

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Hakekat Pembelajaran Matematika

Menurut Abdurrahman (2009:279): "Matematika adalah bahasa simbolis untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan, yang memudahkan manusia berfikir dalam memecahkan masalah kehidupan sehari-hari". Sedangkan menurut Soedjadi (Suharjo, 2013: 1-2), Matematika adalah:

- a. Cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
- b. Pengertian tentang bilangan dan kalkulasi.
- c. Pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
- d. Pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- e. Pengetahuan tentang struktur yang logis.
- f. Pengetahuan tentang aturan yang ketat.

Suharjo (2013:2) mengungkapkan bahwa: "matematika merupakan suatu cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis dalam suatu sistem dengan struktur yang logis disertai dengan aturan yang ketat mengenal fakta kuantitatif serta permasalahan ruang dan bentuk beserta kalkulasinya".

Menurut Cockroft (Uno, 2009) mengemukakan tentang mengapa matematika diajarkan. Hal ini disebabkan matematika sangat dibutuhkan dan berguna dalam kehidupan sehari-hari, bagi sains, perdagangan dan industri, sedangkan arena matematika itu menyediakan suatu daya, alat komunikasi yang singkat dan tidak ambigu serta berfungsi sebagai alat untuk mendiskripsikan dan memprediksi.

Dari beberapa pandangan dan pengertian di atas, dapat disimpulkan bahwa matematika adalah sebagai suatu bidang ilmu yang merupakan alat pikir, komunikasi, alat untuk memecahkan berbagai persoalan praktis, yang unsur-unsurnya logika dan intuisi, analisis dan konstruksi, generalitas dan

individualitas, dan mempunyai cabang-cabang antara lain aritmetika, aljabar, geometri, dan analisis. Namun beberapa ungkapan mengenai pengertian matematika tidak ada definisi matematika yang tepat karena yang disepakati oleh para ahli sehingga matematika diinterpretasikan sebagai berikut :

1. Matematika sebagai ilmu Deduktif

Matematika merupakan buah pikiran manusia yang keberadaannya bersifat umum (deduktif) kebenarannya tidak tergantung pada metode ilmiah yang mengandung proses induktif. Kebenaran dalam matematika bersifat koherensi yaitu kebenaran yang didasarkan pada kebenaran-kebenaran sebelumnya (Soejadi 1998/1999).

Hal ini dapat digunakan ketika membuktikan suatu formula atau rumus dengan menggunakan definisi, aksioma, maupun teorema yang tentunya telah dibuktikan kebenarannya sebelumnya. Dalam matematika tidak bisa membuktikan dengan menggunakan beberapa contoh yang mendukung tetapi harus dibuktikan secara umum, sehingga berlaku untuk situasi apapun.

2. Matematika sebagai Ratu atau Pelayan Ilmu

Matematika sebagai Ratu atau Pelayan Ilmu merupakan ungkapan dari seseorang ahli matematika. Sebagai ratu, perkembangan matematika tidak tergantung pada ilmu-ilmu lain, sedangkan sebagai pelayan, matematika adalah ilmu yang mendasari dan melayani berbagai ilmu pengetahuan (Hudojo, 1979).

Tumbuh berkembangnya matematika tidak bergantung pada ilmu lain tetapi yang terjadi adalah sebaliknya. Banyak ilmu lain berkembang tergantung pada matematika. Misalnya, ilmu ekonomi mengenai permintaan dan penawaran yang dikembangkan menggunakan kalkulus dan logika yang merupakan salah satu cabang matematika, ilmu biologi mengenai hukum Mendel yang dikembangkan menggunakan teori probabilitas, ilmu kimia dalam menghitung tingkat keasaman suatu senyawa (pH) menggunakan logaritma yaitu salah satu konsep matematika, ilmu fisika persamaan Snellius menggunakan trigonometri dan sebagainya.

3. Matematika sebagai ilmu terstruktur

Konsep-konsep matematika tersusun secara hierakis, terstruktur, logis dan sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep yang kompleks. Jadi dalam matematika, setiap konsep saling berkesinambungan artinya setiap konsep dalam matematika dibutuhkan untuk memahami konsep berikutnya. Misalnya untuk mempelajari persamaan, sebelumnya harus sudah mempelajari kalimat matematika, operasi hitung bilangan dan tentunya harus mempelajari tentang bilangan.

Lepas dari berbagai pendapat yang berbeda mengenai pengertian matematika yang telah dijelaskan di atas, tetap dapat ditarik ciri-ciri atau karakteristik yang sama. Menurut Soedjadi (Suharjo, 2013: 3), karakteristik matematika adalah memiliki objek abstrak, bertumpu pada kesepakatan, berpola pikir deduktif, memiliki simbol yang kosong arti, memperhatikan semesta pembicaraan, dan konsisten dalam sistemnya.

Selain itu, dalam kajian pustaka juga terdapat beberapa pengertian dari pembelajaran. Menurut Dimiyati dan Mudjiono (2013:157) mengatakan bahwa: “Pembelajaran adalah proses yang diselenggarakan oleh guru untuk membelajarkan peserta didik dalam bagaimana memperoleh dan memproses pengetahuan, keterampilan dan sikap”.

Menurut Mulyasa (2006: 117) pembelajaran adalah aktualisasi kurikulum yang menuntut keaktifan guru dalam menciptakan dan menumbuhkan kegiatan peserta didik sesuai dengan rencana yang telah diprogramkan.

Menurut Jogiyanto (2006: 12) pembelajaran adalah:

Suatu proses kegiatan yang terjadi ketika seseorang berubah karena suatu kejadian dan perubahan yang terjadi bukan karena perubahan secara alami atau karena menjadi dewasa yang dapat terjadi dengan sendirinya atau karena perubahannya sementara saja, tetapi lebih karena reaksi dari situasi yang dihadapi.

Pembelajaran yang dimaksud dalam penelitian ini adalah proses yang sengaja dirancang dengan tujuan untuk menciptakan suasana yang

memungkinkan bagi peserta didik untuk belajar dan terjadi interaksi antara guru dengan peserta didik sehingga terjadi perubahan tingkah laku sesuai dengan pengalaman yang didapatkan oleh peserta didik.

Pembelajaran matematika dalam penelitian ini adalah pembelajaran yang mengoptimalkan keberadaan dan peran peserta didik sebagai pembelajar dan guru sebagai fasilitator, sehingga peserta didik dapat memahami prinsip matematika secara menyeluruh dan mampu memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari, khususnya yang berkaitan dengan matematika. Atau singkatnya yaitu suatu proses baik berupa latihan maupun pengalaman suatu individu yang melibatkan guru sebagai upaya untuk membantu peserta didik dalam memahami konsep matematika secara menyeluruh.

2.2 Nilai-Nilai Matematika (*Mathematical Values*)

2.2.1 Pengertian Nilai-nilai Matematika (*Mathematical values*)

Sebelum membahas tentang pengertian dari *mathematical values*, terlebih dahulu akan dijelaskan pengertian *value* atau nilai itu sendiri. Nilai merupakan seluruh potensi kesadaran manusia dan merupakan suatu kajian menarik terkait dengan kehidupan. Beberapa pendapat tentang pengertian nilai dikemukakan oleh para ahli. Menurut Brubacher (Syam, 1986: 132) , pengertian *value* itu adalah tak terbatas, sangat erat dengan pengertian-pengertian dan aktivitas manusia yang kompleks. Ia melukiskan sebagai berikut :

A moments's reflection will reveal that this infinitive means both to value and to evaluated. The same difference appears in to price and to appraise, to esteem and to estimate.

Pikiran sepintas akan mengerti bahwa pengertian yang tak terbatas daripada nilai meliputi kedua istilah nilai dan penilaian. Perbedaan yang sama akan nampak pula dalam istilah atau pengertian harga dan penghargaan, antara kata *esteem* dan *estimate* (menghormati dan memperkirakan).

Menurut Encyclopedi Britannica (Syam, 1986: 133) menuliskan :

value is a determination or quality of an object which involves any sort of appreciation or interest.

Nilai itu adalah suatu penetapan atau suatu kualitas sesuatu obyek yang menyangkut suatu jenis apresiasi atau minat.

Di bagian selanjutnya, ensiklopedi tersebut menuliskan tentang nilai sebagai berikut :

value exist in the sense that they are operative and effective in and on human minds and in human action, and find embodiment in the objective institutions of society. They are real in the sense that they are valid, that is they claim to be true ideals as opposed to false ideals or fictions.

Nilai itu sungguh-sungguh ada dalam arti bahwa ia praktis dan efektif di dalam jiwa dan tindakan manusia dan melembaga secara obyektif di dalam masyarakat. Nilai-nilai itu sesungguhnya suatu realita dalam arti bahwa ia valid sebagai suatu cita-cita yang benar yang berlawanan dengan cita-cita yang palsu atau bersifat khayal.

Fraenkel (1977) sebagaimana dikutip oleh Swadener dan Soedjadi (1988) mendefinisikan nilai sebagai berikut :

A value is an idea- a concept- about what someone thinks is important in life”.

“values are ideas about the worth of thinking, they are concepts, abstractions.

Fronzizi (2001) menambahkan bahwa nilai merupakan sifat, kualitas yang dimiliki oleh suatu obyek yang dikatakan baik. Jadi, nilai dapat dipandang sebagai suatu konsep tentang segala sesuatu yang penting dalam kehidupan dan juga merupakan suatu gagasan tentang manfaat dari pemikiran. Sehingga nilai berada dalam diri sanubari setiap manusia yang berisikan ide-ide, gagasan tentang manfaat dari pemikiran yang penting dalam kehidupannya. Sedangkan Sanjaya (2008) mengungkapkan bahwa:

Nilai (*Value*), yaitu norma-norma yang dianggap baik oleh setiap individu. Nilai inilah yang selanjutnya akan menuntun setiap individu dalam melaksanakan tugas-tugasnya. Misalnya nilai kejujuran, nilai kesederhanaan, nilai keterbukaan, dan lain sebagainya.

Menurut Hartman (Marsigit, 2011), nilai adalah fenomena atau konsep, dimana nilai sesuatu ditentukan oleh sejauh mana

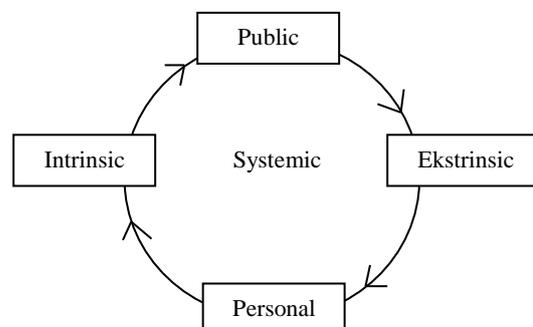
fenomena atau konsep itu sampai kepada makna atau arti. Menurutnya, nilai matematika paling sedikit memuat empat dimensi: matematika mempunyai nilai karena maknanya, matematika mempunyai nilai karena keunikannya, matematika mempunyai nilai karena tujuannya, dan matematika mempunyai nilai karena fungsinya. Tiap-tiap dimensi nilai matematika tersebut selalu terkait dengan sifat nilai yang bersifat intrinsik, ekstrinsik atau sistemik. Jika seseorang menguasai matematika hanya untuk dirinya maka pengetahuan matematikanya bersifat intrinsik; jika dia bisa menerapkan matematika untuk kehidupan sehari-hari maka pengetahuan matematika bersifat ekstrinsik; dan jika dia dapat mengembangkan matematika dalam kancah pergaulan masyarakat matematika maka pengetahuan matematikanya bersifat sistemik. Selanjutnya, dapat digambarkan hirarkhi nilai matematika seseorang sebagai berikut:

Jika S adalah nilai matematika yang bersifat sistemik maka tentu akan memuat nilai matematika yang bersifat ekstrinsik (E) maka S memuat E , atau dapat ditulis secara matematis $S \supset E$.

Setiap nilai ekstrinsik matematika pastilah didukung oleh nilai intrinsiknya (I), jadi nilai ekstrinsik memuat nilai intrinsik, dan dapat ditulis secara matematis sebagai $E \supset I$.

Akhirnya hubungan antara ketiga nilai dapat digambarkan sebagai: $S \supset E \supset I$, artinya, S memuat E memuat I .

Hubungan antara nilai *intrinsik*, *ekstrinsik* dan *sistemik* dapat diadaptasi dari diagram yang dibuat oleh Ernest, P. (1991) seperti tampak sebagai berikut :



Gambar 2.1 Nilai atau *value* matematika

Berdasarkan beberapa pendapat di atas, yang dimaksud nilai dalam penelitian ini yaitu suatu konsep yang berisikan ide-ide, gagasan tentang manfaat dari pemikiran yang penting dalam kehidupan. Nilai juga merupakan pemikiran yang berharga sebagai standart perbuatan dan sikap hidup seseorang maupun orang lain.

Pembelajaran matematika di sekolah tidak hanya dimaksudkan untuk mencapai tujuan pendidikan matematika yang bersifat material, yaitu untuk membekali peserta didik agar menguasai matematika dan menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari. Namun lebih dari itu, pembelajaran matematika juga dimaksudkan untuk mencapai tujuan pendidikan matematika yang bersifat formal, yaitu untuk menata nalar peserta didik dan membentuk kepribadiannya.

Secara material, maka obyek matematika dapat berupa benda-benda kongkrit, gambar atau model kubus, berwarna-warni lambang bilangan besar atau kecil, kolam berbentuk persegi, atau atap rumah berbentuk limas, piramida-piramida di Mesir, roda berbentuk lingkaran dan seterusnya. Maka secara material, obyek matematika itu berada di lingkungan sekitar. Sedangkan secara formal, obyek matematika pendekatan aksiologis mempelajari secara filosofis hakekat nilai atau *values* dari matematika.

Interaksi sosial diantara para matematikawan dapat memberikan kesempatan untuk memproduksi tesis dan anti-tesis konsep matematika berupa benda-benda pikir yang diperoleh dari benda kongkrit dengan melakukan “abstraksi” dan “idealisisasi”. Abstraksi adalah kegiatan di mana hanya mengambil sifat-sifat tertentu saja untuk dipikirkan atau dipelajari. Idealisisasi adalah kegiatan menganggap sempurna sifat-sifat yang ada. Dari model kubus yang terbuat dari kayu jati, maka dengan abstraksi kita hanya mempelajari tentang bentuk dan ukuran saja. Dengan idealisisasi maka kita memperoleh bahwa ruas-ruas kubus berupa garis lurus yang betul-betul lurus tanpa cacat. Secara normatif, maka obyek-obyek

matematika berupa makna yang terkandung di dalam obyek-obyek material dan formalnya. Makna-makna yang terungkap dari matematika secara material dan formal itulah kemudian akan menghasilkan “values” atau nilai dalam matematika.

Bishop (2000), menuliskan tentang pengertian *values in mathematics education* sebagai berikut :

values in mathematics education is the deep affective qualities which education fosters through the school subject of mathematics.

Nilai-nilai dalam pendidikan matematika merupakan komponen penting dalam pembelajaran matematika di kelas.

Di bagian lain juga dituliskan pengertian tentang *mathematical values* sebagai berikut :

Mathematical values are the values that reflect the nature of mathematical knowledge. They are produced by mathematicians who have grown up in different cultures. (Bishop et al., 1999).

Nilai-nilai matematika adalah nilai-nilai yang mencerminkan sifat pengetahuan matematika. Nilai-nilai ini diproduksi oleh matematikawan yang tumbuh dalam budaya yang berbeda.

Berdasarkan penjelasan di atas, yang dimaksud nilai pendidikan matematika (*educational mathematics values*) ialah makna-makna yang terungkap dari matematika itu sendiri baik secara material maupun secara formal. Dalam hal ini nilai pendidikan dalam matematika terdiri atas nilai material dan nilai formal. Nilai material lebih menekankan pada penerapan matematika dalam proses pembelajaran. Sedangkan nilai formal dalam penelitian ini menekankan pada apa yang kita peroleh dalam pembelajaran matematika bagi kehidupan kita sehari-hari, sehingga yang dibutuhkan penalaran peserta didik serta pembentukan pribadinya.

Selanjutnya, yang dimaksud nilai-nilai matematika (*mathematical values*) dalam penelitian ini adalah nilai-nilai yang mencerminkan sifat pengetahuan matematika itu sendiri yang terdiri dari 3 kategori diantaranya berdasarkan ideologi terdiri atas nilai

rasional dan nilai obyektif, berdasarkan sentimental terdiri atas nilai kontrol dan nilai kemajuan, dan berdasarkan sosiologi terdiri atas nilai keterbukaan dan nilai misteri.

2.2.2 Nilai-nilai dalam Matematika (*Mathematical values*) dan Pendidikan Matematika (*Educational Mathematics values*)

Matematika mengandung nilai-nilai yang berlaku dalam masyarakat yang dapat diimplementasikan dalam kehidupan sehari-hari. Ada beberapa para ahli mengungkapkan pendapat tentang nilai-nilai yang terkandung dalam matematika. Menurut Soeprianto (2009), nilai-nilai yang terkandung dalam matematika ada 6, antara lain nilai praktis dan nilai guna, nilai kedisiplinan, nilai budaya, nilai hiburan/rekreasi, nilai keindahan, dan nilai demokrasi.

1. Nilai Praktis dan Nilai Guna

Telah dijelaskan di atas bahwa matematika adalah ratu atau pelayan ilmu. Matematika adalah ilmu yang dibutuhkan oleh ilmu lain dalam perkembangannya, hal ini menunjukkan bahwa matematika memiliki nilai guna. Misalnya, seorang pedagang menggunakan cabang ilmu matematika yang paling tenar yaitu aritmatika dalam menghitung keuntungan (laba), pelaksanaan akuntansi terhadap perusahaan atau industri membutuhkan matematika, seorang arsitektur menggunakan kalkulus dan cabang ilmu matematika lainnya dalam menjelaskan pekerjaannya.

2. Nilai Kedisiplinan

Matematika adalah ilmu yang paling eksak, benar dan senantiasa menuju sasaran sehingga matematika dapat menumbuhkan disiplin (Soejadi 1998/ 1999). Dalam matematika peserta didik harus mempunyai alasan atau argument yang tepat dan akurat dan harus didasarkan pada ketentuan-ketentuan yang telah ditetapkan sebelumnya. Sehingga peserta didik harus menaati aturan ataupun ketentuan-ketentuan yang berlaku dalam matematika dan hal ini menumbuhkan sikap disiplin pada peserta didik.

3. Nilai Budaya

Matematika adalah hasil budaya manusia sejalan dengan perkembangan dan kemajuan jaman. Budaya merefleksikan bagaimana mereka hidup, bertingkah laku, berpakaian, makan, minum, membesarkan anak dan menjaga hubungannya sosialnya (Soeprianto, 2007). Seperti dijelaskan sebelumnya matematika merupakan cara berpikir manusia yang menggunakan logika. Hal ini berarti matematika hidup di dalam kehidupan manusia serta mempengaruhi tingkah lakunya. Hal ini berarti pula bahwa matematika memiliki nilai budaya.

4. Nilai Hiburan/ Rekreasi

Matematika merupakan salah satu penghibur yang ampuh. Banyak permainan yang menggunakan konsep matematika, antara lain: puzzle, teka-teki, ataupun video game yang kini sangat digemari anak-anak. Semua permainan ini menggunakan matematika. Rekreasi atau hiburan yang diberikan matematika adalah melatih kecerdasan seseorang, bahkan matematika sering membawa kedua fantasi dan imajinasi hingga mampu membentuk gedung ajaib yang sisi luarnya juga merupakan sisi dalamnya (disebut Moebius Strip, dalam ilmu pengetahuan populer).

5. Nilai Keindahan

Bertrand Russel dalam bukunya *Principles of Mathematics* mengatakan bahwa keindahan bukan hanya milik patung, lukisan, ataupun musik. Tetapi dibalik itu semua matematika memiliki keindahan yang jauh lebih indah dari itu.

Matematika dikatakan memiliki nilai keindahan tentunya bukan tanpa alasan, tetapi memang memiliki alasan yang kuat yaitu karena apa yang ada pada matematika sesuai dengan pengertian keindahan. Terdapat beberapa pengertian keindahan yaitu : sesuatu itu indah kalau sesuai dengan tujuan atau fungsi atau kegunaannya (Socrates), sesuatu yang structural (Schopenhauer), dan nilai-nilai yang menyenangkan mata, pikiran dan telinga (Kamus Oxford).

Jadi, matematika memiliki nilai keindahan adalah hal yang sangat masuk akal karena sesuai dengan makna dari keindahan itu sendiri.

6. Nilai Demokrasi

Matematika selalu berpedoman pada Definisi, Aksioma dan Teorema yang setiap melangkah untuk membuktikan suatu pernyataan yang baru selalu berpedoman pada ketiga hal tersebut. Dalam pembuatan pedoman tersebut pasti dilakukan secara demokrasi sehingga semua orang akan patuh pada pedomannya dan pedoman tersebut harus ditaati dalam mengerjakan matematika. Dari pernyataan di atas menunjukkan bahwa matematika juga memiliki nilai demokrasi.

Menurut Seah dan Bishop sebagaimana dikutip oleh Dede (2006) nilai dalam pendidikan matematika dikelompokkan dalam dua kelompok, yaitu nilai dalam matematika itu sendiri dan nilai pendidikan matematika. Secara umum nilai-nilai dalam pelajaran matematika dapat ditunjukkan dalam table berikut ini :

Tabel 2.1 Nilai dalam Pendidikan Matematika
(*Value in Mathematics Education*)

General meaning of "value":	Mathematical values	Mathematics Educational values
To value : <ul style="list-style-type: none"> • To command • To praise • To heed • To regard A value is : <ul style="list-style-type: none"> • A standart • A thing regarded to have worth • A principle by which we live • A standart by which we judge what importand something we aim for qualities to which we conform. 	<ul style="list-style-type: none"> • Rationalism • Objectivism • Control • Progress • Mystery • Openness 	<ul style="list-style-type: none"> • Accuracy • Clarity • Conjecturing • Consistency • Creativity • Effective organization • Efficient working • Enjoyment • Flexibility • Open mindedness • Persistence • Systematics working

Sumber : Seah et al., (2001)

Sedangkan menurut Bishop (1988) sebagaimana dikutip oleh Dede (2006), nilai dalam matematika itu sendiri (*mathematical values*) dalam budaya Barat diklasifikasikan menjadi 3 kategori, diantaranya berdasarkan ideologi ada nilai rasional dan nilai obyektif, berdasarkan sentimental ada nilai kontrol dan nilai kemajuan, dan berdasarkan sosiologis ada nilai keterbukaan - nilai misteri.

1. Berdasarkan ideologi

a. Nilai Rasional (*Rationalism*)

Nilai rasional menunjukkan bahwa matematika memiliki ide-ide yang tergantung pada teori, logika dan hipotesis (Bishop et al, 2000). Selain itu, nilai rasional juga menunjukkan pemikiran logis, pertimbangan deduktif yang mana menyangkut tentang kebenaran dari hasil dan penjelasan.

Nilai rasional yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada alasan, penalaran hipotesis, berpikir logis, penjelasan, abstraksi, dan teori.

Misalnya, ada suatu bangun datar disebut dengan persegi. Ada alasan dan penjelasan mengapa bangun tersebut dikatakan persegi. Alasannya karena bangun datar tersebut mempunyai empat buah rusuk yang sama panjang dan empat buah sudut yang masing-masing membentuk sudut siku-siku.

b. Nilai Obyektif (*Objectivism*)

Nilai obyektif ini dapat ditunjukkan melalui simbol-simbol atau gambar obyek yang merupakan instrumen untuk memahami matematika yang bersifat abstrak menjadi sesuatu yang bersifat konkret (Seah & Bishop, 2000). Pada awalnya masalah matematika merupakan suatu pernyataan yang abstrak, kemudian diadaptasikan menjadi obyek atau simbol matematika sehingga masalah matematika tersebut akan lebih mudah diselesaikan.

Nilai obyektif yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada hal yang menjadi obyek, hal konkrit, penyimbolan, pemikiran analogis dan pengaplikasian gagasan matematika.

Misalnya, ada gagasan matematika yang menyatakan bahwa panjang alas suatu segitiga sama dengan dua kali panjang tingginya. Untuk mempermudah memahami pernyataan tersebut maka dapat dilakukan penyimbolan sebagai berikut: misal, alas segitiga = a dan tinggi segitiga = t , maka $a = 2t$.

2. Berdasarkan sentimental

a. Nilai Kontrol

Nilai kontrol menunjukkan bahwa matematika diterapkan tidak hanya pada fenomena atau konsep pada matematika itu sendiri, tetapi juga pada masalah maupun solusi dalam bidang sosial (Seah & Bishop, 2000).

Nilai kontrol yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada daya matematika dan ilmu pengetahuan matematika untuk melewati kekuasaan peraturan, fakta, prosedur, dan kriteria yang telah ditetapkan.

Misalnya, konsep matematika Teorema Pythagoras dalam penyelesaian masalah digunakan untuk menentukan konsep-konsep matematika lain seperti dalam menentukan tinggi segitiga siku-siku atau menentukan panjang diagonal dari persegi ataupun persegi panjang. Hal ini menunjukkan bahwa konsep matematika tertentu, digunakan untuk mencari jalan penyelesaian dalam suatu permasalahan matematika.

b. Nilai Kemajuan

Nilai kemajuan ini melibatkan pengetahuan matematika yang bersifat dinamis dan juga melibatkan proses memperoleh alternatif tertentu dalam penyelesaian masalah, generalisasi dan juga pengembangan serta membentuk alternatif yang

mudah dalam menyelesaikan masalah matematika (Bishop, 1988; Zakaria, 2013). Kreativitas seorang guru atau peserta didik dalam menyelesaikan masalah matematika menunjukkan ciri nilai kemajuan.

Nilai kemajuan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada bagaimana matematika dan ilmu pengetahuan tumbuh dan berkembang baik lewat teori alternatif, perkembangan metode baru maupun pertanyaan mengenai keberadaan suatu gagasan. Misalnya, ilmu matematika digunakan oleh ilmu-ilmu pengetahuan lain seiring dengan perkembangan jaman, seperti ilmu perbintangan, fisika, biologi, kimia, ekonomi dan lain sebagainya. Sebagai contoh, konsep kalkulus sangat dibutuhkan di dalam dunia fisika karena berkaitan dengan gerak benda.

3. Berdasarkan sosiologi

a. Nilai Keterbukaan

Nilai keterbukaan ini membahas dan menganalisis tentang teorema matematika, ide-ide, hasil argumentasi. Melalui keterbukaan ini akan membawa kita untuk mencapai kebenaran dan mencari teorema baru (Seah & Bishop, 2000). Nilai keterbukaan dapat ditunjukkan ketika ada perbincangan dalam menyelesaikan masalah matematika di kelas yang dilakukan oleh peserta didik dengan peserta didik ataupun peserta didik dengan guru yang bersangkutan.

Nilai keterbukaan yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada demokratisasi pengetahuan baik melalui demonstrasi, pembuktian maupun penjelasan secara individu.

Misalnya, ada dua cara dalam menentukan FPB suatu bilangan, diantaranya dengan menggunakan faktor bilangan dan faktorisasi prima. Pernyataan ini menunjukkan bahwa

matematika memiliki nilai keterbukaan artinya memberikan kebebasan individu untuk memilih cara yang akan digunakan dalam penyelesaian masalah. Selain itu, ada 3 pendapat yang mengungkapkan tentang cara pembuktian Theorema Phytagoras. Ini membuktikan bahwa matematika memiliki nilai keterbukaan.

b. Nilai Misteri

Nilai misteri menunjukkan hubungan matematika itu sendiri, pola dan kejutan dalam matematika. Bishop (1988) yang dikutip oleh Dede (2006), mengatakan bahwa matematika ini kurang dipahami, penuh misteri dan tidak mempunyai asal usul yang jelas. Oleh karena itu, pengetahuan matematika perlu mempunyai pembuktian tertentu dalam mendapatkan satu formula yang tepat dan dapat digunakan dalam penyelesaian masalah matematika. Hal ini menunjukkan bahwa pengetahuan matematika adalah misteri serta perlu ditelusuri.

Nilai misteri yang dimaksud dalam penelitian ini adalah nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada keraguan, kekaguman, dan kerahasiaan gagasan matematika.

Misalnya, panjang sisi dari setiap segitiga siku-siku membentuk triple phytagoras sebagai berikut: 3, 4, 5 atau 6, 8, 10 atau 5, 12, 13. Mengapa selalu demikian? Panjang sisi-sisi tersebut selalu kelipatan 60, ketika masing-masing dari ketiga panjang sisi tersebut dikalikan. Selain itu, nilai π selalu 3, 14 atau $\frac{22}{7}$, hal ini merupakan salah satu contoh nilai misteri yang perlu dibuktikan. Nilai π tersebut selalu diperoleh dari hasil pembagian antara keliling lingkaran dengan diameternya.

Nilai-nilai matematika tersebut dalam penelitian ini dirangkum dan ditunjukkan dalam bentuk tabel yang diadopsi oleh peneliti dari Bishop (1988) sebagai berikut :

Table 2.2 Nilai-nilai Matematika (*Mathematical values*)

No	Kategori	<i>Mathematical Values</i>	Rincian
1.	Ideologi	Nilai Rasional	Alasan, penalaran hipotesis, berpikir logis, penjelasan, abstraksi, teori.
		Nilai Obyektif	Atomisme, material, determinisme, pemikiran analogis, obyektif, melambangkan/ simbolis.
2.	Sentimental	Nilai Kontrol	Prediksi, pengetahuan, keamanan, penguasaan atas lingkungan, aturan, kekuasaan.
		Nilai Kemajuan	Pertumbuhan, perkembangan kumulatif pengetahuan, generalisasi, pertanyaan, alternatif.
3.	Sosiologi	Nilai Keterbukaan	Fakta, artikulasi, demonstrasi, pembuktian, universalitas, kebebasan individu, berbagi.
		Nilai Misteri	Abstrak, tidak jelas asalnya, pengetahuan manusiawi, heran atau terkejut, mistik.

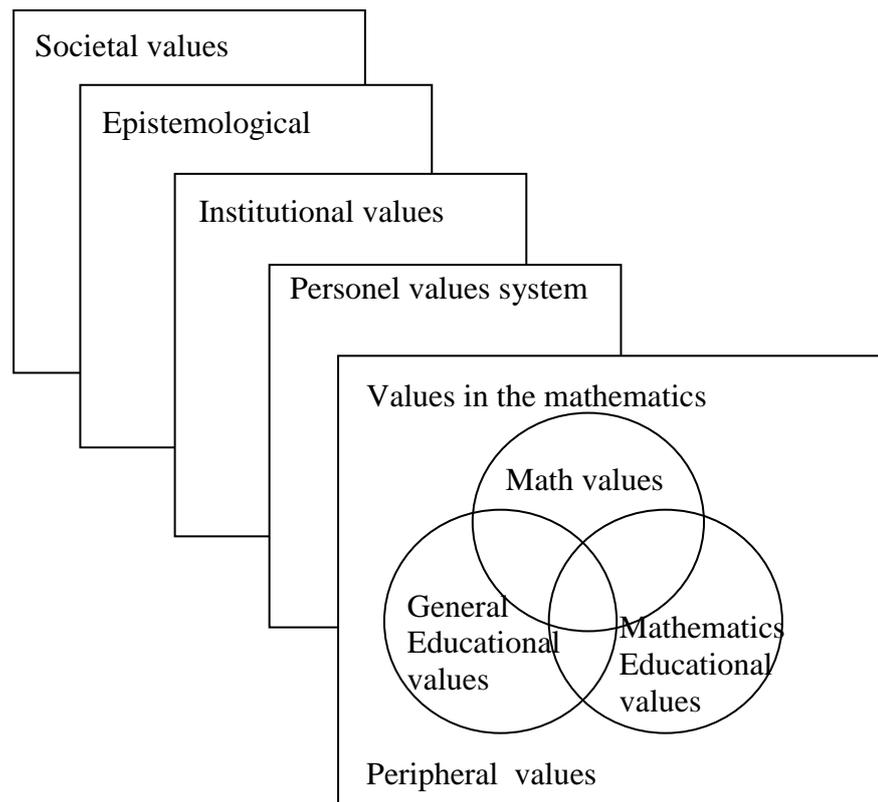
Sumber : Bishop, (1988)

Seah dan Bishop (2000) juga mengemukakan bahwa nilai dalam pendidikan matematika meliputi :

Accuracy, Clarity, Conjecturing, Consistency, Creativity, Effective, Organization, Efficient working, Enjoyment, Flexibility, Open mindedness, Persistence, and Systematics working.

Berdasarkan kutipan tersebut Seah dan Bishop menunjukkan bahwa pendidikan matematika dapat menanamkan nilai-nilai keakuratan, kejelasan, kemampuan menduga, konsistensi, kreativitas, organisasi yang efektif, kerja sama yang efisien, kesenangan, fleksibilitas, keterbukaan pemikiran, ketekunan dan kerjasama yang sistematis.

Menurut Seah dan Bishop (2000), nilai yang terkandung dalam mata pelajaran matematika mempunyai hubungan yang saling terkait dan saling melengkapi dengan nilai perseorangan, lembaga dan masyarakat yang dapat ditunjukkan pada bagan berikut ini :



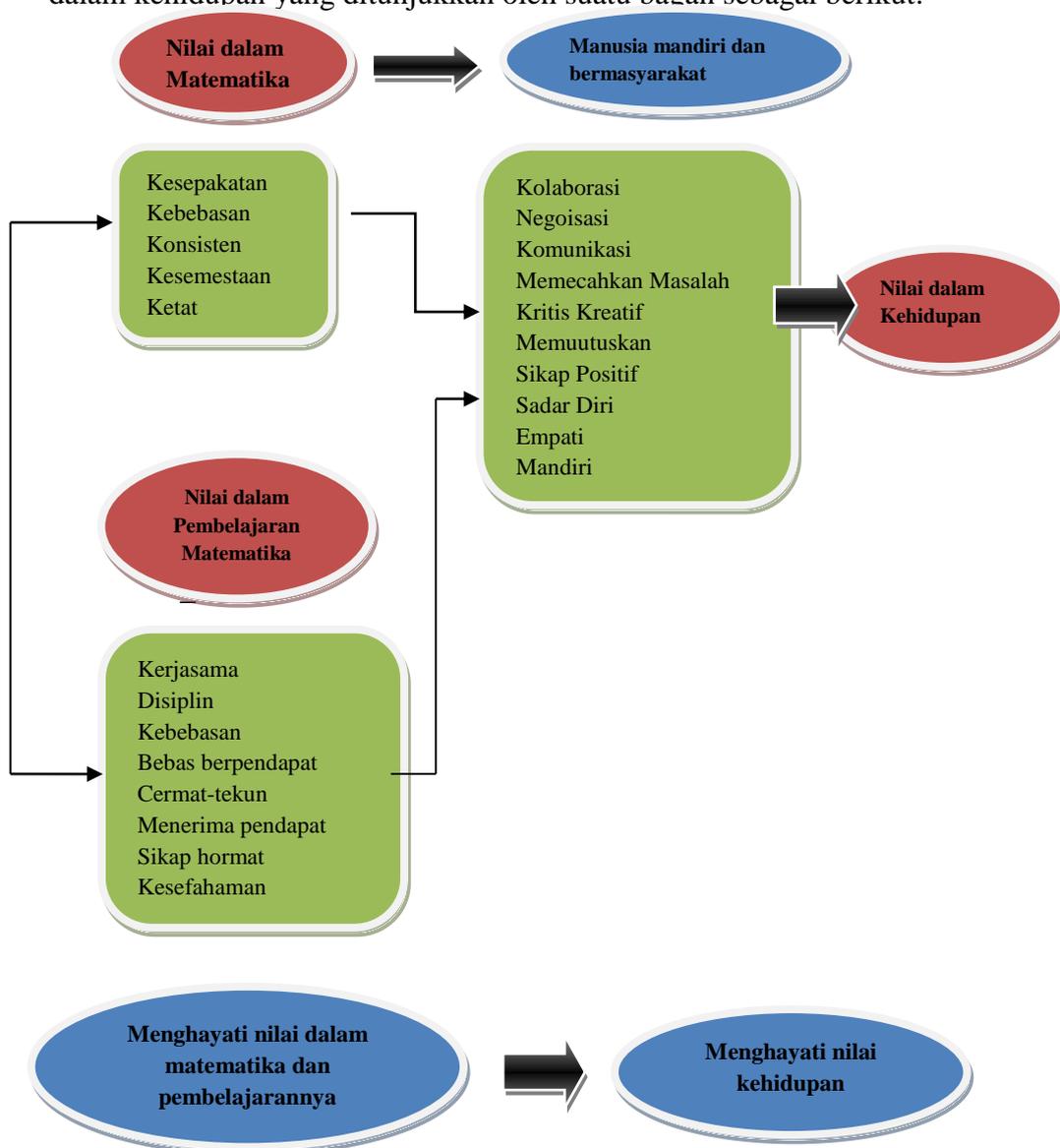
Gambar 2.2 Hubungan antar nilai

Berdasarkan gambar 2.2, dapat dilihat bahwa terdapat hubungan terutama nilai-nilai yang ada di dalam kelas matematika, yaitu hubungan antara nilai-nilai matematika (*Mathematical values*), nilai pendidikan matematika (*Mathematics Educational values*) dan nilai pendidikan umum (*General Educational values*). Sebagai contoh nilai kemajuan dan nilai kreativitas. Nilai kemajuan ini tidak akan bisa berkembang tanpa adanya nilai kreativitas, demikian sebaliknya. Jadi dapat disimpulkan bahwa kedua nilai ini yaitu nilai kemajuan yang termasuk ke dalam kategori nilai matematika dan nilai kreativitas yang termasuk kategori nilai pendidikan matematika dan nilai pendidikan umum ini, keduanya mempunyai hubungan yang sangat erat, demikian juga dengan nilai-nilai yang lain.

Hubungan saling keterkaitan dan saling melengkapi antara nilai-nilai yang terdapat pada gambar di atas, menunjukkan bahwa dalam pembelajaran matematika ini terdapat nilai-nilai yang harus diintegrasikan dengan tujuan untuk menjadikan pelajaran matematika

lebih bermakna bagi peserta didik yaitu dapat membentuk nalar dan budi pekerti yang tinggi.

Sedangkan Soedjadi (2007) menampilkan keterkaitan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajaran matematika dengan nilai dalam kehidupan yang ditunjukkan oleh suatu bagan sebagai berikut:



Gambar 2.3 Keterkaitan nilai-nilai dalam matematika dan pembelajaran matematika dengan nilai dalam kehidupan

Berdasarkan bagan yang dibuat oleh Soedjadi, tampak bahwa nilai matematika dan pembelajaran matematika terkait dengan nilai dalam kehidupan. Sehingga nilai-nilai dalam matematika dan pembelajaran matematika tersebut dapat menjadi bagian nilai

kehidupan secara umum. Dengan demikian matematika dan pendidikan matematika juga terkait erat dengan pembelajaran nilai dalam kehidupan secara umum. Secara keseluruhan, nilai dalam matematika dan pendidikan matematika merupakan nilai-nilai yang sangat penting dalam kehidupan.

2.2.3 Proses Pengajaran Nilai-nilai Matematika (*Mathematical values*) dalam Mata Pelajaran Matematika

Menurut Bishop (2000), masih sedikit guru yang mengetahui bagaimana pengaruh pembelajaran yang telah dilaksanakan dan bagaimana merancang pembelajaran matematika sehingga dapat mengembangkan nilai-nilai matematika pada peserta didik. Bahkan pada umumnya guru kurang mengetahui adanya nilai-nilai matematika. Nilai-nilai dalam pendidikan matematika merupakan komponen penting dalam pembelajaran matematika di kelas. Nilai-nilai itu dapat dibelajarkan kepada peserta didik baik secara implisit maupun eksplisit dalam pembelajaran matematika di kelas.

Pengajaran nilai-nilai pendidikan matematika dapat menunjukkan perbedaan menurut negara, kota, jenis sekolah dan tingkatan kelas. Sebagai contoh: pilihan strategi pemecahan masalah dapat menunjukkan perbedaan sesuai dengan lingkungannya.

Proses pengajaran nilai-nilai matematika ini dapat dilakukan oleh seorang guru dengan merefleksikan gaya mengajar secara baik dan fleksibel. Nilai-nilai matematik (*Mathematical values*) harus diintegrasikan pada mata pelajaran matematika karena mengingat bahwa tidak sedikit guru yang mengetahui akan nilai-nilai yang terkandung dalam matematika. Seorang guru dapat memanfaatkan *Mathematical values* jika guru yang bersangkutan menguasai cara-cara sebagai berikut : mengorganisasikan kelas, memanfaatkan sumber ajar, pencapaian tujuan pengajaran sesuai kemampuan peserta didik, pengembangan sistem evaluasi, penanganan perbedaan individual, dan mewujudkan suatu gaya mengajar tertentu sesuai dengan kebutuhan.

Proses pengajaran atau penanaman nilai-nilai matematika kepada peserta didik dalam pembelajaran matematika ini seorang guru memerlukan desain pembelajaran yang efektif agar proses pembelajaran berlangsung secara kondusif dan terkontrol dengan baik. Salah satu model desain pembelajaran yang sangat terkenal adalah Dick dan Carey (1985) sebagaimana dikemukakan oleh Wina Sanjaya (2008), yaitu dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. mengidentifikasi tujuan umum pembelajaran
- b. melaksanakan analisis pembelajaran
- c. mengidentifikasi tingkah laku dan karakteristik peserta didik
- d. merumuskan tujuan performasi
- e. mengembangkan butir-butir tes acuan patokan
- f. mengembangkan strategi pembelajaran
- g. mengembangkan dan memilih materi pembelajaran
- h. mendesain dan melaksanakan evaluasi formatif
- i. merivisi bahan pembelajaran
- j. mendesain dan melaksanakan evaluasi sumatif

Melalui pembelajaran matematika, diharapkan peserta didik dapat tertata nalarnya, dapat berpikir kritis, logis, cermat, analitis, runtut, sistematis dan konsisten dalam bersikap. Perencanaan pembelajaran matematika yang demikian menurut Soedjadi (1999: 66) disebut perencanaan by-chance. Pembelajaran yang demikian tentu saja masih diperlukan. Namun, seiring perkembangan matematika yang begitu pesat serta diperlukannya matematika dan pola pikirnya dalam berbagai bidang, maka guru perlu sengaja merancang pembelajaran yang memungkinkan untuk membelajarkan nilai-nilai edukatif dalam matematika secara aktif kepada peserta didik. Perencanaan pembelajaran yang demikian menurut Soedjadi (1999:66) disebut perencanaan pembelajaran by-design. Guru sengaja mendesain pembelajaran matematika yang memungkinkan di dalamnya terdapat aktivitas-aktivitas yang dapat mendukung tumbuh kembangnya kepribadian peserta didik.

Nilai-nilai yang dibelajarkan kepada peserta didik di kelas sedapat mungkin juga mencakup nilai-nilai yang berkembang di masyarakat secara umum. Misalnya, melalui aktivitas diskusi, peserta didik dilatih untuk menghargai dan mengkritisi pendapat orang lain, menghargai kesepakatan dan berlatih mengemukakan pendapat dengan argumentasi yang kuat.

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan pembelajaran pemecahan masalah untuk mewujudkan nilai-nilai matematika yang telah dijelaskan sebelumnya.

2.3 Kemampuan Matematika

Peserta didik dikatakan berhasil dalam belajar apabila memiliki kemampuan dalam belajar. Ada tiga ranah (aspek) yang terkait dengan kemampuan belajar peserta didik, yaitu ranah kognitif, afektif dan psikomotorik. Ranah kognitif adalah kemampuan peserta didik dalam menganalisis suatu masalah berdasarkan pemahaman yang dimilikinya. Ranah afektif adalah kemampuan peserta didik dalam menentukan sikap untuk menerima atau menolak suatu objek. Ranah psikomotorik adalah kemampuan peserta didik dalam berekspresi dengan baik (Arikunto, 2013: 131).

Dalam penelitian ini kemampuan peserta didik dalam pembelajaran matematika dilihat dari ranah kognitif dan ranah afektif. Ranah kognitif yang dimaksud kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan masalah matematika. Kemampuan peserta didik dalam pembelajaran matematika dapat ditunjukkan melalui nilai yang diperoleh dari hasil belajar atau tes. Nilai ini akan menentukan peserta didik termasuk ke dalam kategori berkemampuan matematika tinggi, sedang ataupun rendah. Sedangkan ranah afektif yang dimaksud dalam penelitian ini antara lain kemampuan peserta didik yang dapat ditunjukkan melalui aktivitas peserta didik pada proses pembelajaran pemecahan masalah materi bangun ruang sisi lengkung. Melalui pengamatan aktivitas peserta didik ini peneliti dapat mengungkap adanya nilai-nilai matematika yang terkandung dalam pembelajaran tersebut.

Pada proses pembelajaran matematika tidak terlepas dari proses berpikir. Salah satu hal terpenting dalam proses berpikir seseorang adalah penalaran dalam matematika. Penalaran juga merupakan pondasi dalam pembelajaran matematika. Bila kemampuan bernalar peserta didik tidak berkembang, maka bagi peserta didik matematika hanya akan menjadi materi yang mengikuti serangkaian prosedur dan meniru contoh-contoh tanpa mengetahui maknanya. Materi matematika dan penalaran matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatih melalui belajar materi matematika.

Pada saat mengatasi suatu persoalan atau masalah, seseorang harus memiliki kemampuan. Kemampuan yang dimiliki diharapkan dapat mengatasi atau menyelesaikan masalah yang dihadapi. Kemampuan matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kecakapan yang dimiliki oleh peserta didik dari apa yang telah dipelajari dalam matematika dan dapat ditunjukkan atau dilihat melalui hasil belajar atau tes.

Kemampuan matematika setiap peserta didik berbeda-beda. Secara umum kemampuan matematika peserta didik ini dikelompokkan ke dalam tiga kategori yaitu kemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah. Pengelompokan ketiga kategori kemampuan matematika tersebut mengacu pada skala penilaian yang ditetapkan oleh Depdiknas (dalam Ratumanan dan Laurens, 2011: 164). Adapun skala penilaian dan kategori tingkat kemampuan peserta didik adalah sebagai berikut : kemampuan matematika tinggi jika $80 \leq \text{nilai} \leq 100$, kemampuan matematika sedang jika $60 \leq \text{nilai} < 80$ dan kemampuan matematika rendah jika $0 \leq \text{nilai} < 60$.

2.4 Pemecahan Masalah Matematika

2.4.1 Pengertian Pemecahan Masalah Matematika

Sebelum menjelaskan pengertian pemecahan masalah matematika, terlebih dahulu akan dijelaskan yang dimaksud dengan masalah matematika. Menurut Suharjo (2011), masalah matematika adalah soal matematika tidak rutin yang tidak mencakup aplikasi

prosedur matematika yang sama atau mirip dengan hal yang sudah dipelajari. Masalah matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah suatu pertanyaan atau soal matematika kontekstual yang tidak dapat diselesaikan secara sederhana artinya tidak dapat langsung mencari solusinya, tetapi peserta didik perlu bernalar, menduga atau memprediksi, mencari rumusan yang sederhana lalu membuktikannya.

Sesuai dengan perkembangan pembelajaran, tentu saja masalah kontekstual dapat makin meluas juga. Apabila pada awal pembelajaran bagian tertentu matematika, masalah kontekstual dapat dipandang identik dengan masalah nyata atau real, pada bagian lain atau lanjutan, masalah kontekstual dapat memuat "pengetahuan yang mudah/ dapat dibayangkan oleh peserta didik". Hal ini sesuai dengan pandangan yang mengatakan bahwa suatu bahan ajar dapat diajarkan antara lain bila mempunyai kaitan dengan pengetahuan awal yang telah dimiliki peserta didik.

Masalah kontekstual sangat baik digunakan di awal pembelajaran suatu topik baru yang diharapkan agar peserta didik dapat ditantang untuk membangun atau menemukan sendiri suatu cara ataupun suatu pengertian atau sifat tertentu. Hal itu tidak berarti bahwa masalah kontekstual tidak baik atau tidak dapat digunakan di bagian tengah dan akhir pembelajaran suatu topik. Tentu saja penggunaan masalah kontekstual di bagian tengah atau akhir pembelajaran itu harus jelas tujuannya. Misalnya masalah kontekstual untuk memantapkan atau mendalami pengetahuan yang baru saja ditemukan atau dibangunnya sendiri. Sedangkan masalah kontekstual digunakan di bagian akhir, dengan tujuan untuk dapat menerapkan pengetahuan yang telah ditemukan.

Selanjutnya dibahas tentang pengertian pemecahan masalah. Polya (1957) menjelaskan bahwa memecahkan masalah matematika, yaitu menemukan maksud atau makna yang tidak diketahui mendapatkan pemecahan yang jelas. Selanjutnya, Montague

(2004) menjelaskan pengertian pemecahan masalah matematika sebagai berikut :

Mathematical problem solving is a complex cognitive activity involving a number of processes and strategies. Problem solving has two stages : problem representation and problem execution.

Dengan demikian, menurut Montague (2004) bahwa pemecahan masalah matematika adalah suatu aktivitas kognitif kompleks yang melibatkan sejumlah proses dan strategi. Pemecahan masalah matematika memiliki dua tingkatan, yaitu *representasi* masalah dan *eksekusi* masalah. *Representasi* masalah maksudnya yaitu bagaimana suatu permasalahan digambarkan dalam representasi masalah yang memiliki pola berurutan. *Representasi* dalam hal ini adalah proses perubahan konsep-konsep ideologi yang abstrak dalam bentuk-bentuk yang konkret. Sedangkan *eksekusi* masalah maksudnya adalah bagaimana suatu permasalahan dapat diselesaikan dengan aturan atau tata cara tertentu melalui proses pemeriksaan yang berkesinambungan dari keseluruhan proses aturan yang ada.

Jadi, pemecahan masalah matematika merupakan aktivitas mental untuk menemukan maksud atau makna yang tidak diketahui untuk mendapatkan pemecahan yang jelas dalam matematika.

2.4.2 Fase Pemecahan Masalah

Polya (1957) menjelaskan ada empat fase dalam pemecahan masalah matematika diantaranya yaitu :

1. *Understand the problem* (memahami masalah)
2. *Devising a plan* (menyusun rencana)
3. *Carrying out the plan* (menyelesaikan rencana)
4. *Looking back* (melakukan evaluasi atas hasil yang telah diselesaikan)

Setiap fase pada pemecahan masalah tersebut, Polya menjelaskan kepentingan masing-masing fase sebagai berikut :

1. Fase pertama, *Understand the problem* (memahami masalah)

Pada fase ini, pertama-tama pertanyaan verbal dari masalah haruslah dipahami dengan baik (*the verbal statement of the problem must be understood*). Selanjutnya, peserta didik harus mengetahui bagian utama dari masalah, hal yang tidak diketahui, data yang tersedia dan syarat-syaratnya (*the student should also be able to point out the principal parts of the problem, the unknown, the data, the condition*).

Seorang peserta didik dikatakan memahami suatu masalah berarti ia mengetahui apa yang diketahui, apa yang tidak diketahui, apa yang ditanyakan, apa yang merupakan datanya dan apa yang merupakan kondisi dari suatu masalah tersebut. Teknik untuk memudahkannya, tentu peserta didik tersebut bisa membuat suatu diagram dan notasi yang sesuai dari permasalahan tersebut.

2. Fase kedua, *Devising a plan* (menyusun rencana)

Seseorang dapat menyusun rencana jika sekurang-kurangnya memiliki pengetahuan, atau sekurang-kurangnya dalam garis besar, perhitungan, atau konstruksi yang harus dibuat dari yang tidak diketahui (*one has a plan when he/she know, or know at least in outline, which calculations, computations or constructions he/she has to perform in order to obtain the unknown*).

Dalam menyusun rencana pemecahan masalah diperlukan kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang tersedia dengan data apa yang tidak diketahui atau dicari. Selanjutnya menyusun sebuah rencana pemecahan masalah dengan memperhatikan serta mengingat kembali pengalaman sebelumnya tentang masalah-masalah yang berhubungan. Pada langkah ini peserta didik diharapkan dapat membuat suatu model matematika untuk selanjutnya dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan-aturan matematika yang ada.

3. Fase ketiga, *Carrying out the plan* (menyelesaikan rencana)

Rencana penyelesaian yang telah dibuat sebelumnya, kemudian dilaksanakan secara cermat pada setiap langkah. Dalam melaksanakan rencana atau menyelesaikan model matematika yang telah dibuat pada langkah sebelumnya, peserta didik diharapkan memperhatikan prinsip-prinsip atau aturan-aturan pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar. Artinya, dalam menyelesaikan rencana ataupun mengecek setiap langkah pengerjaan sangat diperlukan untuk memastikan bahwa langkah-langkah yang dilalui tersebut adalah benar.

4. Fase keempat, *Looking back* (melakukan evaluasi atas hasil yang telah diselesaikan)

Hasil penyelesaian yang didapat perlu diperiksa kembali untuk memastikan apakah penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam soal (masalah) atau tidak sesuai. Apabila hasil yang didapat tidak sesuai dengan yang diminta, maka perlu pemeriksaan kembali atas setiap langkah yang telah dilakukan untuk mendapatkan hasil sesuai dengan masalahnya. Sehingga akan diketahui dimana langkah yang tidak sesuai. Dengan demikian langkah yang tidak sesuai tersebut dapat diperbaiki.

Pada fase ini, dapat dilihat kemampuan peserta didik dalam mengecek hasil pekerjaan dan alasan-alasannya, apakah ada solusi yang berbeda kemudian juga perlu diteliti apakah hasil ini atau metode ini dapat digunakan untuk masalah lain. Sehingga saat peserta didik melakukan hal tersebut, dalam pikirannya terjadi konflik kognitif. Teknik memeriksa kembali ini, akan memungkinkan peserta didik melihat berbagai fenomena penyelesaian yang bisa dilakukan.

Sehingga pemecahan masalah matematika pada penelitian ini adalah aktivitas pemikiran untuk menemukan maksud atau makna yang tidak diketahui untuk mendapatkan penyelesaian yang jelas dalam matematika kontekstual melalui fase-fase pemecahan masalah dari Polya yang meliputi memahami masalah, menyusun rencana, melaksanakan rencana dan memeriksa kembali.

2.5 Keterkaitan antara Fase-Fase Pemecahan Masalah Matematika dari Polya dengan Nilai-Nilai Matematika yang diwujudkan oleh Peserta Didik

Berdasarkan pendapat dari Cap Sam dan Ernest (2004) bahwa metodologi yang digunakan untuk mengeksplorasi nilai-nilai dalam pendidikan matematika adalah melalui tiga tingkatan yang mungkin yaitu : direncanakan (*planned*), diimplementasikan (*implemented*) dan dicapai (*attained*), maka fase-fase pemecahan masalah matematika yang dikemukakan oleh Polya di atas, dapat disusun hubungannya dalam mewujudkan nilai-nilai matematika. Tetapi tidak menutup kemungkinan dalam pembelajaran berlangsung nanti akan muncul beberapa nilai yang tidak direncanakan.

1. Fase pertama, memahami masalah. Pada fase ini, peserta didik memahami pernyataan verbal dari masalah, bagian utama dari masalah, hal yang tidak diketahui, data yang tersedia dan syarat-syaratnya. Sehingga ketika memahami masalah, peserta didik menggunakan pemikiran logis dengan cara menduga-duga tentang bagaimana langkah awal yang harus dilakukan untuk menyelesaikan masalah matematika dan penalaran hipotesis dalam memahami masalah. Jadi, pada fase pertama pemecahan masalah matematika dapat mewujudkan adanya nilai-nilai matematika diantaranya nilai rasional.
2. Fase kedua, menyusun rencana. Pada fase kedua ini, peserta didik menyusun rencana jika sekurang-kurangnya memiliki pengetahuan atau sekurang-kurangnya dalam garis besar, perhitungan atau konstruksi yang harus dibuat. Sehingga pada saat itu peserta didik harus mengingat kembali aturan-aturan yang terkait dengan menyelesaikan masalah

matematikanya. Dalam menyusun rencana, peserta didik juga menggunakan pemikiran logis dan berdasarkan teori untuk menyelesaikan masalah. Jadi, pada fase kedua pemecahan masalah matematika dapat mewujudkan adanya nilai-nilai matematika diantaranya nilai rasional dan nilai kontrol.

3. Fase ketiga, melaksanakan rencana. Pada fase ketiga ini, peserta didik melaksanakan rencana dan mengecek setiap langkah untuk memastikan bahwa langkah-langkah yang dilalui tersebut adalah benar. Sehingga, untuk mencapai kebenaran, peserta didik perlu saling mengungkapkan pendapat dengan sesama peserta didik ataupun dengan guru yang bersangkutan. Kemudian, peserta didik membahas dan menganalisis tentang teorema matematika, ide-ide, hasil argumentasi dalam menyelesaikan rencana yang telah dibuat. Selanjutnya, dalam menyelesaikan masalah matematika peserta didik menggunakan simbol-simbol matematika untuk memudahkan dalam menyelesaikan masalah matematika. Dalam melaksanakan rencana ini juga diperlukan pengetahuan dinamis, sehingga dibutuhkan alternatif yang mudah dalam menyelesaikan masalah matematika. Selain itu, dimungkinkan peserta didik mampu menciptakan sebuah trik atau permainan dalam menyelesaikan masalah matematika. Jadi, pada fase ketiga pemecahan masalah matematika dapat mewujudkan adanya nilai-nilai matematika diantaranya nilai rasional, nilai obyektif, nilai keterbukaan, nilai kemajuan dan nilai misteri.
4. Fase keempat, memeriksa kembali. Pada fase keempat ini, peserta didik mengecek hasil pekerjaan, alasan-alasannya, apakah ada solusi yang berbeda, kemudian juga perlu diteliti apakah hasil ini atau metode ini dapat digunakan untuk masalah lain. Sehingga pada fase ini proses belajar semua nilai-nilai matematika dapat dilakukan. Jadi, pada fase keempat pemecahan masalah matematika dapat mewujudkan adanya nilai-nilai matematika diantaranya nilai rasional, nilai obyektif, nilai kontrol, nilai kemajuan, nilai keterbukaan dan nilai misteri.

Berdasarkan uraian di atas, menjelaskan bahwa terdapat hubungan antara fase-fase pemecahan masalah matematika dan nilai-nilai matematika. Oleh karena itu, nilai-nilai matematika ini dapat diwujudkan oleh peserta didik melalui kegiatan pembelajaran matematika di kelas dengan desain pembelajaran pemecahan masalah matematika sesuai dengan kondisi peserta didik ataupun kondisi kelas itu sendiri. Nilai-nilai matematika yang dimunculkan peserta didik ini dimungkinkan pula dipengaruhi oleh kemampuan peserta didik dalam matematika, dimana kemampuan peserta didik dalam penelitian ini dikelompokkan menjadi 3 kategori, yaitu kemampuan matematika tinggi, sedang dan rendah.

2.6 Materi

Materi yang digunakan dalam penelitian ini adalah bangun ruang sisi lengkung dengan submateri tabung, kerucut dan bola.

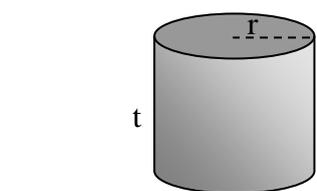
A. MENGENAL BANGUN RUANG TABUNG, KERUCUT DAN BOLA

1. Tabung

a. Pengertian Tabung

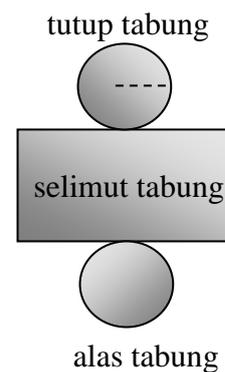
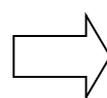
Tabung adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua lingkaran berhadapan yang kongruen, sejajar, dan tiap titi kedua lingkaran saling dihubungkan dengan garis lurus.

b. Sifat-sifat tabung



t = tinggi tabung

r = jari-jari tabung



Gambar 2.4 Bentuk tabung dan jaring-jaringnya

Berdasarkan gambar 2.4, tabung mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- 1) Mempunyai 2 rusuk, yaitu rusuk alas dan rusuk atas yang berupa lingkaran.

- 2) Jari-jari (r) lingkaran alas dan lingkaran atas panjangnya sama.
- 3) Mempunyai 3 buah bidang sisi, yaitu bidang alas, bidang atas, dan sisi tegak. Sisi (bidang) alas dan bidang atas berupa lingkaran, sedangkan sisi tegaknya berupa bidang lengkung, yang selanjutnya disebut selimut tabung.
- 4) Tinggi tabung (t) adalah jarak antara titik pusat lingkaran atas dan titik pusat lingkaran alas.

2. Kerucut

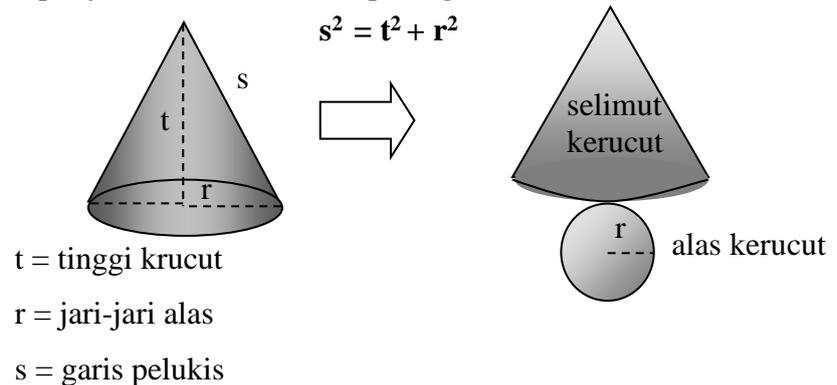
a. Pengertian Kerucut

Kerucut adalah bangun ruang yang dibatasi oleh garis pelukis yang ujungnya bergerak mengelilingi sisi alas berupa lingkaran.

b. Sifat-sifat kerucut

Berdasarkan gambar 2.5, kerucut mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- 1) Mempunyai garis pelukis (s).
- 2) Tinggi kerucut (t) adalah jarak antara puncak kerucut dengan pusat lingkaran alas kerucut.
- 3) Mempunyai dua bidang sisi, yaitu bidang alas berupa lingkaran dan bidang lengkung yang disebut selimut kerucut.
- 4) Mempunyai sebuah rusuk berupa lingkaran.



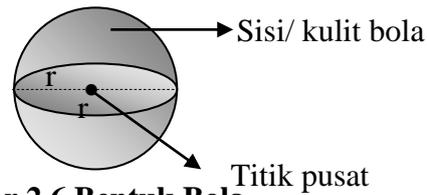
Gambar 2.5 Bentuk kerucut dan jaring-jaringnya

3. Bola

a. Pengertian Bola

Bola adalah bangun ruang yang dibatasi oleh suatu bidang lengkung yang jaraknya ke titik pusat selalu sama.

b. Sifat-sifat bola :



Gambar 2.6 Bentuk Bola

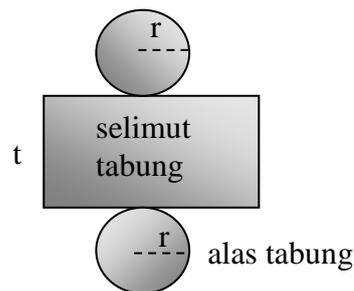
Berdasarkan gambar 2.6, bola mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

- 1) Mempunyai sebuah bidang sisi lengkung.
- 2) Tidak mempunyai titik sudut dan rusuk.
- 3) Mempunyai jari-jari bola (r).

B. LUAS PERMUKAAN TABUNG, KERUCUT DAN BOLA

1. Tabung

Perhatikan gambar jaring-jaring tabung berikut :



$$\text{Luas tabung} = 2 \pi r (r + t)$$

Keterangan :

r = jari-jari alas

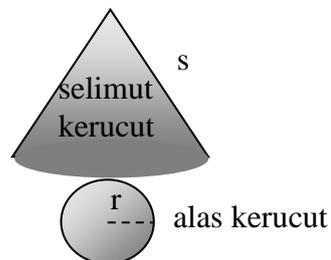
t = tinggi tabung

$\pi = 3, 14$ atau $\frac{22}{7}$

Gambar 2.7 Jaring-jaring tabung

2. Kerucut

Perhatikan gambar jaring-jaring kerucut berikut :



$$\text{Luas kerucut} = \pi r (r + s)$$

Keterangan :

r = jari-jari alas

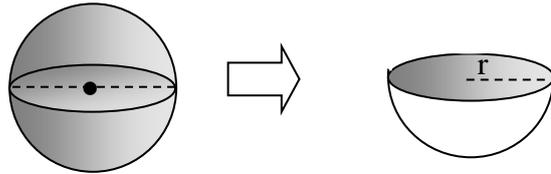
s = garis pelukis

$\pi = 3, 14$ atau $\frac{22}{7}$

Gambar 2.8 Jaring-jaring kerucut

3. Bola

Perhatikan gambar bentuk bola berikut :



$$\text{Luas belahan bola} = 2\pi r^2$$

Gambar 2.9 Bentuk bola dan belahan bola

$$\text{Luas bola} = 4\pi r^2$$

Keterangan :

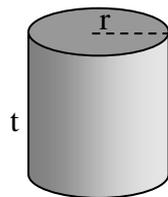
r = jari-jari alas

$$\pi = 3,14 \text{ atau } \frac{22}{7}$$

C. VOLUME TABUNG, KERUCUT DAN BOLA

1. Tabung

Perhatikan gambar tabung berikut !



Tabung merupakan salah satu bangun ruang prisma.

$$V = L_a \times t$$

$$V = \pi r^2 \times t$$

Keterangan :

t = tinggi tabung

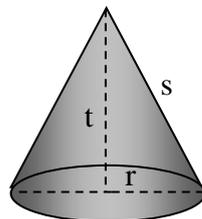
r = jari-jari alas

$$\pi = 3,14 \text{ atau } \frac{22}{7}$$

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 \times t$$

2. Kerucut

Perhatikan gambar kerucut berikut !



Kerucut merupakan limas yang istimewa yang alasnya lingkaran dan selimutnya sebuah bidang lengkung.

$$V = \frac{1}{3} \times L_a \times t$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$$

Keterangan :

t = tinggi kerucut

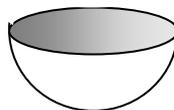
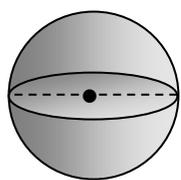
r = jari-jari alas

$$\pi = 3,14 \text{ atau } \frac{22}{7}$$

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$$

3. Bola

Perhatikan gambar bola berikut !



$$\text{Volume belahan bola} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Keterangan :

r = jari-jari alas

$\pi = 3,14$ atau $\frac{22}{7}$

2.7 Nilai-Nilai Matematika (*Mathematical Values*) pada Pembelajaran Pemecahan Masalah Materi Bangun Ruang Sisi lengkung

Nilai-nilai matematika (*Mathematical values*) harus diintegrasikan pada mata pelajaran matematika karena mengingat bahwa tidak sedikit guru dan peserta didik yang mengetahui akan nilai-nilai yang terkandung dalam matematika. Nilai-nilai dalam matematika merupakan komponen yang sangat penting dalam pembelajaran matematika di kelas. Nilai-nilai itu dapat dibelajarkan kepada peserta didik baik secara implisit maupun eksplisit dalam pembelajaran matematika di kelas. Berdasarkan penjelasan tentang nilai-nilai matematika sebelumnya, dalam penelitian ini peneliti ingin mengungkap adanya nilai-nilai matematika (*Mathematical values*) dalam pembelajaran pemecahan masalah matematika pada materi bangun ruang sisi lengkung, yaitu :

1. Nilai Rasional (*Rationalism*)

Nilai rasional merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada alasan, penalaran hipotesis, berpikir logis, penjelasan, abstraksi, dan teori.

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung dapat ditunjukkan nilai rasional melalui kefahaman peserta didik terhadap materi terkait yaitu bangun ruang sisi lengkung. Sebagai contoh, peserta didik mengungkapkan pendapatnya bahwa tabung tidak dapat disebut dengan kerucut, karena ada beberapa alasan, diantaranya tabung adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua buah lingkaran yang kongruen dan sejajar

serta sebuah persegi panjang yang mengelilingi kedua lingkaran tersebut, sedangkan kerucut adalah bangun ruang yang hanya dibatasi oleh satu lingkaran sebagai alas dan garis pelukis yang ujungnya bergerak mengelilingi alas. Dari contoh tersebut, dapat dianalisis ada beberapa indikator yang menunjukkan nilai rasional dalam matematika, diantaranya peserta didik mengungkapkan sebuah argumen dan mampu memberikan penjelasan mengenai alasan dari argumennya tersebut yang didasarkan pada teori. Artinya, peserta didik dapat berpikir logis dan sangat dimungkinkan sebelum memberikan penjelasan, peserta didik melakukan penalaran hipotesis atau menduga-duga jawaban untuk mencari sebuah kebenaran.

2. Nilai Obyektif (*Objectifism*)

Nilai obyektif merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada hal yang menjadi obyek, hal konkrit, penyimbolan, pemikiran analogis dan pengaplikasian gagasan matematika.

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung dapat ditunjukkan nilai obyektif melalui keterampilan peserta didik dalam menggunakan simbol-simbol matematika ataupun obyek yang digunakan dalam konsep bangun ruang sisi lengkung. Sebagai contoh, ada gagasan matematika yang menyatakan bahwa jari-jari alas tabung panjangnya setengah dari tingginya. Untuk memahami pernyataan tersebut maka dapat dilakukan penyimbolan sebagai berikut: misal, jari-jari alas tabung = r dan tinggi tabung = t , maka $r = \frac{1}{2} t$. Dari contoh tersebut, menunjukkan adanya nilai obyektif dari matematika yang menekankan pada penyimbolan dan pengaplikasian gagasan matematika.

3. Nilai Kontrol (*Control*)

Nilai kontrol merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada daya matematika dan ilmu pengetahuan matematika untuk melewati kekuasaan peraturan, fakta, prosedur, dan aturan yang telah ditetapkan (dalam hal ini rumus atau formula).

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung ini, nilai kontrol dapat ditunjukkan ketika peserta didik menggunakan rumus-rumus dalam

menentukan luas permukaan dan volume dari bangun ruang sisi lengkung, seperti tabung, kerucut dan bola. Ketaatan peserta didik dalam menggunakan rumus atau prosedur-prosedur yang sesuai dengan aturan yang telah ditetapkan sebelumnya untuk menentukan luas permukaan dan volume dari bangun ruang sisi lengkung ini dapat mengukur nilai kontrol yang dimiliki oleh peserta didik. Selain itu juga, nilai kontrol dapat ditunjukkan dengan kemampuan peserta didik untuk mengaitkan konsep-konsep yang telah dipelajari sebelumnya seperti konsep Teorema Pythagoras untuk menentukan unsur-unsur bangun ruang sisi lengkung, sebagai contoh menentukan panjang garis pelukis kerucut.

4. Nilai Kemajuan (*Progress*)

Nilai kemajuan merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada bagaimana matematika dan ilmu pengetahuan tumbuh dan berkembang baik lewat teori alternatif, perkembangan metode baru maupun pertanyaan mengenai keberadaan suatu gagasan.

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung nilai kemajuan dapat ditunjukkan ketika peserta didik memiliki pengetahuan dan wawasan yang luas mengenai materi terkait, ketika guru memberikan beberapa pertanyaan. Sebagai contoh, guru memberikan pertanyaan tentang keterkaitan konsep bangun ruang sisi lengkung dengan ilmu pengetahuan lain, seperti fisika, biologi, ataupun yang lainnya. Peserta didik mampu memberikan penjelasan misalnya keterkaitan konsep volume tabung dalam menentukan debit air dan tekanan hidrostatis yang dibahas dalam ilmu fisika. Inilah salah satu contoh bahwa pengetahuan matematika bersifat dinamis, artinya matematika memiliki nilai kemajuan.

5. Nilai Keterbukaan (*Openness*)

Nilai keterbukaan merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada demokratisasi pengetahuan baik melalui demonstrasi, pembuktian maupun penjelasan secara individu.

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung nilai keterbukaan dapat ditunjukkan ketika peserta didik mengungkapkan pendapat bahwa kerucut merupakan bangun ruang limas. Sehingga dalam menentukan

volume kerucut dapat menggunakan volume limas yaitu $V = \frac{1}{3} \times La \times t$. Namun, ada peserta didik lain yang tetap menggunakan rumus volume kerucut yaitu $V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$. Dari contoh tersebut, menunjukkan bahwa di dalam matematika ada kebebasan individu dalam penyelesaian masalah. Perbedaan pendapat tersebut kemudian didemonstrasikan untuk mencari kebenaran. Itulah contoh bahwa matematika memiliki nilai keterbukaan.

6. Nilai Misteri (*Mystery*)

Nilai misteri merupakan nilai-nilai dalam matematika yang menekankan pada keraguan, kekaguman, dan kerahasiaan gagasan matematika.

Dalam konsep bangun ruang sisi lengkung nilai misteri dapat ditunjukkan ketika peserta didik dapat melakukan pembuktian untuk mendapatkan suatu formula yang tepat dan dapat digunakan dalam penyelesaian masalah matematika. Sebagai contoh, peserta didik dapat menemukan rumus luas permukaan tabung dengan menggunakan jaring-jaring tabung. Dimana jaring-jaring tabung terdiri atas dua lingkaran dan satu persegi panjang, sehingga untuk menemukan luas permukaan tabung dapat dilakukan dengan menentukan jumlah dari luas kedua lingkaran dengan luas persegi panjang tersebut. Dari contoh tersebut, menunjukkan bahwa pengetahuan matematika adalah misteri yang perlu untuk ditelusuri atau dibuktikan sehingga dapat dicapai suatu kebenaran.

Nilai-nilai matematika (*Mathematical values*) tersebut diamati oleh peneliti pada pembelajaran pemecahan masalah bangun ruang sisi lengkung ditinjau dari kemampuan matematika peserta didik yang terdiri atas tiga kategori diantaranya peserta didik berkemampuan tinggi, sedang dan rendah. Oleh karena itu, melalui kegiatan ini diharapkan peserta didik dari ketiga kategori tersebut dapat melakukan pembelajaran matematika dengan baik, sehingga dapat mewujudkan adanya nilai-nilai matematika (*Mathematical values*) tersebut.