

## BAB II LANDASAN TEORI

### 2.1 Pengertian fuzzy

*Fuzzy* secara bahasa diartikan sebagai kabur atau samar yang artinya suatu nilai dapat bernilai benar atau salah secara bersamaan. Dalam *fuzzy* dikenal derajat keanggotaan yang memiliki rentang nilai 0 (nol) hingga 1 (satu). Logika *fuzzy* merupakan suatu logika yang memiliki nilai kekaburan atau kesamaran antara benar atau salah. Dalam teori logika *fuzzy* suatu nilai dapat bernilai benar atau salah secara bersamaan. Namun seberapa besar kebenaran dan kesalahan tergantung pada bobot keanggotaan yang dimilikinya.

Logika *fuzzy* memiliki derajat keanggotaan dalam rentang 0 hingga 1 dan logika *fuzzy* menunjukkan sejauh mana suatu nilai benar dan sejauh mana suatu nilai itu salah. Logika *fuzzy* adalah suatu cara yang tepat untuk memetakan suatu ruang input ke dalam suatu ruang output dan mempunyai nilai kontiniu. *Fuzzy* dinyatakan dalam derajat keanggotaan dan derajat kebenaran. Oleh sebab itu sesuatu dapat dikatakan sebagian benar dan sebagian salah pada waktu yang sama (Kusumadewi, 2004).

Dalam kehidupan sehari-hari, dapat dijumpai banyak gejala kekaburan. Ambil suatu contoh, dalam suatu kelas seorang guru menyuruh muridnya yang memiliki sepeda untuk angkat tangan, maka dengan mudah murid yang memiliki sepeda akan mengangkat tangannya. Namun ketika guru tersebut menyuruh murid yang pandai untuk mengangkat tangannya, maka akan timbul keragu-raguan, apakah mereka termasuk kelompok yang pandai atau tidak. Batas antara “punya sepeda” dengan “tidak punya sepeda” adalah jelas dan tegas, tetapi tidak demikian halnya antara “pandai” dan “tidak pandai”. Dengan kata lain himpunan para murid yang pandai dan tidak pandai seakan-akan dibatasi secara tidak tegas atau kabur. Maka diperlukan suatu bahasa keilmuan baru yang mampu menangkap ketidaktegasan/kekaburan istilah bahasa sehari-hari yang memadai (Susilo, 2006).

Bahasa seperti itulah yang diciptakan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar dari Universitas California, Amerika Serikat pada awal tahun 1965. Beliau

memodifikasi teori himpunan yang lazim digunakan menjadi teori himpunan kabur (*fuzzy*). Teori ini dapat diaplikasikan dalam berbagai bidang, antara lain algoritma kontrol, diagnosa medis, system pendukung keputusan, ekonomi, teknik, psikologi, lingkungan, keamanan dan ilmu pengetahuan (Setiadji, 2009). Sebagai contoh adalah seorang manajer pergudangan mengatakan kepada manajer produksi seberapa banyak persediaan barang pada akhir minggu ini, kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari. Contoh kedua adalah seorang pegawai melakukan tugasnya dengan kinerja yang sangat baik, kemudian atasan akan memberikan penghargaan yang sesuai dengan kinerja pegawai tersebut. Dengan menggunakan teori himpunan *fuzzy*, logika bahasa dapat diwakili oleh sebuah daerah yang mempunyai jangkauan yang menunjukkan derajat keanggotannya (Kusumadewi, 2004).

## **2.2 Himpunan Fuzzy**

### **2.2.1 Pengertian Himpunan Fuzzy**

Himpunan tegas (*crisp*) merupakan himpunan yang terdefinisi secara tegas dalam arti bahwa untuk setiap elemen dalam semestanya selalu dapat ditentukan secara tegas apakah ia merupakan anggota dari himpunan atau tidak. Dengan perkataan lain, terdapat batas yang tegas antara unsur-unsur yang tidak merupakan anggota dari suatu himpunan. Tetapi tidak semua himpunan terdefinisi demikian, misalnya himpunan siswa pandai, himpunan orang miskin, himpunan orang muda dan lain-lain. Pada himpunan orang muda, kita tidak dapat menentukan secara tegas apakah seseorang adalah muda atau tidak. Tetapi kita dapat memisalkan seseorang dikatakan muda memiliki umur 25 tahun, maka orang yang umurnya 26 tahun menurut defenisi termasuk tidak muda. Sulit bagi kita untuk menerima bahwa orang yang umurnya 26 tahun itu tidak termasuk orang muda. Hal ini menunjukkan bahwa memang batas antara kelompok orang muda dan kelompok orang yang tidak muda tidak dapat ditentukan secara tegas (Susilo, 2006).

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, Lotfi Asker Zadeh mengaitkan himpunan semacam itu dengan suatu fungsi yang menyatakan derajat kesesuaian unsur-unsur dalam semestanya dengan konsep yang merupakan syarat keanggotaan

himpunan tersebut. Fungsi ini disebut fungsi keanggotaan dan nilai fungsi itu disebut derajat keanggotaan suatu unsur dalam himpunan itu yang selanjutnya disebut himpunan kabur. Himpunan *fuzzy* adalah rentang nilai-nilai, masing-masing nilai mempunyai derajat keanggotaan antara 0 hingga 1. Suatu himpunan *fuzzy*  $\hat{A}$  dalam semesta pembicaraan  $X$  dinyatakan dengan fungsi keanggotaan  $\mu$  dalam interval  $[0,1]$ , dapat dinyatakan dengan :

$$\mu_{\hat{A}} : X \rightarrow [0,1]$$

Ada beberapa hal yang perlu diketahui dalam memahami sistem *fuzzy*, yaitu :

a. Variabel *fuzzy*

Variabel *fuzzy* merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*. Contoh : umur, temperatur, permintaan, dsb.

b. Himpunan *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel *fuzzy*.

Himpunan *fuzzy* memiliki atribut, yaitu :

1. Linguistik

Yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti : MUDA, PAROBAYA, TUA.

2. Numeris

Yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti : 50, 25, 45, dsb.

3. Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

Contoh : semesta pembicaraan untuk variabel umur :  $[0,100]$

#### 4. Domain

Domain himpunan *fuzzy* adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*.

Contoh :

- a. MUDA =  $[0,40]$  artinya seseorang dikatakan muda dengan umur 0 hingga 40
- b. PAROBAYA =  $[30,50]$  artinya seseorang dikatakan parobaya dengan umur 30 hingga 50
- c. TUA =  $[40,+\infty]$  artinya seseorang dikatakan tua dengan umur 40 hingga  $+\infty$

#### 2.2.2 Operasi pada Himpunan *Fuzzy*

Ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasikan dan memodifikasi himpunan *fuzzy*. Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength*  $\alpha$ -*predikat*. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu : AND, OR dan NOT.

##### a. Operator AND (DAN)

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan  $\alpha$  - *predikat* sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.  $\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$

##### b. Operator OR (ATAU)

Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan  $\alpha$  - *predikat* sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.  $\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y))$

##### c. Operator NOT (KOMPLEMEN)

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan  $\alpha$  - *predikat* sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan

mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.  $\mu_A = 1 - \mu_A(x)$

**2.3 Fungsi Keanggotaan**

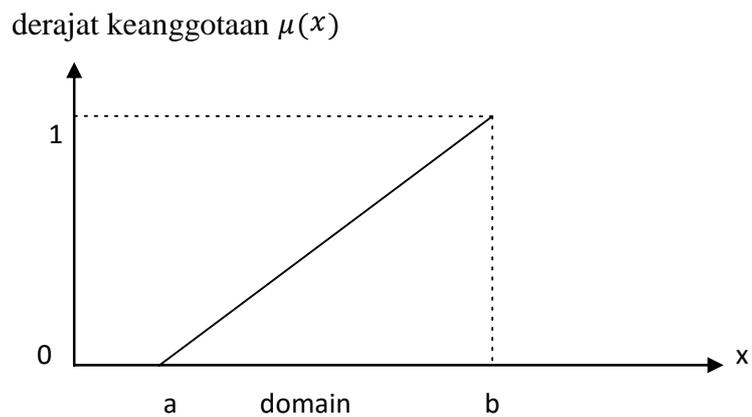
Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan :

a. Representasi Linear

Pada representasi linear, pemetaan *input* ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus.

Ada 2 keadaan himpunan *fuzzy* yang linear, yaitu :

- Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol (0) bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi.



**Gambar 2.1** Representasi Linear Naik

Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}; & a \leq x \leq b \\ 1; & \geq b \end{cases} \dots\dots\dots(2.1)$$

Keterangan :  $x$  = Nilai keanggotaan yang dibahas

$a$  = Nilai anggota terendah

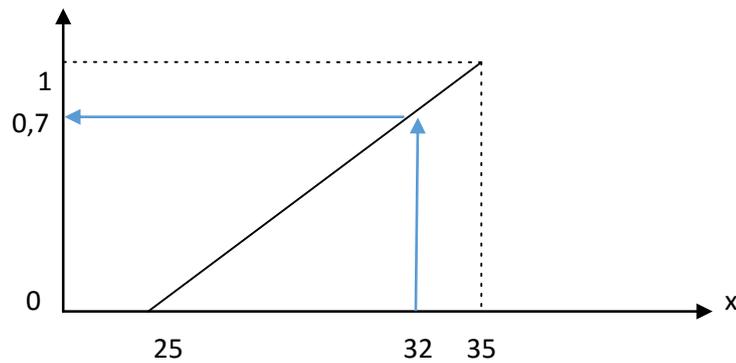
$b$  = Nilai anggota tertinggi

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 2.2.

$$\begin{aligned} \mu_{\text{PANAS}}[32] &= (32-25)/(35-25) \\ &= 7/10 = 0,7 \end{aligned}$$

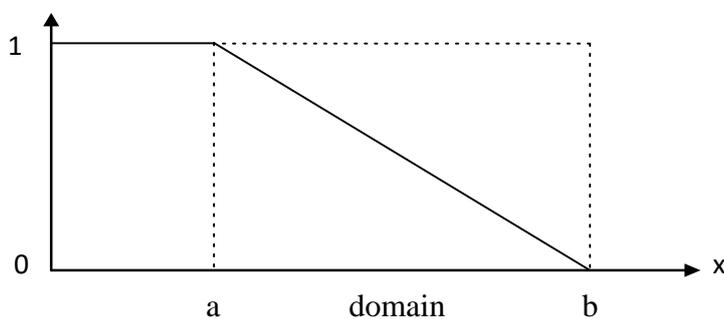
derajat keanggotaan  $\mu(x)$



**Gambar 2.2** Himpunan fuzzy: PANAS.

- Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah.

derajat keanggotaan  $\mu(x)$



**Gambar 2.3** Representasi Linear Turun

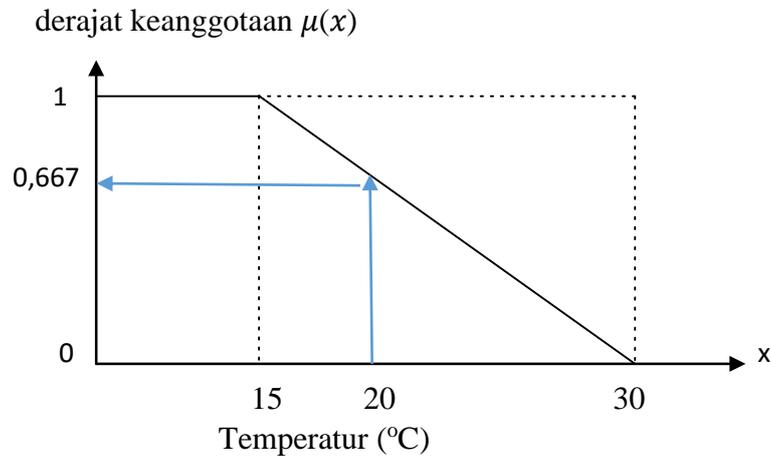
Fungsi keanggotaan:

$$\mu[x] = \begin{cases} 1; & x \leq a \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}; & a \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases} \dots\dots\dots(2.2)$$

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 2.4.

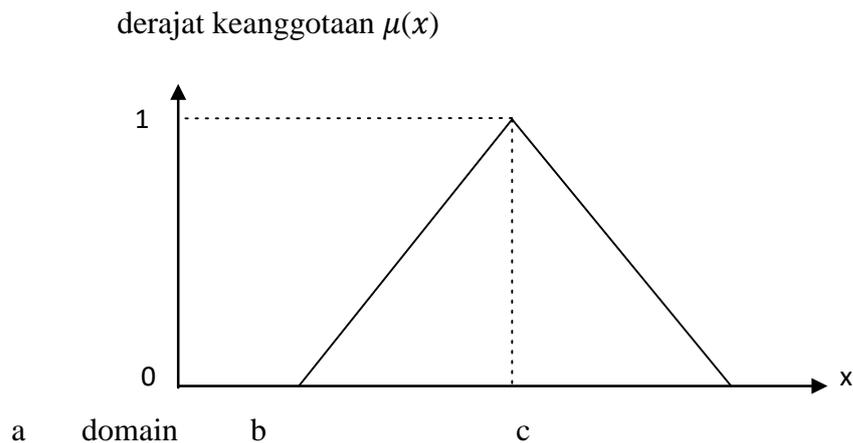
$$\begin{aligned} \mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667 \end{aligned}$$



**Gambar 2.4** Himpunan fuzzy: DINGIN.

b. Representasi Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear).



**Gambar 2.5** Representasi Kurva Segitiga

Fungsi keanggotaan:

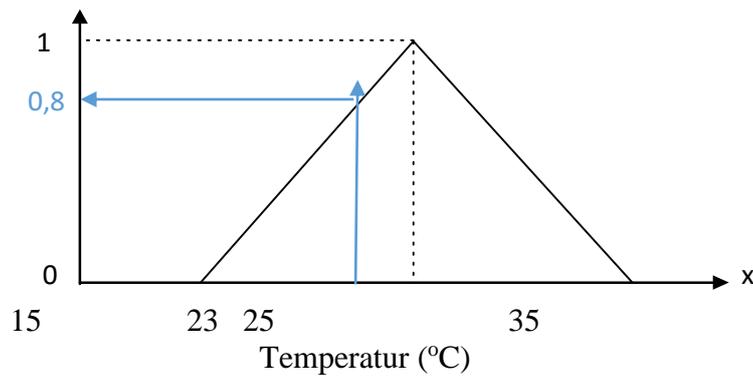
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}; & a \leq x \leq b \\ \frac{(b-x)}{(c-b)}; & b \leq x \leq c \end{cases} \dots\dots\dots(2.3)$$

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 2.6.

$$\begin{aligned} \mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8 \end{aligned}$$

derajat keanggotaan  $\mu(x)$

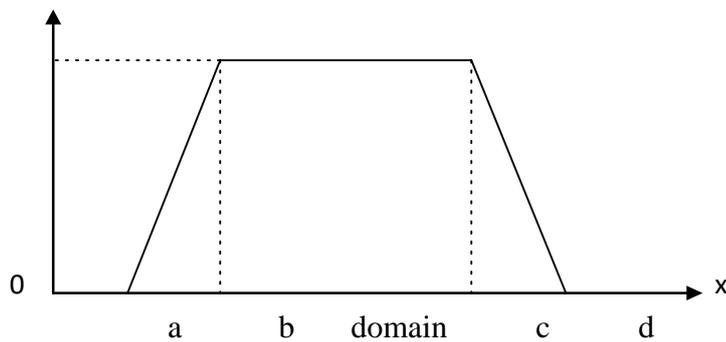


**Gambar 2.6** Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva segitiga).

c. Representasi Kurva Trapesium

Kurva segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1.

derajat keanggotaan  $\mu(x)$



**Gambar 2.7** Representasi Kurva Trapesium

Fungsi keanggotaan:

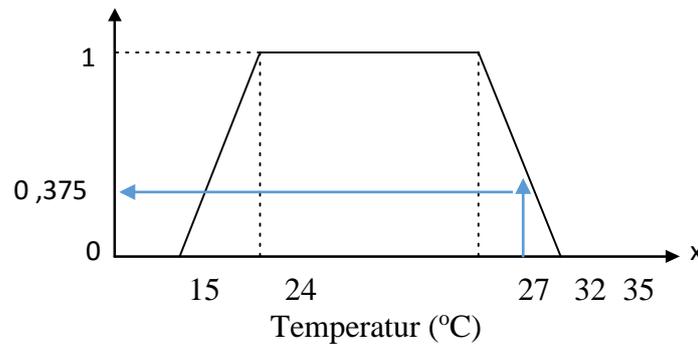
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ atau } x \geq c \\ \frac{(x-a)}{(b-a)}; & a \leq x \leq b \\ 1; & b \leq x \leq c \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}; & x \geq d \end{cases} \dots\dots\dots(2.4)$$

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar 2.8.

$$\begin{aligned}\mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 = 0,375\end{aligned}$$

derajat keanggotaan  $\mu(x)$

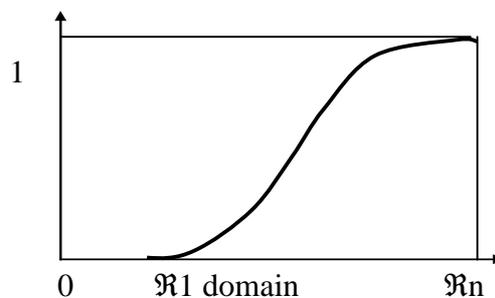


**Gambar 2.8** Himpunan fuzzy: NORMAL (kurva trapesium).

d. Representasi Kurva Bentuk s

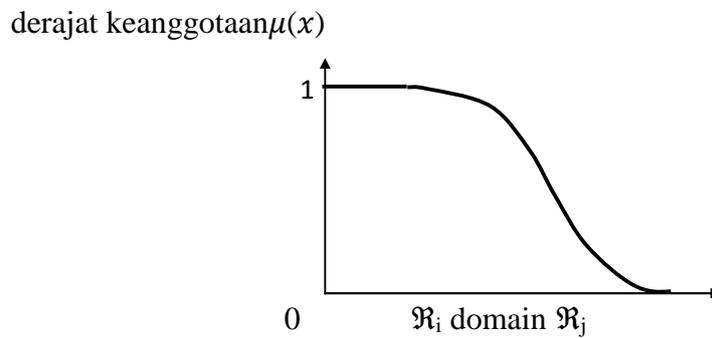
Kurva Pertumbuhan dan Penyusutan merupakan kurva-S atau sigmoid yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear. Kurva-S untuk Pertumbuhan akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1). Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi (Gambar 2.9).

derajat keanggotaan  $\mu(x)$



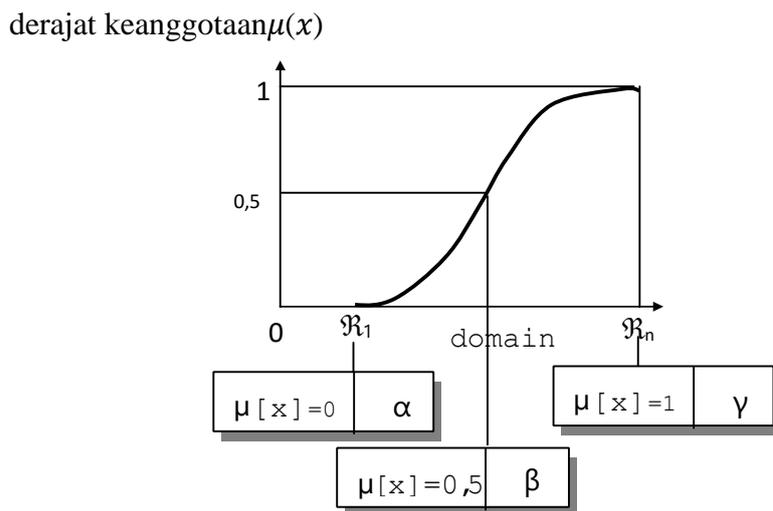
**Gambar 2.9** Himpunan fuzzy dengan kurva-S: Pertumbuhan.

Kurva-S untuk Penyusutan akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) seperti terlihat pada Gambar 2.10.



**Gambar 2.10** Himpunan fuzzy dengan kurva-S: Penyusutan.

Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol ( $\alpha$ ), nilai keanggotaan lengkap ( $\gamma$ ), dan titik infleksi atau crossover ( $\beta$ ) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar. Gambar 2.11 menunjukkan karakteristik kurva-S dalam bentuk skema.



**Gambar 2.11** Karakteristik fungsi kurva-S.

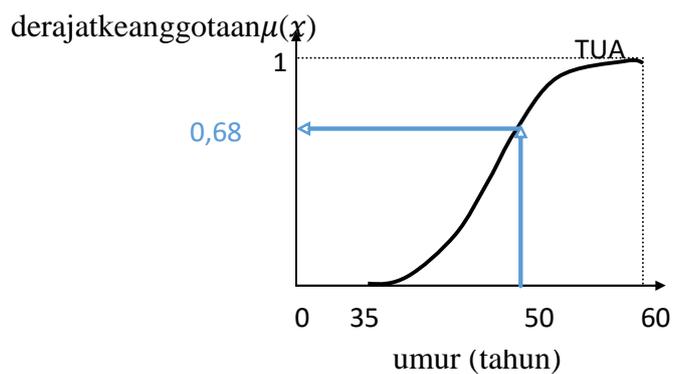
Fungsi keanggotaan pada kurva Pertumbuhan adalah:

$$s(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 & \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x)/(\gamma - \alpha))^2 & \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 & \rightarrow x \geq \gamma \end{cases} \dots 2.5$$

Contoh :

Fungsi keanggotaan untuk himpunan TUA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 2.12.

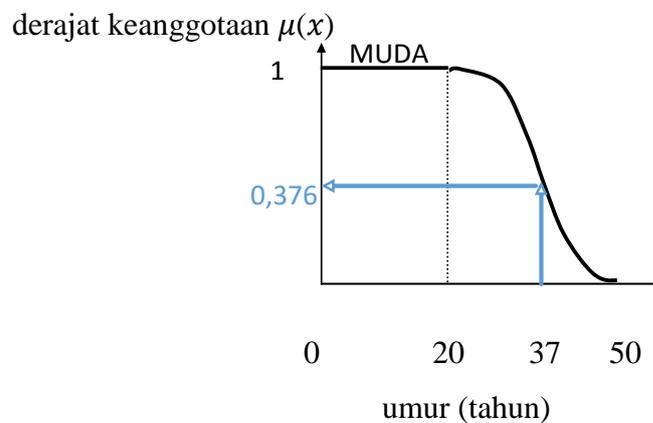
$$\begin{aligned}\mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$



**Gambar 2.12** Himpunan Fuzzy: TUA.

Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur seperti terlihat pada Gambar 2.13.

$$\begin{aligned}\mu_{MUDA}[50] &= 2((50-37)/(50-20))^2 \\ &= 2(13/30)^2 \\ &= 0,376\end{aligned}$$



**Gambar 2.13** Himpunan Fuzzy: MUDA.

## 2.4 Fungsi Implikasi

Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan *fuzzy* akan berhubungan dengan suatu relasi *fuzzy*. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

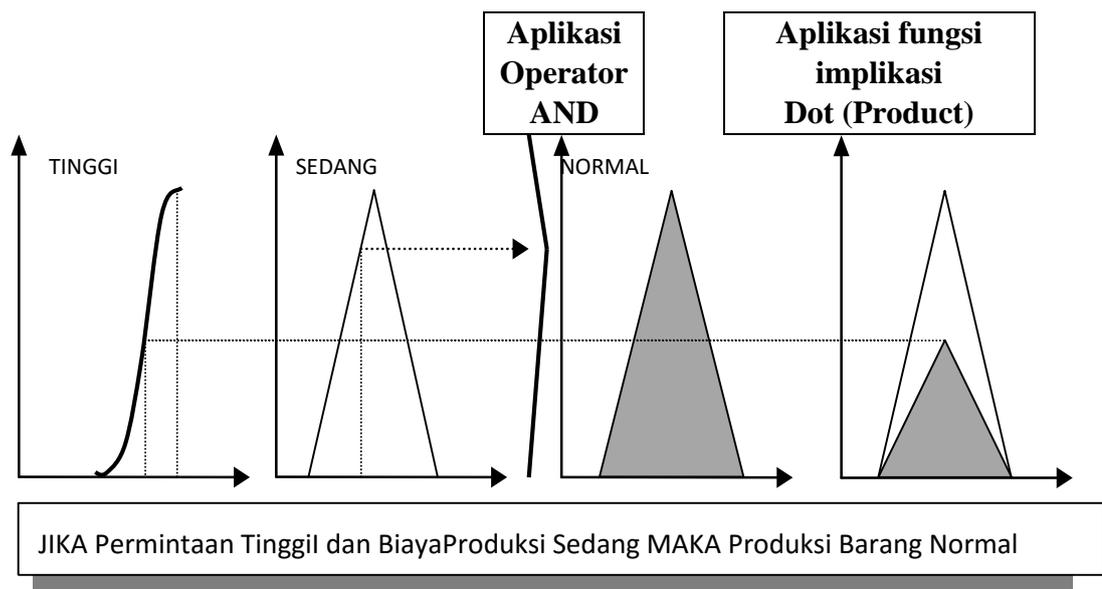
JIKA  $x$  adalah  $A$  MAKA  $y$  adalah  $B$

Dengan  $x$  dan  $y$  adalah skalar, serta  $A$  dan  $B$  adalah himpunan *fuzzy*. Proposisi yang mengikuti JIKA disebut sebagai anteseden, sedangkan proposisi yang mengikuti MAKA disebut sebagai konsekuen. Proposisi dapat diperluas dengan menggunakan operator *fuzzy*, seperti (Cox, 1994):

JIKA ( $x_1$  adalah  $A_1$ ) o ( $x_2$  adalah  $A_2$ ) o ( $x_3$  adalah  $A_3$ ) o ..... o ( $x_N$  adalah  $A_N$ )  
MAKA  $y$  adalah  $B$  dengan o adalah operator (misal: ATAU atau DAN).

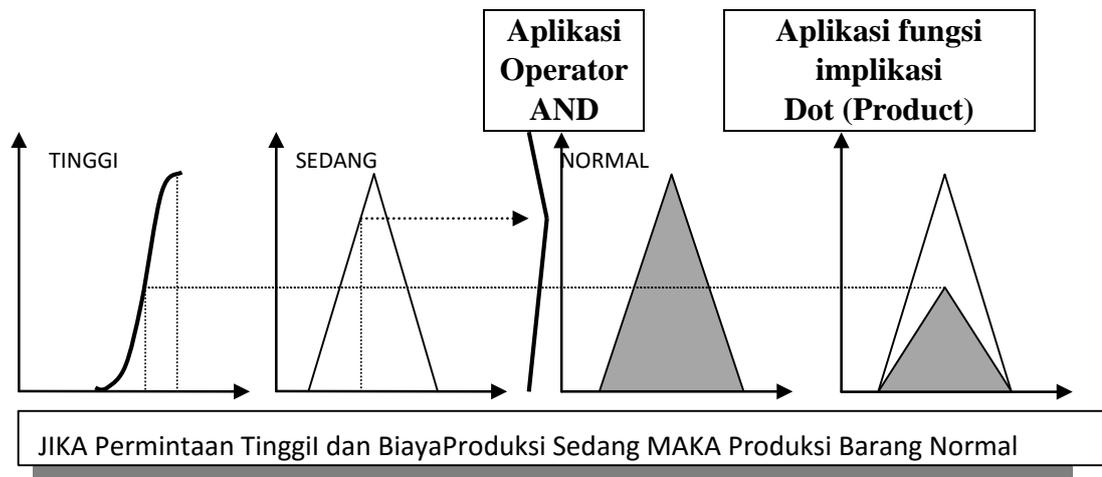
Secara umum, ada dua fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu (Yan, 1994):

- Min* (minimum). Fungsi ini akan memotong *output* himpunan *fuzzy*. Gambar menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi *Min*.



**Gambar 2.14** Fungsi Implikasi *MIN* (Sumber: Sri Kusumadewi, 2002)

- Dot (Product)*. Fungsi ini akan menskala *output* himpunan *fuzzy*. Gambar menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi *Dot*.



**Gambar 2.15** Fungsi Implikasi *DOT* (Sumber: Sri Kusumadewi, 2002)

### 2.5 Sistem Inferensi *Fuzzy*

Salah satu aplikasi logika *fuzzy* yang telah berkembang sangat luas dewasa ini adalah sistem inferensi *fuzzy*, yaitu sistem komputasi yang bekerja atas dasar prinsip penalaran *fuzzy*, seperti halnya manusia melakukan penalaran dengan nalurnya. Misalnya penentuan produksi barang, sistem pendukung keputusan, sistem klasifikasi data, sistem pakar, sistem pengenalan pola, robotika, dan sebagainya.

Pada dasarnya sistem inferensi *fuzzy* terdiri dari empat unit, yaitu :

- Unit fuzzifikasi
- Unit penalaran logika *fuzzy*
- Unit basis pengetahuan, yang terdiri dari dua bagian :
  - Basis data, yang memuat fungsi-fungsi keanggotaan dari himpunan-himpunan *fuzzy* yang terkait dengan nilai dari variabel-variabel linguistik yang dipakai.
  - Basis aturan, yang memuat aturan-aturan berupa implikasi *fuzzy*.
- Unit defuzzifikasi (unit penegasan).

Pada sistem inferensi *fuzzy*, nilai-nilai masukan tegas dikonversikan oleh unit fuzzifikasi ke nilai *fuzzy* yang sesuai. Hasil pengukuran yang telah difuzzikan itu kemudian diproses oleh unit penalaran, yang dengan menggunakan unit basis

pengetahuan, menghasilkan himpunan-himpunan *fuzzy* sebagai keluarannya. Langkah terakhir dikerjakan oleh unit defuzzifikasi yaitu menerjemahkan himpunan keluaran itu ke dalam nilai yang tegas. Nilai tegas inilah yang kemudian direalisasikan dalam bentuk suatu tindakan yang dilaksanakan dalam proses itu.

Pada umumnya ada 3 metode sistem inferensi *fuzzy* yang digunakan dalam logika *fuzzy*, yaitu : Metode Tsukamoto, Mamdani, dan Sugeno.

a. Metode Tsukamoto

Metode Tsukamoto merupakan perluasan dari penalaran monoton. Setiap konsekuen pada aturan yang berbentuk JIKA-MAKA harus dipresentasikan dengan suatu himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan yang monoton. Sebagai hasilnya, output hasil inferensi dari tiap-tiap aturan diberikan secara tegas (*crisp*) berdasarkan  $\alpha$ -predikat. Hasil akhirnya diperoleh dengan menggunakan rata-rata terbobot.

b. Metode Mamdani

Untuk metode ini, pada setiap aturan yang berbentuk implikasi (“sebab akibat”) anteseden yang berbentuk konjungsi (AND) mempunyai nilai keanggotaan berbentuk minimum (MIN), sedangkan konsekuen gabungannya berbentuk maksimum (MAX), karena himpunan aturanaturannya bersifat independent (tidak saling bergantung).

c. Metode Sugeno

Penalaran dengan Metode Sugeno hampir sama dengan penalaran Mamdani, hanya saja output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan berupa konstanta atau persamaan linear. Metode ini diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno Kang pada tahun 1985, sehingga metode ini sering dinamakan dengan Metode TSK.

Menurut Cox (1994), Metode TSK terdiri dari 2 jenis yaitu :

1. Model Fuzzy Sugeno Orde-Nol

Jika ( $x_1$  adalah  $A_1$ ) o ( $x_2$  adalah  $A_2$ ) o ( $x_3$  adalah  $A_3$ ) o ..... o ( $x_N$

adalah  $A_N$ ) maka  $z=k$

Dengan  $A_1$  adalah himpunan fuzzy ke-i sebagai anteseden, dan  $k$  adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

## 2. Model Fuzzy Sugeno Orde-Satu

Jika ( $x_1$  adalah  $A_1$ ) ... o ( $x_N$  adalah  $A_N$ ) maka  $z = p_1 * x_1 + \dots + p_N * x_N + q$   
 Dengan  $A_i$  adalah himpunan *fuzzy* ke- $i$  sebagai anteseden, dan  $p$  adalah suatu konstanta (tegas) ke- $i$  dan  $q$  juga merupakan konstanta dalam konsekuen.  
 Apabila komposisi aturan menggunakan metode Sugeno maka defuzzifikasi dilakukan dengan cara mencari nilai rata-ratanya.

### 2.6 Sistem Inferensi Fuzzy Mamdani

Metode Mamdani sering dikenal dengan sebagai Metode Max-min. Metode ini diperkenalkan oleh Ebrahim Mamdani pada tahun 1975. Untuk mendapatkan *output*, diperlukan 4 tahapan:

a. Pembentukan himpunan *fuzzy*

Pada metode *Fuzzy-Mamdani*, baik variabel *input* maupun variabel *output* dibagi menjadi satu atau lebih himpunan *fuzzy*.

b. Aplikasi fungsi implikasi (aturan)

Pada metode *Fuzzy-Mamdani*, fungsi implikasi yang digunakan adalah *Min*.

c. Komposisi aturan

Ada 3 metode yang digunakan dalam melakukan inferensi sistem *fuzzy*, yaitu *max*, *additive* dan probabilistik ATAU (probor).

1). Metode *Max (maximum)*. Secara umum dapat dituliskan :

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara mengambil nilai maksimal aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah *fuzzy*, dan mengaplikasikannya ke *output* dengan menggunakan operator ATAU (union). Jika semua proposisi telah dievaluasi, maka *output* akan berisi suatu himpunan *fuzzy* yang merefleksikan kontribusi dari tiap-tiap proposisi. Secara umum dapat dituliskan:

$$\mu_s[x_i] = \max \mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i] \quad (2.5) \quad \text{Dengan :}$$

$$\mu_s[x_i] = \text{nilai keanggotaan solusi } \textit{fuzzy} \text{ sampai aturan ke } i.$$

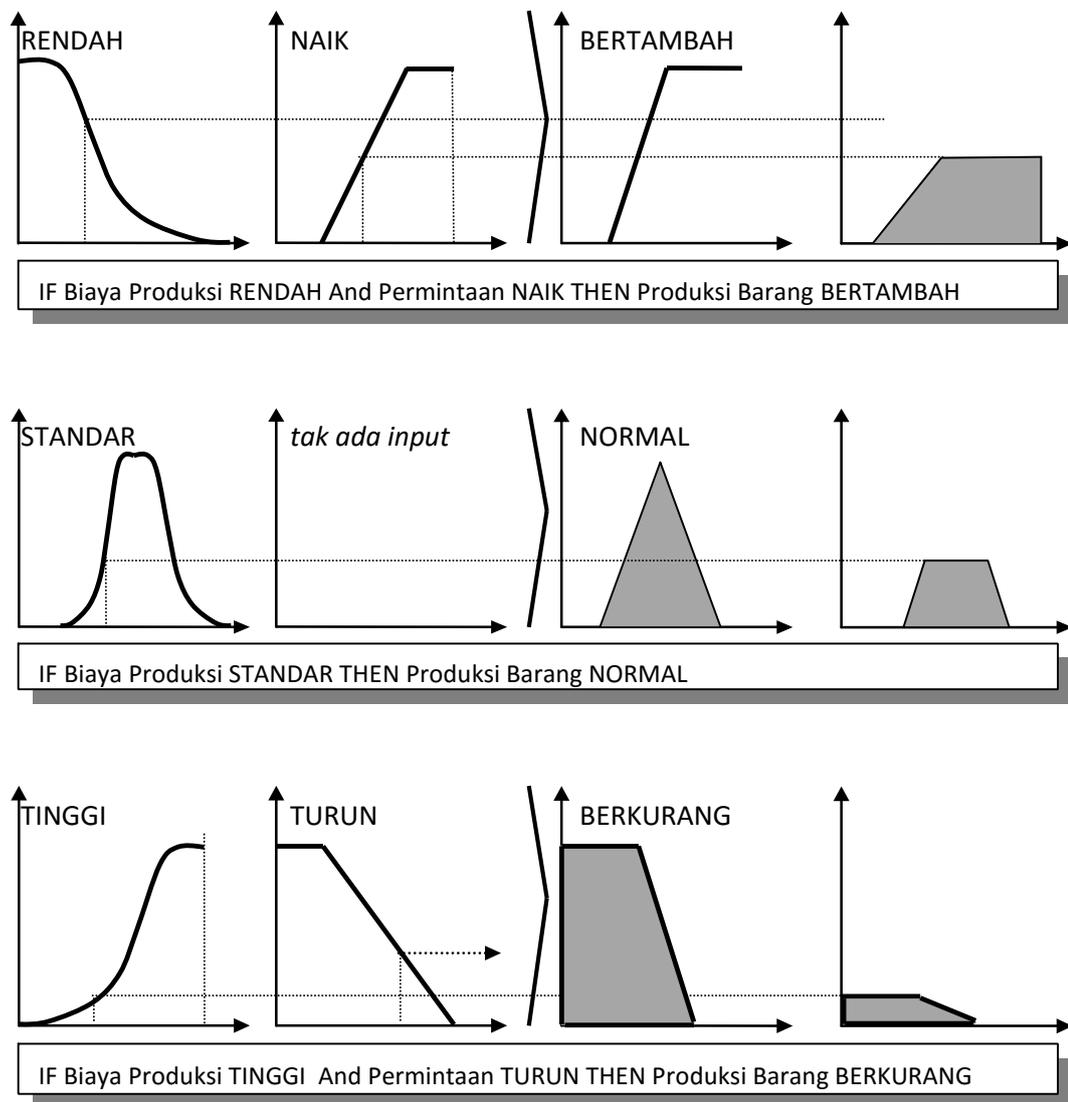
$$\mu_k[x_i] = \text{nilai keanggotaan konsekuen } \textit{fuzzy} \text{ aturan ke } i.$$

Misalkan ada 3 aturan (proposisi) sebagai berikut:

[R1] Biaya Produksi RENDAH DAN Permintaan NAIK MAKA Produksi Barang BERTAMBAH;

[R2] JIKA Biaya Produksi STANDAR MAKA Produksi Barang NORMAL

[R3] JIKA Biaya Produksi TINGGI DAN Permintaan TURUN MAKA Produksi Barang BERKURANG;



**Gambar 2.16** : Komposisi Aturan *Fuzzy* Metode *MAX* (Sumber: Sri Kusumadewi, 2002)

2). Metode *Additive (Sum)*

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara melakukan *bounded-sum* terhadap semua *output* daerah *fuzzy*. Secara umum dituliskan:

$$\mu_s(x_i) = \min (1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) \dots\dots\dots(2.6)$$

Dengan :

$\mu_s(x_i)$  = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i

$\mu_k(x_i)$  = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i

3). Metode Probabilistik ATAU (Probor)

Pada metode ini, solusi himpunan *fuzzy* diperoleh dengan cara melakukan produk terhadap semua *output* daerah *fuzzy*. Secara umum dituliskan:

$$\mu_s(x_i) = \mu_{sf}(x_i) + \mu_{kf}(x_i) - (\mu_{sf}(x_i) * \mu_{kf}(x_i)) \dots\dots\dots(2.7)$$

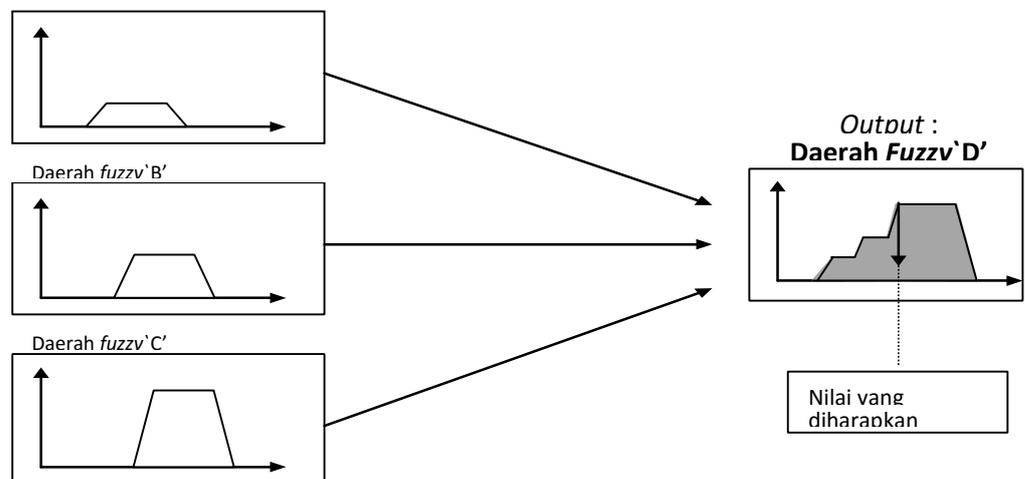
Dengan :

$\mu_s(x_i)$  = nilai keanggotaan solusi *fuzzy* sampai aturan ke-i

$\mu_{kf}(x_i)$  = nilai keanggotaan konsekuen *fuzzy* aturan ke-i.

d. Penegasan (*defuzzyfikasi*)

Input dari proses *defuzzyfikasi* adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan–aturan *fuzzy*, sedangkan *output* yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam *range* tertentu, maka harus dapat diambil suatu nilai *crisp* tertentu sebagai *output* seperti terlihat pada gambar 2.17.



**Gambar 2.17** : Proses *Defuzzyfikasi* (Sumber: Sri Kusumadewi, 2002)

Ada beberapa metode *defuzzyfikasi* pada komposisi aturan Mamdani, antara lain :

1). Metode *Centroid*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil titik pusat ( $z^*$ ) daerah *fuzzy*. Secara umum dirumuskan :

Untuk variabel kontinu :

$$z^* = \frac{\int_a^b z\mu(z) dz}{\int_a^b \mu(z) dz} \dots\dots\dots (2.8)$$

Untuk variabel diskrit :

$$z^* = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} z^i(z^i)}{\sum_{i=1}^{n_i} (z^i)} \dots\dots\dots (2.9)$$

Dimana:

$z$  = Nilai output

$z^*$  = Titik pusat daerah *fuzzy* output

$(z_i)$  = Derajat keanggotaan  $z_i$

2). Metode *Bisektor*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai pada domain *fuzzy* yang memiliki nilai keanggotaan setengah dari jumlah total nilai keanggotaan pada daerah *fuzzy*.

Secara umum dituliskan :

$$z_p \text{ sedemikian hingga } \int_{\mathbb{R}^1}^p \mu(z) dz = \int_p^{\mathbb{R}^n} \mu(z) dz \dots\dots\dots (2.10)$$

3). Metode *Mean of Maximum (MOM)*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

4). Metode *Largest of Maximum (LOM)*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terbesar dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

5). Metode *Smallest of Maximum (SOM)*

Pada metode ini, solusi *crisp* diperoleh dengan cara mengambil nilai terkecil dari domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

## 2.7 Contoh perhitungan Sistem Inferensi Fuzzy Mamdani

Berikut ini akan dijelaskan ilustrasi dari alur proses perhitungan algoritma *Fuzzy mamdani metode centroid*.

CONTOH KASUS : Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, PERMINTAAN TERBESAR mencapai 5000 kemasan/hari, dan PERMINTAAN TERKECIL 1000 kemasan/hari. PERSEDIAAN TERBANYAK digudang sampai 600 kemasan/hari, dan PERSEDIAAN TERKECIL mencapai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasan kemampuan PRODUKSI TERBANYAK adalah 7000 kemasan/hari, dan agar efisien PRODUKSI TERKECIL adalah 2000 kemasan/hari. Dalam produksi perusahaan menggunakan aturan :

Rule	Permintaan	Persediaan	Produksi
1	TURUN	BANYAK	BERKURANG
2	TURUN	SEDIKIT	BERKURANG
3	NAIK	BANYAK	BERTAMBAH
4	NAIK	SEDIKIT	BERTAMBAH

Berapa yang harus diproduksi jika PERMINTAAN 3500 kemasan dan PERSEDIAAN 300 kemasan.

SOLUSI :

Terdapat 3 variabel fuzzy yaitu (1) permintaan, (2) persediaan, dan (3) produksi

- PERMINTAAN

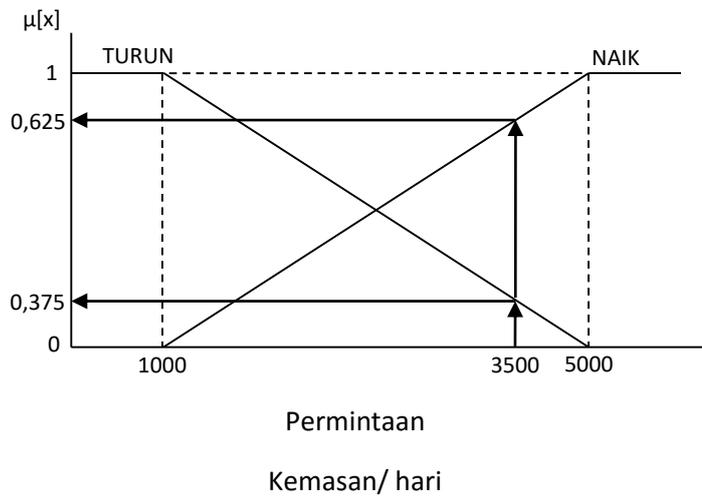
Terdiri dari 2 himpunan fuzzy, yaitu (1) TURUN, dan (2) NAIK

Diketahui :

Permintaan terendah adalah 1000 kemasan/hari

Permintaan tertinggi adalah 5000 kemasan/hari

Permintaan permasalahan = 3500 kemasan

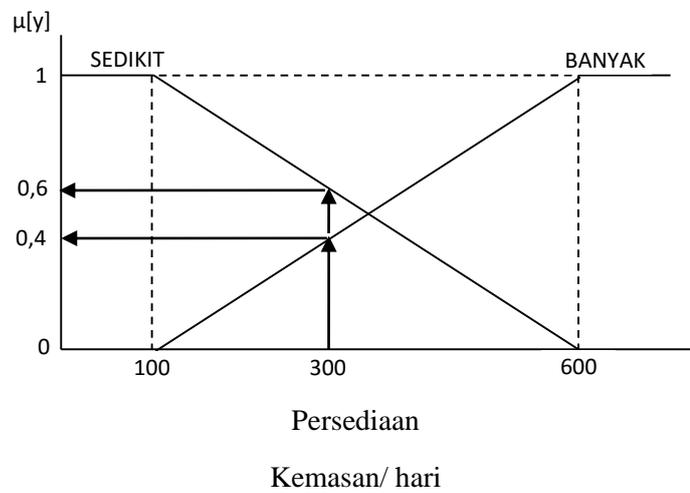


**Gambar 2.18 :** Gambar Kurva Permintaan

$$\mu_{\text{permintaan-turun}}[x] = \begin{cases} 1 & x \leq 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & x \geq 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{permintaan-naik}}[x] = \begin{cases} 0 & x \leq 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & x \geq 5000 \end{cases}$$

- PERSEDIAAN



**Gambar 2.19 :** Gambar Kurva Persediaan

Terdiri dari 2 himpunan fuzzy, yaitu (1) SEDIKIT, dan (2) BANYAK

Diketahui :

Persediaan terendah adalah 100 kemasan/hari

Persediaan tertinggi adalah 600 kemasan/hari

Persediaan permasalahan = 300 kemasan

$$\mu_{\text{persediaan-sedikit}}[y] = \begin{cases} 1 & y \leq 100 \\ \frac{600 - y}{500} & 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & y \geq 600 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{persediaan-banyak}}[y] = \begin{cases} 0 & y \leq 100 \\ \frac{y - 100}{500} & 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & y \geq 600 \end{cases}$$

- PRODUKSI

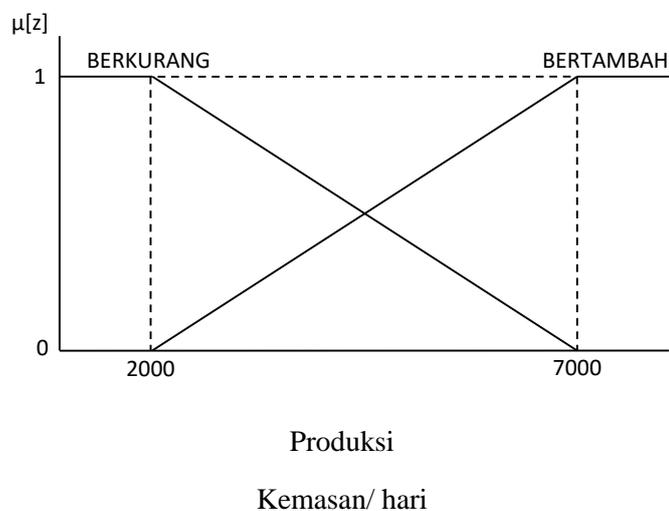
Terdiri dari 2 himpunan fuzzy, yaitu (1) BERKURANG, dan (2) BERTAMBAH

Diketahui :

Produksi terendah adalah 2000 kemasan/hari

Produksi tertinggi adalah 7000 kemasan/hari

Produksi permasalahan = ditanyakan ?? kemasan



**Gambar 2.20** : Gambar Kurva Produksi

$$\mu_{\text{produksi-berkurang}[z]} \begin{cases} 1 & z \leq 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & z \geq 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{\text{produksi-bertambah}[z]} \begin{cases} 0 & z \leq 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & z \geq 7000 \end{cases}$$

Cari Nilai Produksi Z, dengan fungsi implikasi MIN

- Permintaan x

<p><b>Fungsi keanggotaan TURUN :</b></p> $\mu_{\text{permintaan-turun}[x]} \begin{cases} 1 & x \leq 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & x \geq 5000 \end{cases}$	<p><b>Permintaan = 4000</b></p> $\mu_{\text{permintaan-turun}[4000]} = \frac{5000 - 3500}{4000}$ $= 0,375$
<p><b>Fungsi keanggotaan NAIK :</b></p> $\mu_{\text{permintaan-naik}[x]} \begin{cases} 0 & x \leq 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & x \geq 5000 \end{cases}$	<p><b>Permintaan = 4000</b></p> $\mu_{\text{permintaan-naik}[4000]} = \frac{3500 - 1000}{4000}$ $= 0,625$

- Persediaan y

<p><b>Fungsi keanggotaan SEDIKIT :</b></p> $\mu_{\text{persediaan-sedikit}[y]} \begin{cases} 1 & y \leq 100 \\ \frac{600 - y}{500} & 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & y \geq 600 \end{cases}$	<p><b>Persediaan = 300</b></p> $\mu_{\text{persediaan-sedikit}[300]} = \frac{600 - 300}{500}$ $= 0,6$
<p><b>Fungsi keanggotaan BANYAK :</b></p>	<p><b>Persediaan = 300</b></p> $\mu_{\text{persediaan-banyak}[300]} = \frac{300 - 600}{500}$

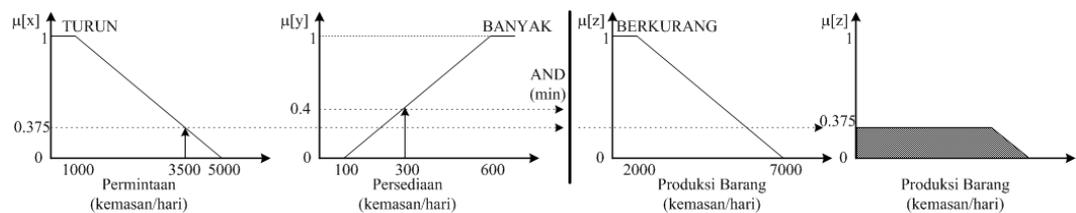
$\mu_{\text{persediaan-banyak}}[y] = \begin{cases} 0 & y \leq 100 \\ \frac{y-100}{500} & 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & y \geq 600 \end{cases}$	= 0,4
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

- Mencari nilai  $\alpha$ -predikat dan Z dari setiap aturan

R1 : JIKA permintaan TURUN dan persediaan BANYAK maka produksi BERKURANG

$$\alpha\text{-predikat}_1 = \mu_{\text{permintaan-turun}} \cap \mu_{\text{persediaan-banyak}}$$

$$\begin{aligned} &= \min(\mu_{\text{permintaan-turun}}[4000] \cap \mu_{\text{persediaan-banyak}}[300]) \\ &= \min(0,375; 0,4) \\ &= 0,375 \end{aligned}$$

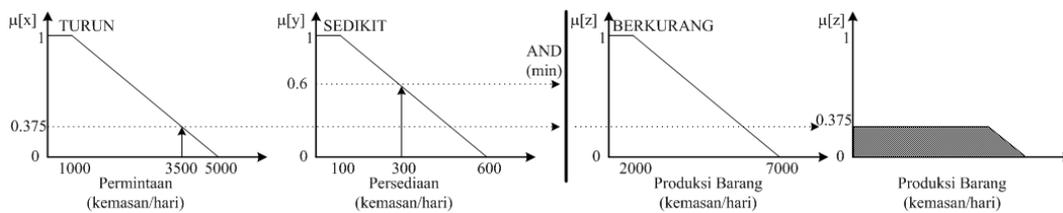


**Gambar 2.21** : Gambar Kurva nilai  $\alpha$ -predikat 1

R2 : JIKA permintaan TURUN dan persediaan SEDIKIT maka produksi BERKURANG

$$\alpha\text{-predikat}_2 = \mu_{\text{permintaan-turun}} \cap \mu_{\text{persediaan-sedikit}}$$

$$\begin{aligned} &= \min(\mu_{\text{permintaan-turun}}[3500] \cap \mu_{\text{persediaan-sedikit}}[300]) \\ &= \min(0,375; 0,6) \\ &= 0,375 \end{aligned}$$



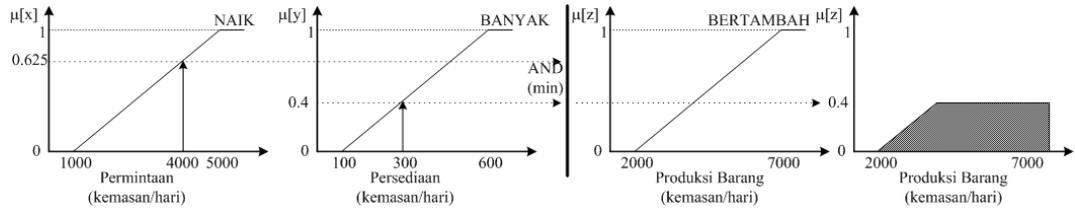
**Gambar 2.22** : Gambar Kurva nilai  $\alpha$ -predikat 2

R3 : JIKA permintaan NAIK dan persediaan BANYAK maka produksi BERTAMBAH

$$\alpha\text{-predikat}_3 = \mu_{\text{permintaan-naik}} \cap \mu_{\text{persediaan-banyak}}$$

$$\begin{aligned} &= \min(\mu_{\text{permintaan-naik}}[3500] \cap \mu_{\text{persediaan-banyak}}[300]) \\ &= \min(0,625; 0,4) \end{aligned}$$

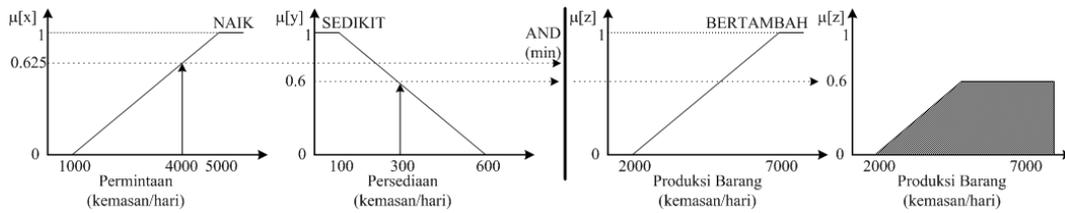
= 0,4



**Gambar 2.23 :** Gambar nilai  $\alpha$ -predikat 3

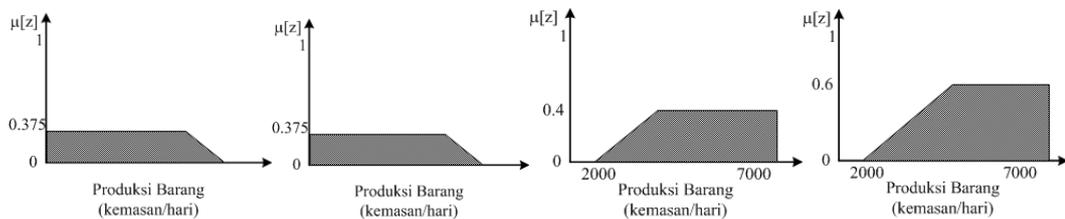
R4 : JIKA permintaan NAIK dan persediaan SEDIKIT maka produksi BERTAMBAH

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{-predikat4}} &= \mu_{\text{permintaan-naik}} \cap \mu_{\text{persediaan-sedikit}} \\ &= \min(\mu_{\text{permintaan-naik}}[3500] \cap \mu_{\text{persediaan-sedikit}}[300]) \\ &= \min(0,625; 0,6) \\ &= 0,6 \end{aligned}$$

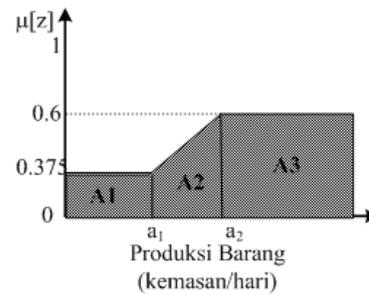


**Gambar 2.24 :** Gambar nilai  $\alpha$ -predikat 4

Komposisi antar aturan



**Gambar 2.25 :** Gambar kurva komposisi antar aturan



**Gambar 2.26 :** Gambar Daerah himpunan Fuzzy

Daerah himpunan fuzzy terbagi 3: A1, A2, dan A3

*Fungsi keanggotaan hasil komposisi:*

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.375 & , z < 3875 \\ (z - 2000)/5000 & , 3875 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$

Mencari nilai  $a_1$ , dan  $a_2$ , dan  $a_3$

$(a - prod\_minimal)/interval\_prod = nilai\_keanggotaan$

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0.375 \rightarrow a_1 = 3875$$

$$(a_2 - 2000)/5000 = 0.6 \rightarrow a_2 = 5000$$

$$(a_3 - 2000)/5000 = 0.6 \rightarrow a_3 = 5000$$

- Defuzifikasi atau menghitung  $z$  akhir dengan metode MOM (Mean of Maximum ) yaitu mengambil nilai  $z$  rata-rata dari nilai derajat keanggotaan ( $\mu(z)$ ) yang maksimal.

$$\begin{aligned} \text{Nilai MOM} &= (a_2 + a_3) / 2 \\ &= (5000 + 5000) / 2 \\ &= 5000 \end{aligned}$$

## 2.8 Pengertian Klasifikasi

Secara Etimologi, Klasifikasi berasal dari bahasa Inggris dari kata “classification” dan kata ini berasal dari kata “to classy” yang berarti menggolongkan dan menempatkan benda-benda di suatu tempat. Menurut Wikipedia, Klasifikasi merupakan kata serapan dari Bahasa Belanda, classificatie, yang sendirinya berasal dari bahasa Prancis classification. Istilah ini menunjuk kepada sebuah metode untuk menyusun data secara sistematis atau menurut beberapa aturan atau kaidah yang telah ditetapkan. Dalam Kamus Besar Bahasa

Indonesia, klasifikasi /kla·si·fi·ka·si/ n adalah penyusunan bersistem dalam kelompok atau golongan menurut kaidah atau standar yang ditetapkan. Selain itu, Ernest Cushing Richardson juga menjelaskan Klasifikasi adalah kegiatan mengelompokkan dan menempatkan barang-barang. Sedangkan dalam Harrolds Librarians Glossary menyebutkan bahwa klasifikasi adalah pengelompokkan benda secara logis menurut ciri-ciri kesamaannya. Ada beberapa definisi atau pengertian klasifikasi perpustakaan menurut para ahli dan dari berbagai sumber:

Menurut Sulisty Basuki (1991) klasifikasi berasal dari kata Latin “classis” atau proses pengelompokan, artinya mengumpulkan benda/entitas yang sama serta memisahkan benda/entitas yang tidak sama. Sulisty-Basuki (1999:298) mendefinisikan klasifikasi yang diterapkan di pusat informasi dan perpustakaan adalah penyusunan sistematik terhadap buku atau bahan pustaka lain atau katalog atau entri indeks berdasarkan subjek, dalam cara yang paling berguna bagi mereka yang membaca atau mencari informasi.

Menurut Towa P. Hamakonda dan J.N.B. Tairas (1995) klasifikasi adalah pengelompokan yang sistematis dari obyek, gagasan, buku atau benda-benda lain ke dalam kelas atau golongan tertentu berdasarkan ciri-ciri yang sama.

Ibrahim Bafadal (2009:51), Klasifikasi adalah suatu proses memilih dan mengelompokkan buku-buku perpustakaan sekolah atau bahan pustaka lainnya atas dasar tertentu serta diletakkannya secara bersama-sama di suatu tempat.

## **2.9 Pengertian Madrasah Tsanawiyah**

Madrasah Tsanawiyah (disingkat MTs) adalah Sekolah Lanjutan Pertama yang berciri khas agama Islam setelah Madrasah Ibtidaiyah atau Sekolah Dasar yang pengelolaannya dilakukan oleh Departemen Agama. Pendidikan madrasah tsanawiyah ditempuh dalam waktu 3 tahun, mulai dari kelas 7 sampai kelas 9. Murid kelas 9 diwajibkan mengikuti Ujian Nasional (dahulu Ebtanas) yang memengaruhi kelulusan siswa. Lulusan MTs dapat melanjutkan pendidikan kemadrasah aliyah atau sekolah menengah atas/sekolah menengah kejuruan.

Kurikulum madrasah tsanawiyah sama dengan kurikulum sekolah menengah pertama, hanya saja pada MTs terdapat porsi lebih banyak mengenai pendidikan agama Islam, misalnya mata pelajaran Bahasa Arab, Al Qur'an-Hadits, Fiqih, Aqidah Akhlaq, dan Sejarah Kebudayaan Islam dengan tujuan memberikan bekal kemampuan dasar sebagai perluasan dan peningkatan pengetahuan, agama dan keterampilan yang diperoleh di Madrasah Ibtidaiyah atau sekolah dasar yang bermanfaat bagi siswa untuk mengembangkan kehidupannya sebagai pribadi muslim, anggota masyarakat, warga negara dan sesuai dengan tingkat perkembangannya serta mempersiapkan mereka untuk mengikuti pendidikan menengah dan/atau mempersiapkan mereka untuk hidup dalam masyarakat.

Pelajar madrasah tsanawiyah umumnya berusia 13-15 tahun. Di Indonesia, setiap warga negara berusia 7-15 tahun wajib mengikuti pendidikan dasar, yakni sekolah dasar (atau sederajat) 6 tahun dan sekolah menengah pertama (atau sederajat) 3 tahun.

## **2.10 Penelitian Sebelumnya**

Pada penelitian dengan metode mamdani sebelumnya menentukan jurusan di SMA. Zati Azmiana, Faigiziduhu Bu'ulolo, dan partano siagian (2013) staf pengajar Universitas Sumatera Utara. Melakukan penelitian dengan judul "Penggunaan Sistem Inferensi Fuzzy untuk Penentuan Jurusan di SMA Negeri 1 Bireuen" data yang digunakan adalah data sekunder nilai siswa kelas X SMA Negeri 1 Bireuen. Hasil dari penelitian ini menerangkan bahwa metode mamdani dapat digunakan untuk menentukan jurusan di SMA Binereun berdasarkan nilai yang diperoleh siswa, dan penelitian ini menghasilkan sebuah sistem online dan bersifat fuzzy dinamis yang dapat membantu guru dalam menentukan jurusan siswa di SMA Bireuen.

Penelitian lain tentang klasifikasi kelompok belajar sebelumnya dilakukan oleh Ernawati, Budiman, dan Puspita Nigrum (2014) staf pengajar Teknik Informatika Universitas Bengkulu. Penelitian ini berjudul "Komparasi Algoritma *Fuzzy C-Means* dan *Algoritma K-Nearest Neighbor* dalam Pengelompokan Rombongan Belajar Siswa Baru (Studi Kasus: Siswa baru Madrasah Aliyah Negeri

01 Kota Bengkulu) penelitian ini menyelesaikan pembian kelas siswa baru secara objektif terbukti dengan tidak adanya perbedaan yang mencolok antar rombel pada komposisi jumlah siswa. Namun penelitian ini tidak menggunakan *fuzzy mamdani* tetapi menggunakan *Fuzzy C-means* dan *K-Nearest-Neighbor*. Hasil penelitian tersebut menjelaskan bahwa nilai yang diperoleh oleh siswa bisa dijadikan acuan dalam menentukan kelompok rombongan belajar.