	2	2	3	2
14	Arni Aghniyaul Fitriyah	3	3	3	3	3	3	2	3	3	4	4	3	4	4	3	3	3	2	3
15	Filza Utami	4	4	3	4	4	3	3	3	4	4	4	3	4	4	4	3	4	3	3
16	Intan Faizatus Rosidah	5	4	3	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	2
17	Iona Zaidatul Husna	4	5	4	5	3	4	2	5	5	5	3	4	5	5	5	5	5	5	3
18	Lahmah 'Adah Ramadani	4	3	3	4	3	4	3	3	3	3	4	3	2	2	2	1	2	3	4
19	Naily Salsabila	3	4	2	3	4	3	2	3	3	4	3	2	3	3	5	2	3	2	3
20	Regita Oktaviani	4	3	4	5	3	3	1	5	4	4	4	4	4	4	5	5	3	4	2
21	Sabrilla Meida Putri Lestari	3	3	4	4	3	3	2	3	3	3	4	4	3	3	4	3	4	3	3
22	Sila Suliyana	4	4	4	5	4	1	4	4	4	1	5	4	4	4	4	4	4	4	3
23	Endina Aulia Melaniyeva	2	3	3	5	3	4	1	4	3	4	4	4	5	4	4	3	3	4	2
24	Munfa'atin	2	2	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	3	2	4	3	2	3	2
25	Nur Syahadah A.	2	2	3	4	3	3	2	2	2	3	4	3	2	3	2	3	3	3	3
26	Syafira Nurul Anisa	3	4	3	4	3	3	2	2	2	1	4	4	2	5	4	3	4	2	2
27	Zahre Mas'ud	2	2	3	3	2	2	2	2	2	2	4	2	1	2	4	3	3	2	3

Kelas Kontrol (multimedia pdf) :

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
2	Nama																	
3	P	P	P	P	P	P	N	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
3	Abdina Asma Hubi	3	3	2	4	3	2	3	3	3	3	4	3	1	2	3	3	2
4	Ririn Febriyanti	3	3	3	3	3	2	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	3
5	Virliana Agustini	2	2	2	3	4	3	2	1	3	1	2	4	3	2	1	2	1
6	Nur Aisyah Yusuf	1	1	3	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	3	3
7	Fasha Ezayanti	2	3	3	2	3	3	2	4	3	4	3	4	3	4	3	2	3
8	Fatihah Zahra'	1	1	3	2	1	3	4	4	3	2	3	2	3	2	3	2	3
9	Putri Fatihyyah Hanan	2	3	2	4	2	3	2	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3
10	Anis Fitriyanti	3	2	2	5	2	3	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
11	Anis Saffri	1	1	1	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	2	1	2	1
12	Anita Firdanda	1	3	3	3	3	4	4	2	4	2	3	3	3	2	1	4	3
13	Auly Salsabila	3	3	1	1	3	2	1	2	3	2	2	2	3	2	3	2	2
14	Farahlina	4	4	2	5	4	3	1	4	3	5	5	3	2	4	4	3	3
15	Iltisani Amelia	2	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1
16	Like Zanjabil Anfa'ulninaas	4	4	3	3	3	3	2	4	3	2	3	3	4	3	4	4	4
17	Masithah Rahmalia Tsulatsi	2	2	1	3	3	1	3	2	2	1	2	3	1	1	4	2	3
18	Mawardah Rahmawati	4	3	4	5	4	3	3	5	4	4	4	5	3	4	5	3	4
19	Neila Shoiba	4	3	3	4	4	3	3	3	2	3	3	4	2	2	4	3	4
20	Saffanah	2	3	1	3	3	4	2	4	2	3	3	3	2	4	4	1	4
21	Yunita Pusopta Sari	1	2	1	3	1	2	1	1	1	2	2	3	2	3	1	1	1
22	Anisa Khofiyah	2	1	1	1	2	2	2	3	2	2	2	1	1	2	1	1	2
23	Suhana Rany Cantikrishma	3	3	3	3	3	2	3	4	3	2	2	3	2	2	1	1	2
24	Nafaza Eliana Isnaini	3	3	3	2	3	2	3	3	2	3	2	2	2	2	2	3	2
25	Purnami Wulan Sri Lestari	1	1	2	4	1	3	1	1	1	1	3	2	1	3	2	2	2
26	Salsha Dahlia Putri Iswahyunanda	3	3	3	4	2	3	2	3	1	1	3	1	1	1	1	2	3

Lampiran 17. Hasil Tes Normalitas, Homogenitas, dan t-Independen

Tes Normalitas :

Kelas**Case Processing Summary**

Kelas	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Postes Eksperimen	25	100.0%	0	.0%	25	100.0%
Kontrol	24	100.0%	0	.0%	24	100.0%

Tests of Normality

Kelas	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Postes Eksperimen	.147	25	.171	.951	25	.271
Kontrol	.117	24	.200*	.948	24	.248

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.



Descriptives

Kelas			Statistic	Std. Error	
Postes	Eksperimen	Mean	1.0560E2	3.81838	
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	97.7193	
			Upper Bound	1.1348E2	
		5% Trimmed Mean	1.0602E2		
		Median	1.0900E2		
		Variance	364.500		
		Std. Deviation	1.90919E1		
		Minimum	63.00		
		Maximum	141.00		
		Range	78.00		
		Interquartile Range	25.50		
		Skewness	-.542	.464	
		Kurtosis	-.015	.902	
		Kontrol		Mean	74.6250
95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound			68.5111	
	Upper Bound			80.7389	
5% Trimmed Mean	74.5648				
Median	73.0000				
Variance	209.636				
Std. Deviation	1.44788E1				
Minimum	52.00				
Maximum	98.00				
Range	46.00				
Interquartile Range	27.50				
Skewness	.076			.472	
Kurtosis	-1.180			.918	

Tes Homogenitas dan t-independen :

T-Test

Group Statistics

Kelas		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Postes	Eksperimen	25	1.0560E2	19.09188	3.81838
	Kontrol	24	74.6250	14.47881	2.95547

Independent Samples Test

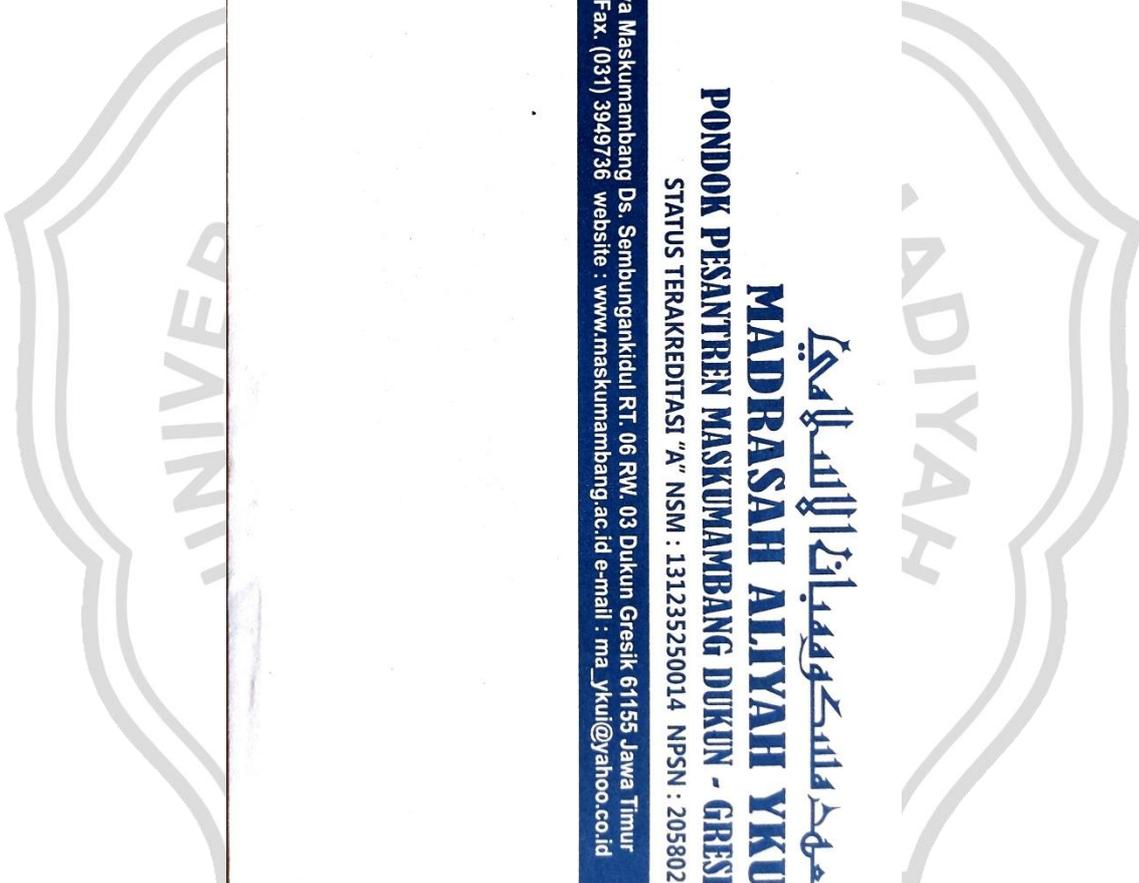
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Postes	Equal variances assumed	1.438	.236	6.379	47	.000	30.97500	4.85576	21.20647	40.74353
	Equal variances not assumed			6.415	44.649	.000	30.97500	4.82854	21.24770	40.70230

Lampiran 18 Surat Sekolah



مدرسة عليا
MADRASAH ALIYAH YKUI
PONDOK PESANTREN MASKUMAMBANG DUKUN - GRESIK
STATUS TERAKREDITASI "A" NSM : 131235250014 NPSN : 20580248

Sekretariat : Jl. Raya Maskumambang Ds. Sembungankidul RT. 06 RW. 03 Dukun Gresik 61155 Jawa Timur
Telp. (031) 3941757 Fax. (031) 3949736 website : www.maskumambang.ac.id e-mail : ma_ykui@yahoo.co.id





معهدMaskumambang الإسماعيلية
MADRASAH ALIYAH YKUI
PONDOK PESANTREN MASKUMAMBANG DUKUN-GRESIK
 STATUS : TERAKREDITASI "A" NSM : 131235250014 NPSN : 20580248

Sekretariat : Jl. Raya Maskumambang, Desa Sembungankidul RT : 06 RW : 03 Dukun Gresik 61155 Jawa Timur
 Telp . (031) 3941757 Fax. (031) 3941757 Website : www.maskumambang.ac.id e-mail : ma_ykui@yahoo.co.id

SURAT KETERANGAN

Nomor : 09.015 / MA YKUI / VIII / 2020

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : **AFIFUDDIN, S.Ag., M.Pd.I**
 Jabatan : Kepala Madrasah Aliyah YKUI Maskumambang
 Dukun Gresik
 Alamat Madrasah : Sembungankidul Dukun Gresik

Menerangkan dengan sebenarnya :

Nama : **FARIDA ANGGRAINI**
 Universitas : Universitas Muhammadiyah Gresik
 Jurusan : S1 Pendidikan Matematika
 NIM : 16421002

Bahwa yang bersangkutan telah mengadakan penelitian untuk kelengkapan skripsi dengan judul "**Pengaruh Model Pembelajaran Berbasis Multimedia Terhadap Kemandirian Belajar Peserta Didik Kelas XI D MA YKUI Maskumambang**"

Demikian surat keterangan ini dibuat dengan sebenarnya agar digunakan sebagaimana mestinya.

Maskumambang, 4 Agustus 2020
 Kepala Madrasah



AFIFUDDIN, S.Ag., M.Pd.I.

Lampiran 19 Berita Acara Bimbingan


UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH GRESIK
JL. SUMATRA NO.101 GKB TELP.(031) 3951414 GRESIK

BERITA ACARA BIMBINGAN SKRIPSI

1. Nama Mahasiswa : Faridah Anggraini
 2. NIRM : 16421002
 3. Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan
 4. Jurusan : Pendidikan Matematika
 5. Program Study : Pendidikan Matematika
 6. Judul Skripsi : Pengaruh Model Pembelajaran Berbasis Multimedia Terhadap Kemandirian Belajar Peserta Didik Kelas X
 7. Periode Bimbingan :
 8. Pembimbing I : Dr. Hj. Sri Uchtiawati, M.Si.
 Pembimbing II : Syaiful Huda, M.Si.
 9. Konsultasi :

TANGGAL	PARAF PEMBIMBING		KETERANGAN
	I	II	
25 Oktober 2019	1.		Acc judul
11 Maret 2020	2.	1	Bimbingan Bab I
28 Maret 2020		2	Bimbingan Bab I (online)
3 April 2020	3.		Bimbingan Bab I (online)
4 Mei 2020	4		Bab I & II
12 Mei 2020	5		
29.5.2020	6	3	18/5/2020
3 - Juni - 2020		4	Proposal fix
5 - Juni	7.		Bab I, II, III, dan IV
27. juli	8	5	Skripsi fix
1 Agustus		6	

10. Tanggal Selesai Menulis Skripsi :
 11. Keterangan :
 12. Telah dievaluasi / diuji dengan nilai :

Dosen Pembimbing I

Dr. Hj. Sri Uchtiawati, M.Si.

Gresik, 29 Oktober 2019

Dosen Pembimbing II

Syaiful Huda, M.Si.

Lampiran 20 Berita Acara Sidang

HASIL SIDANG SKRIPSI

Nama Mahasiswa : Farida Anggraini
 N.P.M. : 16421002
 Judul Skripsi : Pengaruh Model Pembelajaran Berbasis Multimedia Terhadap Kemandirian Belajar Peserta Didik Kelas XI Di MA YKUI Maskumambang

Hal-hal yang perlu direvisi :

No.	Hal-hal yang Direvisi	Sudah Direvisi*)
1	Bab II 2.4.4 Indikator kemandirian belajar 2.5 Pengaruh model pembelajaran	✓
2	2.6 Penelitian yg relevan 2.7 Bagan kerangka berfikir	✓
3	Bab III - Menghilangkan instrumen tes - salah penulisan hal 25, 26, 27, 29	✓
4	Bab IV - Menyesuaikan bab II, III	✓
5		

*) : berilah tanda cheklist (✓) jika sudah direvisi.

Penguji:

1. Dr. Nur Fauziah, M., Pd.

2. Dr. Sri Uchtiawati, M.Si.

3. Syaiful Huda, M.Si

Tanda Tangan

(.....)

(.....)

(.....)

Tanggal

3/6 2021
(.....)

3/6 2021
(.....)

3/6 2021
(.....)