

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Definisi Belajar

Pengertian mengenai belajar bisa berbeda-beda tergantung pada perbedaan teori yang dianut para pakar sebagai ahli pendidikan. Beberapa pengertian belajar yang dapat dikemukakan, antara lain sebagai berikut:

1. Belajar adalah suatu aktivitas mental/psikis, yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan, yang menghasilkan sejumlah perubahan dalam pengetahuan-pemahaman, keterampilan dan nilai-sikap. Perubahan itu bersifat relatif konstan dan berbekas. (Winkel, 2009: 59)
2. Belajar ialah suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya. (Slameto, 2010: 2)
3. Belajar adalah “perubahan” yang terjadi di dalam diri seseorang setelah melakukan aktivitas tertentu. (Fathurrohman, 2011: 6)

Dari beberapa definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa belajar adalah suatu aktivitas mental/psikis yang merupakan suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk mencapai perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan yang meliputi perubahan dalam pengetahuan-pengalaman, keterampilan dan nilai sikap, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya.

Belajar dalam penelitian ini adalah suatu usaha yang dilakukan untuk meningkatkan kecakapan, pengetahuan, pemahaman, dan daya fikir seseorang sehingga ada perubahan menuju ke arah yang lebih baik. Dalam hal ini peserta didik belajar materi garis singgung persekutuan dua lingkaran dengan menggunakan metode *Pair Check* dengan metode *Group Investigation*.

2.2 Hasil Belajar

Menurut Mulyasa (2013: 212) hasil belajar merupakan prestasi belajar peserta didik secara keseluruhan yang menjadi indikator kompetensi dasar dan derajat perubahan perilaku yang bersangkutan. Sedangkan menurut Sudjana (2004: 22) hasil belajar adalah kemampuan-kemampuan yang dimiliki siswa setelah menerima pengalaman belajarnya.

Menurut Sadirman (2001: 54) hasil belajar adalah penguasaan pengetahuan atau keterampilan yang dikembangkan oleh mata pelajaran yang biasanya ditunjukkan dengan nilai test atau angka nilai yang diberikan oleh guru.

Berdasarkan pengertian di atas maka yang dimaksud dengan hasil belajar merupakan prestasi belajar peserta didik secara keseluruhan yang menjadi indikator kompetensi dasar dan derajat perubahan perilaku yang bersangkutan, setelah peserta didik menerima pengalaman belajarnya dan biasanya ditunjukkan dengan nilai test atau angka nilai yang diberikan oleh guru.

Menurut Benyamin Bloom dalam Sudjana (2004: 23) secara garis besar membagi hasil belajar menjadi tiga ranah, yaitu:

1. Ranah kognitif
Berkenaan dengan hasil belajar intelektual yang terdiri dari enam aspek, yakni pengetahuan atau ingatan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi.
2. Ranah afektif
Berkenaan dengan sikap yang terdiri dari lima aspek, yakni penerimaan, jawaban atau reaksi, penilaian, organisasi, dan internalisasi.
3. Ranah psikomotorik
Berkenaan dengan hasil belajar keterampilan dan kemampuan bertindak. Ada enam aspek ranah psikomotorik, yakni gerakan refleks, keterampilan gerakan dasar, kemampuan perceptual, keharmonisan atau ketepatan, gerakan keterampilan kompleks, dan gerakan ekspresif dan interpretative.

Ketiga aspek tersebut menjadi objek penilaian hasil belajar. Diantaranya tiga aspek tersebut, yang akan digunakan oleh peneliti adalah aspek kognitif karena berkaitan dengan kemampuan peserta didik dalam menguasai isi dari bahan pelajaran.

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan tes tulis untuk mendapatkan nilai hasil belajar. Hasil tes itulah yang menunjukkan tingkat pemahaman dan prestasi yang dicapai peserta didik dalam materi garis singgung persekutuan dua lingkaran.

2.3 Model Pembelajaran Kooperatif

2.3.1 Pembelajaran

Pembelajaran menurut Suprijono (2011: 13) adalah guru menyediakan fasilitas belajar bagi peserta didiknya untuk mempelajarinya. Sedangkan menurut Faizi (2013: 24) pembelajaran adalah sebuah usaha untuk mengetahui emosi, intelektual, dan spiritual seseorang agar mau belajar dengan kehendaknya sendiri.

Menurut Suprihatiningrum (2013: 75) pembelajaran merupakan upaya yang dilakukan pendidik untuk membantu siswa agar dapat menerima pengetahuan yang diberikan dan membantu memudahkan pencapaian tujuan pembelajaran.

Berdasarkan beberapa pendapat dari para ahli di atas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran adalah suatu usaha yang dilakukan oleh pendidik dalam menyediakan fasilitas belajar peserta didik untuk memudahkan peserta didik dalam menerima pengetahuan yang diberikan dan mencapai tujuan pembelajaran.

2.3.2 Pengertian Pembelajaran Kooperatif

Menurut Sanjaya (2011: 242) pembelajaran kooperatif merupakan model pembelajaran dengan menggunakan sistem pengelompokan/tim kecil, yaitu antara empat sampai enam orang yang mempunyai latar belakang kemampuan akademik, jenis kelamin, ras atau suku yang berbeda (*heterogen*).

Menurut Rusman (2012: 202) pembelajaran kooperatif (*cooperative learning*) merupakan bentuk pembelajaran dengan cara siswa belajar dan bekerja dalam kelompok-kelompok kecil secara kolaboratif yang anggotanya terdiri dari empat sampai enam orang dengan struktur kelompok yang bersifat *heterogen*.

Sejalan dengan pengertian tersebut, menurut Eggen & Don Kauchak (2012: 136) pembelajaran kooperatif adalah sekelompok strategi mengajar yang memberikan peran terstruktur bagi siswa yang seraya menekankan interaksi siswa-siswa.

Berdasarkan pengertian di atas maka yang dimaksud dengan pembelajaran kooperatif adalah model pembelajaran menekankan pada kerja sama dalam tim yang anggotanya terdiri dari empat sampai enam orang dengan struktur kelompok bersifat heterogen serta peran peserta didik dalam kelompok juga terstruktur sehingga terjadi interaksi antar peserta didik.

Dalam pembelajaran kooperatif, sistem penilaian dilakukan terhadap kelompok. Setiap kelompok yang mampu menunjukkan prestasi yang dipersyaratkan, akan memperoleh penghargaan (*reward*). Dengan demikian, setiap anggota kelompok akan mempunyai ketergantungan positif sehingga memunculkan tanggung jawab individu terhadap kelompok dan keterampilan interpersonal dari setiap anggota kelompok. Setiap individu akan saling membantu. Mereka akan mempunyai motivasi untuk keberhasilan kelompok, sehingga setiap individu memiliki kesempatan yang sama untuk memberikan kontribusi demi keberhasilan kelompok.

Sintak model pembelajaran kooperatif terdiri dari 6 (enam) fase (Suprijono, 2011: 65) yaitu:

Tabel 2.1 Langkah-langkah Model Pembelajaran Kooperatif

Fase-fase	Perilaku Guru
Fase 1: <i>Present goals and set</i> Menyampaikan tujuan dan mempersiapkan peserta didik.	Menjelaskan tujuan pembelajaran dan mempersiapkan peserta didik siap belajar.
Fase 2: <i>Present Information</i> Menyajikan informasi	Mempresentasikan informasi kepada peserta didik secara verbal.

<p>Fase 3: <i>Organize students into learning teams</i></p> <p>Mengorganisir peserta didik ke dalam tim-tim belajar.</p>	<p>Memberikan penjelasan kepada peserta didik tentang tata cara pembentukan tim belajar dan membantu kelompok melakukan transisi yang lain.</p>
<p>Fase 4: <i>Assist team work and study.</i></p> <p>Membantu kerja tim dan belajar</p>	<p>Membantu tim-tim belajar selama peserta didik mengerjakan tugasnya.</p>
<p>Fase 5: <i>Test on the materials.</i></p> <p>Mengevaluasi.</p>	<p>Menguji pengetahuan peserta didik mengenai berbagai materi pembelajaran atau kelompok-kelompok mempresentasikan hasil kerjanya.</p>
<p>Fase 6: <i>Provide recognition</i></p> <p>Memberikan pengakuan atau penghargaan.</p>	<p>Mempersiapkan cara untuk mengakui usaha dan prestasi individu maupun kelompok.</p>

Langkah-langkah model pembelajaran kooperatif ini digunakan peneliti sebagai dasar dalam menentukan langkah-langkah metode *Pair Check* dan *Group Investigation*.

2.3.3 Karakteristik Pembelajaran Kooperatif

Karakteristik atau ciri-ciri pembelajaran kooperatif menurut Rusman (2012: 207) sebagai berikut:

1. Pembelajaran Secara Tim

Pembelajaran kooperatif adalah pembelajaran dilakukan secara tim. Tim merupakan tempat untuk mencapai tujuan. Oleh karena itu, tim harus mampu membuat setiap siswa belajar. Setiap anggota tim harus saling membantu untuk mencapai tujuan pembelajaran.

2. Didasarkan pada Manajemen Kooperatif

Manajemen mempunyai tiga fungsi, yaitu:

- (a) Fungsi manajemen sebagai perencanaan pelaksanaan menunjukkan bahwa pembelajaran kooperatif dilaksanakan sesuai dengan

perencanaan, dan langkah-langkah pembelajaran yang sudah ditentukan. Misalnya tujuan apa yang harus dicapai, bagaimana cara mencapainya, apa yang harus digunakan untuk mencapai tujuan, dan lain sebagainya.

- (b) Fungsi manajemen sebagai organisasi, menunjukkan bahwa pembelajaran kooperatif memerlukan perencanaan yang matang agar proses pembelajaran berjalan dengan efektif.
- (c) Fungsi manajemen sebagai kontrol, menunjukkan bahwa dalam pembelajaran kooperatif perlu ditentukan kriteria keberhasilan baik melalui bentuk tes maupun nontes.

3. Kemauan untuk Bekerja Sama

Keberhasilan pembelajaran kooperatif ditentukan oleh keberhasilan secara kelompok, oleh karenanya prinsip kebersamaan atau kerja sama perlu ditekankan dalam pembelajaran kooperatif. Tanpa kerja sama yang baik, pembelajaran kooperatif tidak akan mencapai hasil yang optimal.

4. Keterampilan Bekerja Sama

Kemampuan bekerja sama itu dipraktikkan melalui aktivitas dalam kegiatan pembelajaran secara kelompok. Dengan demikian, siswa perlu didorong untuk mau dan sanggup berinteraksi dan berkomunikasi dengan anggota lain dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan.

Model pembelajaran kooperatif sangat berbeda dengan model pembelajaran langsung. Pada model pembelajaran kooperatif tidak hanya mengembangkan potensi akademik peserta didik saja, tetapi dalam pembelajaran kooperatif juga efektif untuk mengembangkan kompetensi sosial siswa yang dilakukan dengan belajar bersama kelompok. Pada usia dewasa, keterampilan sosial sangat penting untuk dimiliki didalam masyarakat dimana sebagian besar aktifitas dilakukakn dalam organisasi yang bergatung satu sama lain.

2.3.4 Tujuan Pembelajaran Kooperatif

Menurut Rusman (2012: 209) model pembelajaran kooperatif dikembangkan setidaknya-tidaknya tiga tujuan pembelajaran penting, yaitu hasil belajar akademik, penerimaan terhadap keragaman dan pengembangan keterampilan sosial. Selain itu, Rusman (2012: 210)

juga menjelaskan tujuan penting lain dari pembelajaran kooperatif adalah untuk mengajarkan kepada siswa keterampilan kerja sama dan kolaborasi.

Tujuan pembelajaran kooperatif ini digunakan peneliti sebagai acuan dalam pencapaian tujuan pembelajaran menggunakan metode *Pair Check* dan *Group Investigation* karena karakteristik dari metode *Pair check* dan *Group Investigation* sebenarnya diturunkan dari tujuan model pembelajaran kooperatif.

2.3.5 Keunggulan dan Keterbatasan Model Pembelajaran Kooperatif

Setiap model pembelajaran pasti mempunyai keunggulan dan keterbatasan. Demikian pula dengan pembelajaran kooperatif. Menurut Sanjaya (2011: 249) keunggulan dan keterbatasan dari pembelajaran kooperatif, diantaranya:

Keunggulan Pembelajaran Kooperatif

- a. Melalui pembelajaran kooperatif siswa tidak terlalu menggantungkan pada guru, akan tetapi dapat menambah kepercayaan kemampuan berpikir sendiri, menemukan informasi dari berbagai sumber, dan belajar dari siswa yang lain.
- b. Pembelajaran kooperatif dapat mengembangkan kemampuan mengungkapkan ide atau gagasan dengan kata-kata secara verbal dan membandingkannya dengan ide-ide orang lain.
- c. Pembelajaran kooperatif dapat membantu anak untuk respek pada orang lain dan menyadari akan segala keterbatasannya serta menerima segala perbedaan.
- d. Pembelajaran kooperatif membantu memberdayakan setiap siswa untuk lebih bertanggung jawab dalam belajar.
- e. Pembelajaran kooperatif merupakan strategi yang cukup ampuh untuk meningkatkan prestasi akademik sekaligus kemampuan sosial, termasuk mengembangkan rasa harga diri, hubungan interpersonal yang positif dengan yang lain, mengembangkan

keterampilan *me-manage* waktu, dan sikap positif terhadap sekolah.

- f. Melalui pembelajaran kooperatif dapat mengembangkan kemampuan siswa untuk menguji ide dan pemahamannya sendiri, menerima umpan balik. Siswa dapat berpraktik memecahkan masalah tanpa takut membuat kesalahan, karena keputusan yang dibuat adalah tanggung jawab kelompoknya.
- g. Pembelajaran kooperatif dapat meningkatkan kemampuan siswa menggunakan informasi dan kemampuan belajar abstrak menjadi nyata (*rill*).
- h. Interaksi selama kooperatif berlangsung dapat meningkatkan motivasi dan memberikan rangsangan untuk berpikir. Hal ini berguna untuk proses pendidikan jangka panjang.

Keterbatasan Pembelajaran Kooperatif

Di samping keunggulan, pembelajaran kooperatif juga memiliki keterbatasan, diantaranya:

- a. Untuk memahami dan mengerti filosofi pembelajaran kooperatif memang butuh waktu. Sangat tidak rasional kalau kita mengharapkan secara otomatis siswa dapat mengerti dan memahami filsafat *cooperative learning*. Untuk siswa yang dianggap memiliki kelebihan, contohnya, mereka akan merasa terhambat oleh siswa yang dianggap kurang memiliki kemampuan. Akibatnya, keadaan semacam ini dapat mengganggu iklim kerja sama dalam kelompok.
- b. Ciri utama dari pembelajaran kooperatif adalah bahwa siswa saling membelajarkan. Oleh karena itu, jika tanpa *peer teaching* yang efektif, maka dibandingkan dengan pengajaran langsung dari guru, bisa terjadi cara belajar yang demikian apa yang seharusnya dipelajari dan dipahami tidak pernah tercapai oleh siswa.
- c. Penilaian yang diberikan dalam pembelajaran kooperatif didasarkan kepada hasil kerja kelompok. Namun demikian, guru

perlu menyadari, bahwa sebenarnya hasil atau prestasi yang diharapkan adalah prestasi setiap individu.

- d. Keberhasilan pembelajaran kooperatif dalam upaya mengembangkan kesadaran berkelompok memerlukan periode waktu yang cukup panjang, dan hal ini tidak mungkin dapat tercapai hanya dengan satu kali atau sekali-kali penerapan strategi ini.
- e. Walaupun kemampuan bekerja sama merupakan kemampuan yang sangat penting untuk siswa, akan tetapi banyak aktivitas dalam kehidupan yang hanya didasarkan kepada kemampuan secara individual. Oleh karena itu idealnya melalui pembelajaran kooperatif selain siswa belajar bekerja sama, siswa juga harus belajar bagaimana membangun kepercayaan diri. Untuk mencapai kedua hal itu dalam pembelajaran kooperatif memang bukan pekerjaan yang mudah.

Keunggulan dan keterbatasan yang di jelaskan di atas akan digunakan peneliti sebagai bahan pertimbangan, karena model pembelajaran kooperatif mempunyai keunggulan lebih dalam pembelajaran dibandingkan dengan menggunakan model pembelajaran yang lain. Oleh sebab itu, pembelajaran menggunakan model pembelajaran kooperatif sangat perlu diterapkan dalam proses pembelajaran karena dengan diterapkan model pembelajaran kooperatif akan memberikan dampak yang positif untuk peserta didik.

2.4 Metode *Pair Check*

2.4.1 Pengertian *Pair Check*

Menurut Huda (2013: 211) *pair check* merupakan metode pembelajaran berkelompok antar dua atau berpasangan yang dipopulerkan oleh Spencer Kagan pada 1990. Model ini menerapkan pembelajaran kooperatif yang menuntut kemandirian dan kemampuan siswa dalam menyelesaikan persoalan. Metode ini juga melatih

tanggung jawab sosial siswa, kerja sama, dan kemampuan memberi penilaian.

Sedangkan menurut Sanjaya (2007) dijelaskan bahwa

Pembelajaran *Pair Check* adalah suatu tipe pembelajaran kooperatif yang berpasangan (kelompok sebangku) yang bertujuan untuk mendalami atau melatih materi yang telah dipelajari. Salah satu keunggulan metode ini adalah siswa mencari pasangan sambil belajar mengenai suatu konsep/topik dalam suasana yang menyenangkan, metode ini bisa digunakan dalam semua mata pelajaran dan untuk semua tingkat usia. Melalui penataan serta penyediaan sumber belajar yang mendukung sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai secara optimal.

Menurut Eggen & Don kauchak (2012: 135) *pairs check* adalah sebuah strategi kerja kelompok yang melibatkan siswa berpasangan di dalam kegiatan di balik meja yang berfokus pada masalah-masalah dengan jawaban konvergen (seragam).

Berdasarkan penjelasan di atas, metode *pair check* dalam penelitian ini merupakan metode pembelajaran berkelompok antar dua orang atau berpasangan yang menuntut kemandirian, kemampuan siswa dalam menyelesaikan persoalan dengan jawaban konvergen (seragam) serta melatih tanggung jawab sosial siswa, kerja sama, dan kemampuan memberi nilai.

Menurut Huda (2013: 211) sintak pembelajaran *pair check* adalah (1) bekerja berpasangan; (2) pembagian peran *partner* dan *pelatih*; (3) pelatih memberi soal, *partner* menjawab; (4) Pengecekan jawaban; (5) bertukar peran; (6) penyimpulan; (7) evaluasi; (8) refleksi.

Menurut Suyatno (2009: 72) sintak *pair check* adalah

Sajian informasi kompetensi, mendemonstrasikan pengetahuan dan keterampilan procedural, membimbing pelatihan penerapan, *pair check* siswa berkelompok berpasangan sebangku, salah seorang menyajikan persoalan dan temannya mengerjakan, pengecekan kebenaran jawaban, bertukar peran, penyimpulan dan evaluasi, refleksi.

Adapun menurut Huda (2013: 212) menyatakan bahwa metode *pair check* mempunyai kelebihan dan kekurangan sebagai berikut:

- Kelebihan
 - (1) meningkatkan kerjasama antar siswa;
 - (2) *peer tutoring*;
 - (3) meningkatkan pemahaman atas konsep dan/atau proses pembelajaran;
 - (4) melatih siswa berkomunikasi dengan baik dengan teman sebangkunya.
- Kekurangan

Metode ini juga memiliki kekurangan, utamanya karena metode tersebut membutuhkan

 - (1) waktu yang benar-benar memadai, dan
 - (2) kesiapan siswa untuk menjadi pelatih dan partner yang jujur dan memahami soal dengan baik.

2.4.2 Langkah-langkah Metode *Pair Check*

Menurut Kustawan (2013: 23) langkah-langkah *Pair Check* Spencer Kagen 1993 adalah sebagai berikut:

- a. Bekerja berpasangan
Bentuk tim dalam pasang-pasangan dua siswa dalam pasangan itu mengerjakan soal yang pas sebab semua itu akan membantu melatih.
- b. Pelatih mengecek
Apabila partner benar, pelatih memberi kupon.
- c. Bertukar peran
Seluruh partner bertukar peran dan mengulangi langkah 1-3.
- d. Pasangan mengecek
Seluruh pasangan tim kembali bersama dan membandingkan jawaban.
- e. Penegasan guru
Guru mengarahkan jawaban/ ide sesuai konsep.

Menurut Huda (2013: 211-212) langkah-langkah rinci penerapan metode *Pair Check* dapat ditempuh melalui langkah-langkah berikut:

1. Guru menjelaskan konsep
2. Siswa dibagi ke dalam beberapa tim. Setiap tim terdiri dari 4 orang. Dalam satu tim ada 2 pasangan. Setiap pasangan dalam satu tim dibebani masing-masing satu peran yang berbeda: *pelatih* dan *partner*.
3. Guru membagi soal kepada partner
4. Partner menjawab soal, dan si pelatih bertugas mengecek jawabannya. Partner yang menjawab satu soal dengan benar berhak mendapat satu kupon dari pelatih.
5. Pelatih dan partner saling bertukar peran. Pelatih menjadi partner, dan partner menjadi pelatih.
6. Guru membagi soal kepada partner.
7. Partner menjawab soal, dan pelatih bertugas mengecek jawabannya. Partner yang menjawab satu soal dengan benar berhak mendapat satu kupon dari pelatih.
8. Setiap pasangan kembali ke tim awal dan mencocokkan jawaban satu sama lain.
9. Guru membimbing dan memberikan arahan atas jawaban dari berbagai soal.
10. Setiap tim mengecek jawabannya.
11. Tim yang paling banyak mendapat kupon diberi hadiah atau *reward* oleh guru.

Berdasarkan pendapat beberapa ahli tentang langkah-langkah metode *Pair Check* di atas, peneliti dalam melaksanakan pembelajaran matematika materi garis singgung persekutuan dua lingkaran, memilih menggunakan langkah-langkah metode *Pair Check* sesuai dengan yang dikemukakan oleh Huda di atas, karena menurut peneliti langkah-langkah yang di kemukakan Huda lebih sederhana, mudah dimengerti dan lebih terperinci.

2.4.3 Langkah-langkah Metode *Pair Check* pada Materi Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

Langkah-langkah Metode *Pair Check* pada Materi Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran dapat digambarkan sebagai berikut:

1. Kegiatan Awal
 - a. Guru menjelaskan tujuan pembelajaran
 - b. Guru memotivasi peserta didik dengan memberikan penjelasan tentang pentingnya mempelajari materi garis singgung persekutuan dua lingkaran.
 - c. Guru mengingatkan kembali materi pada pertemuan sebelumnya.
2. Kegiatan Inti
 - a. Guru menjelaskan tentang materi garis singgung persekutuan dua lingkaran.
 - b. Guru membagi peserta didik kedalam beberapa tim. Dimana setiap tim terdiri dari 4 peserta didik yang didalamnya terdiri dari laki-laki dan perempuan, peserta didik yang memiliki kemampuan, tinggi, sedang, dan rendah. Dalam satu tim dibentuk 2 pasangan. Setiap pasangan dalam satu tim dibebani masing-masing satu peran yang berbeda: pelatih dan partner.
 - c. Guru menjelaskan konsep metode *Pair Check*
 - d. Guru membagi LKPD tipe A yang berupa soal-soal untuk tiap pasangan yang berperan sebagai partner untuk dikerjakan sesuai waktu yang telah ditetapkan oleh guru, dan pasangan yang berperan sebagai pelatih menyusun jawaban dari soal-soal tersebut yang digunakan untuk membimbing partnernya selama mengerjakan LKPD.
 - e. Guru berkeliling untuk memastikan peserta didik mengerjakan tugas yang diberikan.
 - f. Guru meminta pasangan yang berperan sebagai pelatih untuk mengecek jawaban dari partner setelah waktu yang ditetapkan

habis. Jika partner dapat mengerjakan dengan benar, maka pelatih berhak memberi kupon terhadap partnernya.

- g. Guru mengkoordinasikan tiap pasangan untuk bertukar peran dengan pasangan dalam satu tim. Dimana yang semula berperan sebagai partner maka berganti peran sebagai pelatih, dan begitu sebaliknya.
- h. Guru membagi LKPD tipe B yang berupa soal-soal untuk tiap pasangan yang berperan sebagai partner untuk dikerjakan sesuai waktu yang telah ditetapkan oleh guru, dan pasangan yang berperan sebagai pelatih menyusun jawaban dari soal-soal tersebut yang digunakan untuk membimbing partnernya selama mengerjakan LKPD.
- i. Guru berkeliling untuk memastikan peserta didik mengerjakan tugas yang diberikan.
- j. Guru meminta pasangan yang berperan sebagai pelatih untuk mengecek jawaban dari partner setelah waktu yang ditetapkan habis. Jika partner dapat mengerjakan dengan benar, maka pelatih berhak memberi kupon terhadap partnernya.
- k. Guru mengkoordinasikan semua pasangan kembali ke tim awal dan mencocokkan jawaban satu sama lain.
- l. Guru membimbing dan memberikan arahan atas jawaban dari berbagai soal yang telah dikerjakan peserta didik.
- m. Setiap tim mengecek jawabannya.
- n. Tim yang paling banyak mendapat kupon diberi hadiah atau *reward* oleh guru. Dimana jumlah kupon tim berdasarkan banyaknya soal yang diberikan pada peserta didik.

3. Kegiatan Penutup

Guru membimbing peserta didik dalam menyimpulkan materi yang telah dipelajari dan memberikan *reward* kepada tim yang mempunyai nilai kupon tertinggi.

2.5 Metode *Group Investigasi*

2.5.1 Pengertian *Group Investigation*

Metode *group investigation* (GI) yang pertama kali dikembangkan oleh Sharan dan Sharan (1976) ini merupakan salah satu metode kompleks dalam pembelajaran kelompok yang mengharuskan siswa untuk menggunakan skill berpikir level tinggi (Huda, 2013: 292). Hal ini dikarenakan pada metode *group investigation* peserta didik terlibat langsung dan aktif dalam proses pembelajaran mulai dari perencanaan sampai cara mempelajari suatu topik melalui investigasi dengan menempatkan peserta didik dalam kelompok yang heterogen dilihat dari kemampuan dan latar belakang yang berbeda. Model *Group Investigasi* dapat melatih siswa untuk menumbuhkan kemampuan berpikir mandiri. Menurut Huda (2013: 292) metode ini bisa diterapkan untuk semua tingkatan kelas dan bidang materi pelajaran.

Strategi belajar kooperatif *Group Investigation* dikembangkan oleh Shlomo Sharan dan Yael Sharan di Universitas Tel Aviv, Israel. Secara umum perencanaan pengorganisasian kelas dengan menggunakan teknik kooperatif *Group Investigation* adalah kelompok dibentuk dengan beranggotakan 2-6 orang, tiap kelompok bebas memilih sub topik dari keseluruhan unit materi (pokok bahasan) yang akan diajarkan, dan kemudian membuat atau menghasilkan laporan kelompok. Selanjutnya setiap kelompok mempresentasikan atau memamerkan kepada seluruh kelas, untuk berbagi dan saling tukar informasi temuan mereka (Rusman, 2012: 220)

Menurut Muhammad Faiq dalam artikelnya, *Group Investigation* merupakan salah satu bentuk model pembelajaran kooperatif yang menekankan pada partisipasi dan aktivitas siswa untuk mencari sendiri materi (informasi) pelajaran yang akan dipelajari melalui bahan-bahan yang tersedia, misalnya dari buku pelajaran atau siswa dapat mencari melalui internet.

Sedangkan menurut Eggen & Kauchak (dalam Maimunah, 2005: 21) mengemukakan *Group Investigation* adalah strategi

pembelajaran kooperatif yang menempatkan siswa ke dalam kelompok untuk melakukan investigasi terhadap suatu topik.

Berdasarkan penjelasan di atas, metode *Group Investigation* dalam penelitian ini adalah suatu model pembelajaran kooperatif yang menuntut peserta didik untuk aktif dimana peserta didik harus mencari sendiri apa yang ingin mereka pelajari dengan cara investigasi suatu masalah.

2.5.2 Sintak Metode *Group Investigation*

Menurut Huda (2013: 292) sintak metode *group investigation* adalah sebagai berikut:

Tahap 1: Seleksi Topik

Para siswa memilih berbagai subtopik dari sebuah bidang masalah umum yang biasanya digambarkan terlebih dahulu oleh guru. Mereka selanjutnya diorganisasikan ke dalam kelompok-kelompok yang berorientasi pada tugas (*task oriented groups*) yang beranggotakan 2 hingga 6 orang. Komposisi kelompok seharusnya heterogen, baik dari sisi jenis kelamin, etnik, maupun kemampuan akademik.

Tahap 2: Perencanaan Kerja Sama

Para siswa dan guru merencanakan berbagai prosedur belajar khusus, tugas, dan tujuan umum yang konsisten dengan berbagai topik dan subtopik yang telah dipilih pada langkah sebelumnya.

Tahap 3: Implementasi

Para siswa melaksanakan rencana yang telah dirumuskan pada langkah sebelumnya. Pembelajaran harus melibatkan berbagai aktivitas dan keterampilan dengan variasi yang luas. Pada tahap ini, guru harus mendorong para siswa untuk melakukan penelitian dengan memanfaatkan berbagai sumber, baik yang terdapat di dalam maupun di luar sekolah. Guru secara terus menerus mengikuti kemajuan tiap kelompok dan memberikan bantuan jika diperlukan.

Tahap 4: Analisis dan Sintesis

Para siswa menganalisis dan membuat sintesis atas berbagai informasi yang diperoleh pada langkah sebelumnya, lalu berusaha meringkasnya menjadi suatu penyajian yang menarik di depan kelas.

Tahap 5: Penyajian Hasil Akhir

Semua kelompok menyajikan presentasi atas topik-topik yang telah dipelajari agar semua siswa dalam kelas saling terlibat dan mencapai suatu perspektif yang luas mengenai topik tertentu. Presentasi kelompok dikoordinir oleh guru.

Tahap 6: Evaluasi

Para siswa dan guru melakukan evaluasi mengenai kontribusi tiap kelompok terhadap pekerjaan kelas sebagai suatu keseluruhan. Evaluasi dapat dilakukan pada setiap siswa secara individual maupun kelompok, atau keduanya.

Sedangkan menurut Rusman (2012: 221-222) implementasi strategi kooperatif *group investigation* dalam pembelajaran, secara umum dibagi menjadi enam langkah, yaitu:

- (1) Mengidentifikasi topik dan mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok
Para siswa menelaah sumber-sumber informasi, memilih topik, dan menyetor saran-saran; para siswa bergabung ke dalam kelompok belajar dengan pilihan topik yang sama; komposisi kelompok didasarkan atas ketertarikan topik yang sama dan heterogen; guru membantu atau memfasilitasi dalam memperoleh informasi
- (2) Merencanakan tugas-tugas belajar
Direncanakan secara bersama-sama oleh para siswa dalam kelompoknya masing-masing, yang meliputi: apa yang kita selidiki, bagaimana kita melakukannya, siapa sebagai apa-pembagian kerja, untuk tujuan apa topik ini diinvestigasi.
- (3) Melaksanakan investigasi
Siswa mencari informasi, menganalisis data, dan membuat kesimpulan, setiap anggota kelompok harus berkontribusi kepada usaha kelompok, para siswa bertukar pikiran, mendiskusikan, mengklarifikasi, dan mensintesis ide-ide.
- (4) Menyiapkan laporan akhir
Anggota kelompok menentukan pesan-pesan esensial proyeknya; merencanakan apa yang akan dilaporkan dan bagaimana membuat presentasinya, membuat panitia acara untuk mengoordinasikan rencana presentasi.
- (5) Mempresentasikan laporan akhir
Presentasi dibuat untuk keseluruhan kelas dalam berbagai macam bentuk, bagian-bagian presentasi

harus secara aktif dapat melibatkan presentasi menurut kriteria yang telah ditentukan keseluruhan kelas.

(6) Evaluasi

Para siswa berbagi mengenai balikan terhadap topik yang dikerjakan, kerja yang telah dilakukan, dan pengalaman-pengalaman efektif, guru dan siswa berkolaborasi dalam mengevaluasi pembelajaran, asesmen diarahkan untuk mengevaluasi pemahaman konsep dan keterampilan kritis)

Berdasarkan pendapat beberapa ahli tentang sintak metode *group investigation* di atas, peneliti dalam melaksanakan pembelajaran matematika materi garis singgung persekutuan dua lingkaran, memilih menggunakan sintak metode *group investigation* sesuai dengan yang dikemukakan oleh Huda di atas, karena menurut peneliti langkah-langkah yang di kemukakan Huda lebih sederhana, dan mudah dimengerti.

Menurut Tamrin (2002: 7) model *group investigasi* mempunyai beberapa kelebihan yaitu sebagai berikut:

1. *Group investigasi* memfokuskan pada investigasi terhadap suatu topik atau konsep.
2. *Group investigasi* menyediakan kesempatan kepada peserta didik untuk membentuk atau mengajukan-mengajukan pertanyaan yang bermakna.
3. *Group investigasi* efektif dalam membantu peserta didik untuk bekerjasama dalam kelompok dengan latar belakang yang berbeda.
4. *Group investigasi* menyediakan konteks sehingga peserta didik dapat belajar mengenai dirinya dan orang lain.

Dalam model *Group Investigation* materi yang di berikan bukan merupakan barang jadi sehingga peserta didik di tuntut bekerja secara aktif dalam kelompok untuk memecahkan masalah melalui penemuan dan investigasi terhadap suatu konsep. Jadi peserta didik akan menentukan konsep melalui kegiatan investigasi.

Kelemahan model *Group Investigation* jika dibandingkn dengan belajar kooperatif yang lain. Menurut Eggen dan Kauschack, 1998

(dalam Tamrin, 2002:8) ”dalam group investigasi peserta didik membentuk kelompok sendiri dan menentukan topik yang akan dipelajari sesuai keinginan mereka. Akibatnya, suatu kelompok dapat mempelajari materi yang berbeda dengan kelompok lain”. Meskipun demikian, kelemahan ini dapat diatasi dengan cara guru yang membentuk kelompok dan menentukan topik yang akan dipelajari peserta didik. Sehingga proses pembelajaran dapat berjalan dengan lancar.

2.5.3 Langkah-langkah Metode *Group Investigation* pada Materi Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

Langkah-langkah Metode *Group Investigation* pada materi garis singgung persekutuan dua lingkaran dapat digambarkan sebagai berikut:

1. Kegiatan Awal
 - a. Guru menjelaskan tujuan pembelajaran
 - b. Guru memotivasi peserta didik dengan memberikan penjelasan tentang pentingnya mempelajari materi garis singgung persekutuan dua lingkaran. Guru mengingatkan kembali materi pada pertemuan sebelumnya.
2. Kegiatan Inti
 - a. Guru membagi peserta didik ke dalam beberapa kelompok. Dimana setiap kelompok terdiri dari 4 peserta didik. Dimana komposisi kelompok heterogen baik dari jenis kelamin, etnik, maupun kemampuan akademik.
 - b. Guru menentukan subtopik yang akan diinvestigasi.
 - c. Guru menjelaskan konsep metode *Group Investigation*.
 - d. Guru membagi LKPD yang berupa soal-soal tiap kelompok untuk dikerjakan sesuai waktu yang telah ditetapkan oleh guru.
 - e. Setiap kelompok merencanakan kerja sama untuk menyelesaikan subtopik yang diberikan oleh guru.

- f. Peserta didik melaksanakan rencana yang telah dirumuskan pada langkah (e).
 - g. Guru berkeliling untuk mengamati kemajuan setiap kelompok dan memberikan bantuan jika diperlukan.
 - h. Peserta didik menganalisis dan menyintesis berbagai informasi yang di peroleh pada langkah (f), dan merencanakan untuk meringkas dalam penyajian yang menarik untuk dipresentasikan.
 - i. Apabila waktu mengerjakan telah habis, LKPD dikumpulkan ke meja guru.
 - j. Salah satu kelompok mempresentasikan hasil kerja kelompoknya. Sedangkan kelompok yang lain memperhatikan dan menanyakan apabila ada yang tidak dimengerti. Presentasi kelompok ini dikoordinir oleh guru.
4. Kegiatan Penutup
- Guru membimbing peserta didik dalam menyimpulkan materi yang telah dipelajari.

2.6 Persamaan dan Perbedaan Metode *Pair Check* dan Metode *Group Investigation*

2.6.1 Persamaan Metode *Pair Check* dan Metode *Group Investigation*

Metode *Pair Check* dan metode *Group Investigation* mempunyai kesamaan yaitu kedua metode tersebut merupakan pembelajaran kooperatif dimana dalam proses pembelajaran peserta didik didorong untuk dapat mengerjakan tugas-tugas belajar secara bersama-sama dengan teman yang lainnya atau secara berkelompok. Dengan begitu peserta didik akan terlatih untuk berkomunikasi dengan baik, menumbuhkan sikap toleransi antar teman dan sikap mau menerima perbedaan atau keberagaman. Sehingga perkembangan keterampilan sosial peserta didik akan lebih baik.

2.6.2 Perbedaan Metode *Pair Check* dan Metode *Group Investigation*Tabel 2.2 Perbedaan Metode *Pair Check* dan Metode *Group Investigation*

<i>Pair Check</i>	<i>Group Investigation</i>
<ul style="list-style-type: none"> ✎ Materi pelajaran disampaikan oleh guru (pendidik). ✎ Peserta didik mempunyai peran ganda yaitu sebagai partner dan pelatih. Dimana peserta didik tidak hanya bisa menyelesaikan soal yang diberikan oleh guru tetapi peserta didik juga bertanggung jawab membimbing dan melatih pasangannya agar dapat menyelesaikan soal yang diberikan oleh guru. Selain itu, peserta didik juga bisa mengecek dan menilai pekerjaan temannya dengan jujur. ✎ Peserta didik harus menguasai materi pembelajaran dengan baik, agar bisa melatih dan membimbing pasangannya. 	<ul style="list-style-type: none"> ✎ Materi pembelajaran yang diberikan bukan merupakan barang jadi sehingga peserta didik di tuntut bekerja secara aktif dalam kelompok untuk memecahkan masalah melalui penemuan dan investigasi. Jadi, peserta didik akan menemukan konsep melalui kegiatan investigasi. ✎ Peserta didik dapat membentuk atau mengajukan – mengajukan pertanyaan yang bermakna. ✎ Dengan kegiatan penemuan dan investigasi suatu masalah, memungkinkan untuk peserta didik belajar sendiri. Sehingga ingatan peserta didik lebih aktif dan materi akan bertahan dalam jangka waktu yang lebih lama. ✎ Dalam pembelajaran menggunakan metode <i>Group Investigation</i> (GI) peserta didik harus menyiapkan laporan untuk dipresentasikan sebagai hasil pekerjaannya.

2.7 Hasil Penelitian Yang Relevan

Beberapa penelitian pembelajaran menggunakan metode *Pair Check* dan *Group Investigation* yang dilakukan para peneliti sebelumnya sebagai berikut.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Ainiyah (2014) tentang efektivitas pembelajaran matematika menggunakan metode *Pair Check* untuk meningkatkan hasil belajar pada materi operasi hitung bilangan bulat kelas VII SMP Muhammadiyah 4 Giri Kebomas Gresik. Hasilnya menunjukkan bahwa pembelajaran matematika menggunakan metode *Pair Check* pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat efektif membantu meningkatkan hasil belajar peserta didik kelas VII SMP Muhammadiyah 4 Giri Kebomas Gresik.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Komara (2010) tentang pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe *Pair Checks* terhadap hasil belajar matematika siswa (kuasi eksperimen di MTs Negeri 22 Jakarta Timur)”. Hasilnya menunjukkan bahwa nilai rata-rata hasil belajar matematika siswa yang diajarkan dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Pair Checks* lebih tinggi dari pada nilai rata-rata belajar matematika siswa yang diajarkan dengan model pembelajaran klasikal, serta terdapat pengaruh penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Pair Checks* terhadap hasil belajar matematika siswa.
3. Penelitian Yantiani,dkk (2013) tentang pembelajaran kooperatif *Pair Check* berpengaruh terhadap hasil belajar materi bangun ruang dan bangun datar siswa kelas IV Gugus IV Semarapura”. Hasilnya menunjukkan bahwa nilai rata-rata kelompok eksperimen (kelas yang menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Pair Check*) lebih tinggi dari pada nilai rata-rata kelompok kontrol (kelas yang menggunakan pembelajaran konvensional), serta terdapat pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe *Pair Check* terhadap hasil belajar siswa Kelas IV Sekolah Dasar Gugus IV Semarapura pada materi bangun ruang dan bangun datar.

4. Penelitian Sharan dan Sachar (1988) dalam Huda (2014: 22) yang melibatkan 351 siswa kelas 8 di sembilan SMP di Israel tentang perbedaan hasil akademik siswa yang proses pembelajarannya menggunakan metode investigasi kelompok (*Group Investigation*) dengan metode pengajaran tradisonal pada umumnya. Hasilnya menunjukkan bahwa siswa yang proses pembelajarannya menggunakan metode investigasi kelompok tidak hanya memperoleh hasil akademik yang lebih besar, tetapi juga mampu berkomunikasi lebih interaktif dalam kelompoknya, lebih terfokus pada masalah yang harus mereka selesaikan, dan menggunakan strategi bahasa yang lebih *sophisticated* dibandingkan siswa yang proses pembelajarannya menggunakan metode pengajaran tradisonal pada umumnya.
5. Penelitian Nasifah (2013) tentang penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* pada materi prisma dan limas di kelas VIII-C SMP Negeri 2 Gresik. Hasilnya menunjukkan bahwa aktifitas peserta didik selama mengikuti pembelajaran kooperatif model *Group Investigation* yang telah diamati masuk dalam kategori aktif, hasil belajar peserta didik setelah mengikuti proses pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* menunjukkan bahwa ketuntasan belajar klasikal telah tercapai, dan respon peserta didik terhadap model pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* adalah positif.
6. Penelitian Mahmudah (2013) tentang penerapan pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* pada materi prisma dan limas di kelas VIII MTs Negeri Gresik. Hasilnya menunjukkan bahwa aktifitas guru selama proses pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* yang telah diamati masuk dalam kategori sangat baik, serta aktifitas peserta didik selama mengikuti proses pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Group Investigation* yang telah diamati masuk dalam kategori baik.

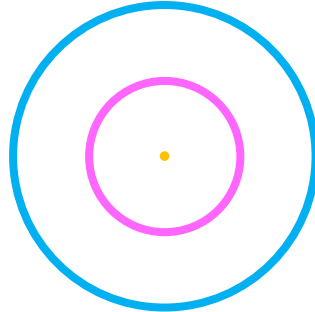
Dari beberapa hasil penelitian di atas, menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan metode *Pair Check* berpengaruh terhadap hasil belajar peserta didik, serta sangat efektif untuk digunakan karena dapat meningkatkan hasil belajar peserta didik. Sedangkan penelitian lain menjelaskan bahwa pembelajaran dengan menggunakan metode *Group Investigation* dapat membuat peserta didik mendapatkan nilai hasil belajar yang lebih tinggi daripada peserta didik yang menggunakan metode pembelajaran tradisional. Selain itu, penggunaan metode *Group Investigation* mendorong peserta didik untuk berkomunikasi lebih interaktif dalam kelompoknya, ketuntasan hasil belajar peserta didik juga tercapai, serta aktifitas peserta didik juga dikatakan baik dan respon peserta didik juga positif. Oleh karena itu, peneliti ingin membandingkan hasil belajar peserta didik antara menggunakan metode *Pair Check* dengan *Group Investigation* pada materi garis singgung persekutuan dua lingkaran di kelas VIII SMP Muhammadiyah 4 Giri untuk melihat perbedaan hasil belajar peserta didik.

2.8 Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran

- ✎ Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya.
- ✎ Garis singgung persekutuan adalah garis yang menyinggung dua buah lingkaran sekaligus.
- ✎ Kedudukan dua lingkaran
Secara umum, kedudukan dua lingkaran dapat dikelompokkan menjadi empat jenis, yaitu dua lingkaran yang sepusat (konsentris), bersinggungan, berpotongan, dan saling lepas.

a. Dua Lingkaran yang Sepusat (Konsentris)

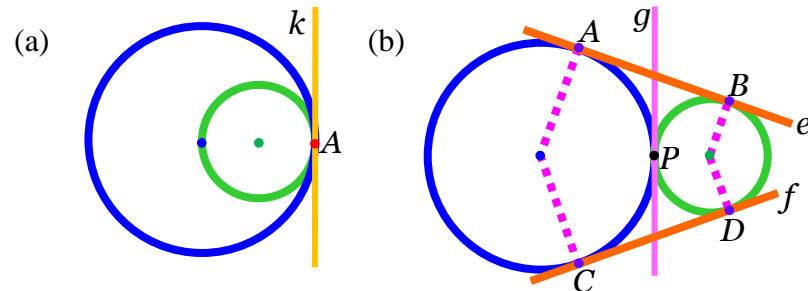
Dua lingkaran yang sepusat (konsentris) tidak mempunyai garis singgung persekutuan.



Gambar 2.1 Dua Lingkaran yang Sepusat (Konsentris)

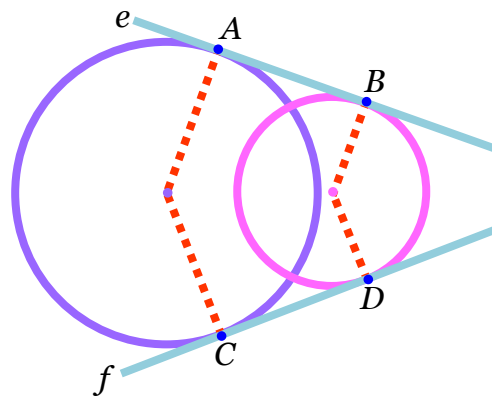
b. Dua Lingkaran Bersinggungan

Perhatikan Gambar 2.2



Gambar 2.2 Dua Lingkaran Bersinggungan

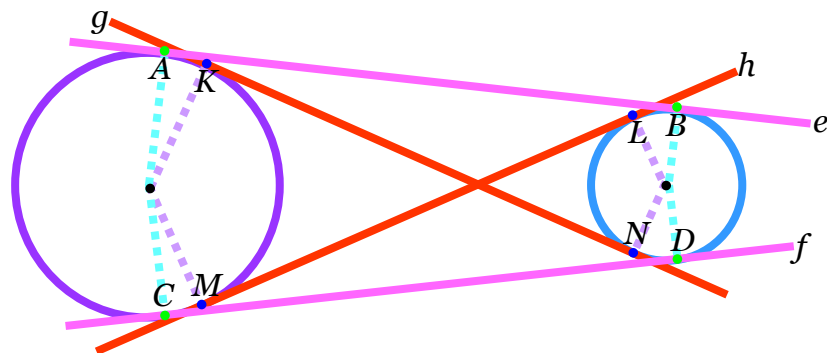
- Gambar 2.2 (a) dua lingkaran yang bersinggungan di dalam. Untuk kedudukan seperti ini dapat dibuat satu buah garis singgung persekutuan luar, yaitu k dengan titik singgung A .
 - Gambar 2.2 (b) dua lingkaran yang bersinggungan di luar. Dalam kedudukan seperti ini dapat dibuat satu buah garis singgung persekutuan dalam, yaitu g dan dua garis singgung persekutuan luar, yaitu e dan f .
- c. Dua Lingkaran Berpotongan
- Dua lingkaran yang berpotongan seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 2.3 mempunyai dua garis singgung persekutuan luar, yaitu e dan f .



Gambar 2.3 Dua Lingkaran Berpotongan

d. Dua lingkaran Saling Lepas

Gambar 2.4 memperlihatkan dua lingkaran yang saling lepas atau terpisah. Dalam kedudukan seperti ini, dapat dibuat dua garis singgung persekutuan luar, yaitu e dan f dan dua garis singgung persekutuan dalam, yaitu g dan h .



Gambar 2.4 Dua Lingkaran Saling Lepas

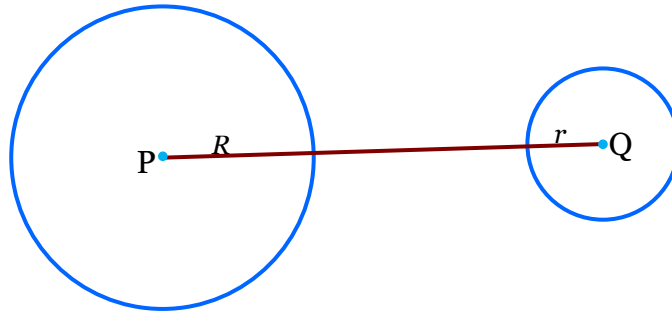
2.8.1 Garis Singgung Persekutuan Dalam

Garis singgung persekutuan dalam adalah garis singgung yang memisahkan dua lingkaran dan memotong garis hubung pusat-pusatnya.

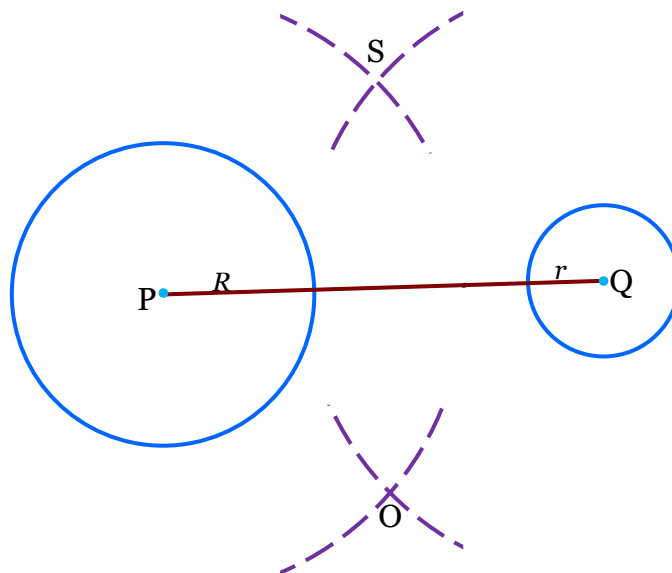
 Melukis Garis Singgung Persekutuan Dalam Dua Lingkaran

Langkah-langkah melukis garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran sebagai berikut:

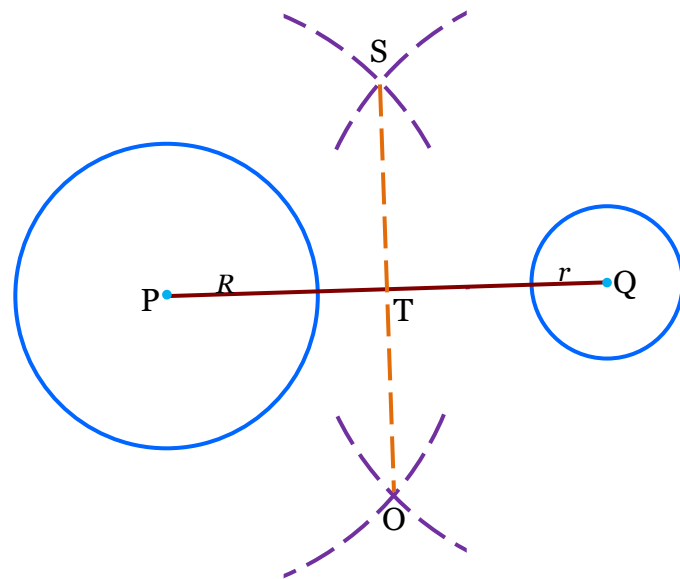
- (a) Lukislah dua lingkaran dengan pusat P dan Q, serta jari-jari masing-masing R dan r ($R > r$), kemudian hubungkan kedua titik pusatnya (titik P dan Q).



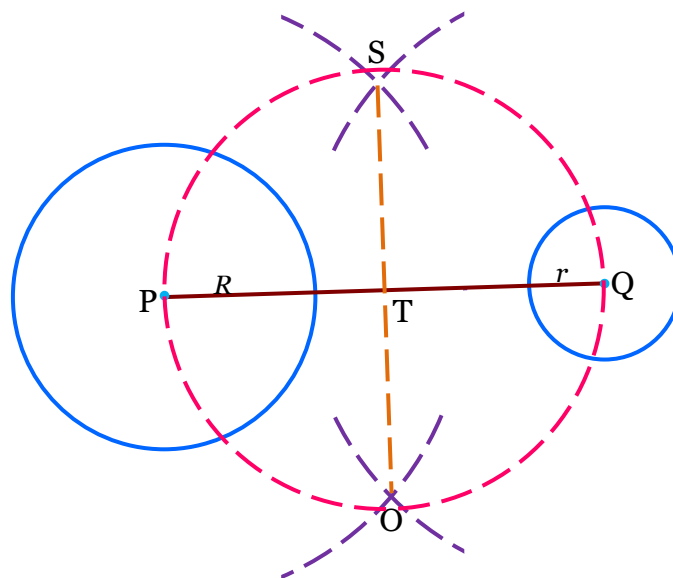
- (b) Lukislah busur lingkaran berpusat di P dan Q dengan jari-jari yang panjangnya sama dan harus lebih besar dari $\frac{1}{2} PQ$ sehingga berpotongan di titik O dan S.



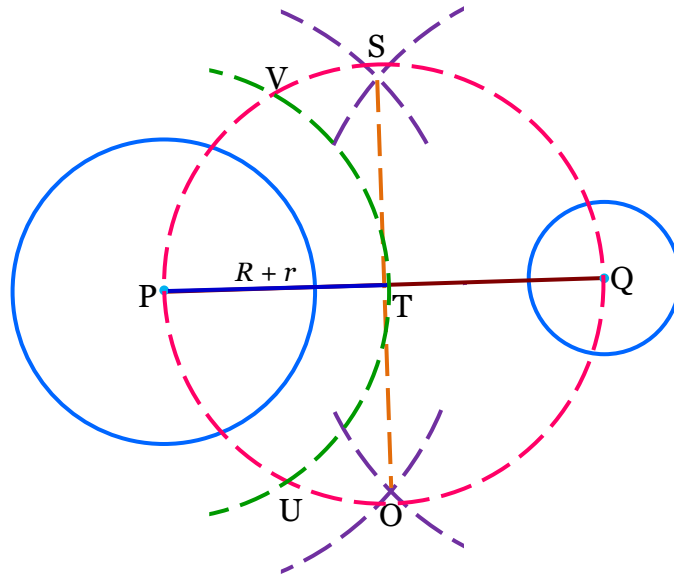
- (c) Hubungkan titik O dan titik S sehingga memotong garis PQ di titik T.



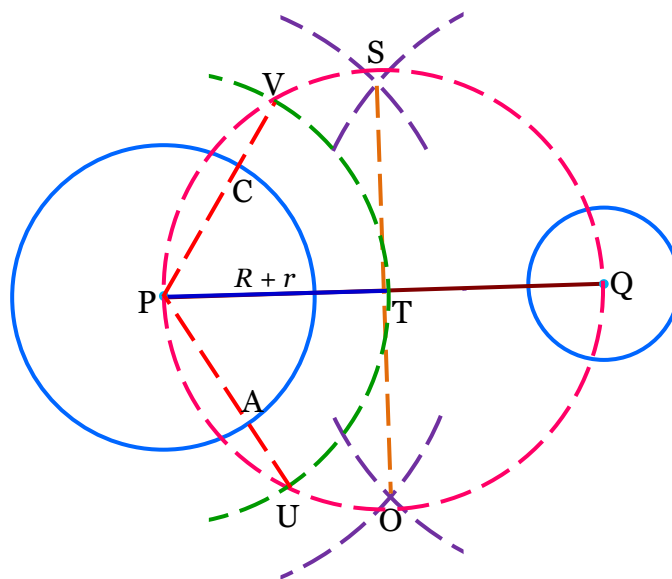
- (d) Lukis lingkaran berpusat di T dengan jari-jari PT.



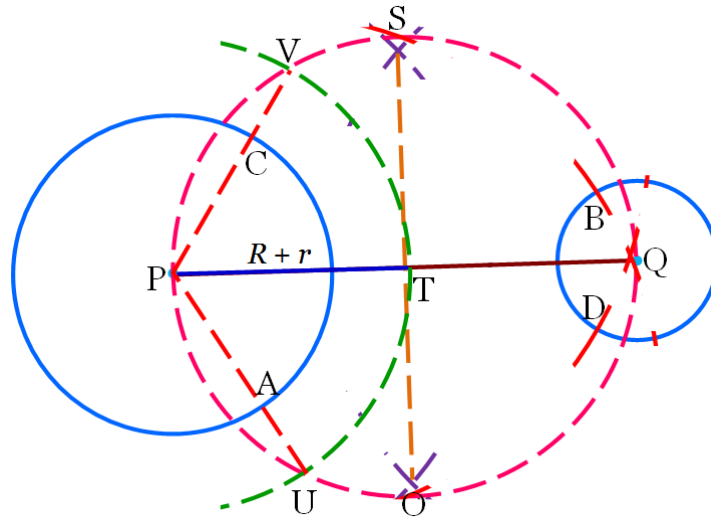
- (e) Lukis busur lingkaran yang berpusat di P dan berjari-jari $R + r$ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di T pada titik U dan V.



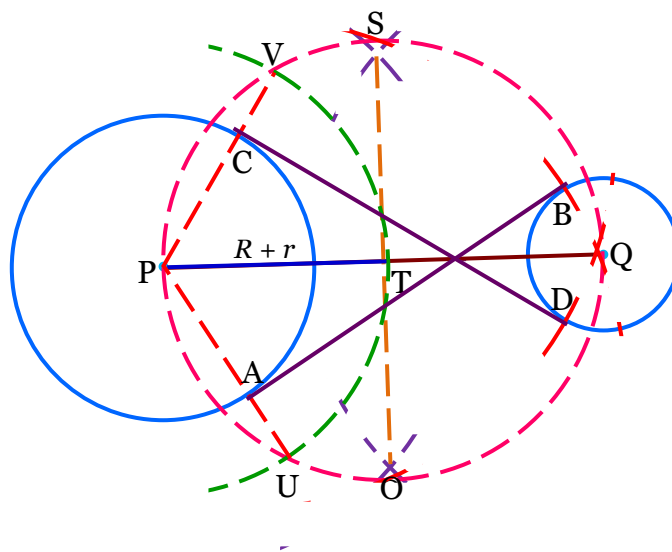
- (f) Hubungkan titik pusat P dengan U dan titik P dengan V sehingga memotong lingkaran dengan pusat P di titik A dan C.



- (g) Lukis busur lingkaran yang berpusat di titik A dan berjari-jari UQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik B. Lukis pula busur lingkaran yang berpusat di titik C dan berjari-jari VQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik D.

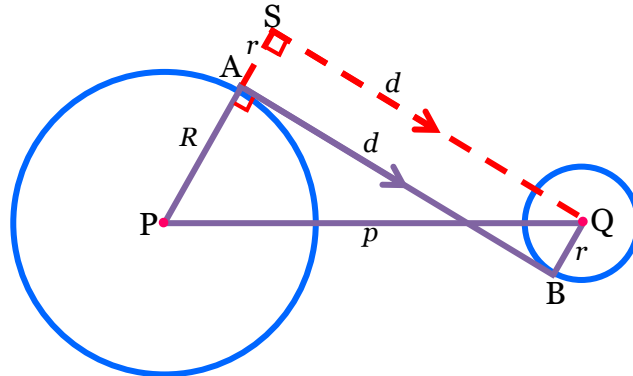


- (h) Hubungkan titik A dengan titik B dan titik C dengan titik D. Garis AB dan CD merupakan *garis singgung persekutuan dalam* dua lingkaran yang berpusat di P dan Q.



📖 Panjang Garis Singgung Persekutuan Dalam Dua Lingkaran

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran, perhatikan gambar berikut.



Gambar 2.5 Menentukan Panjang Garis Singgung Persekutuan Dalam Dua Lingkaran.

Dari gambar tersebut diperoleh:

- ✎ Garis AB merupakan garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran yang berpusat di P dan Q.
- ✎ Jari-jari lingkaran yang berpusat di P atau lingkaran pertama = R ;
- ✎ Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q atau lingkaran kedua = r ;
- ✎ Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $AB = d$;
- ✎ Jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = p$.
- ✎ Jika garis AB digeser sejajar ke atas sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.
- ✎ Garis SQ sejajar AB, sehingga panjang $SQ =$ panjang $AB = d$ dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).
- ✎ Perhatikan segi empat ABQS.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

Jadi, segi empat ABQS merupakan persegi panjang dengan panjang $AB = d$ dan lebar $BQ = r$.

- ✎ Perhatikan $\triangle PQS$ siku-siku di titik S. Sehingga berlaku teorema pythagoras. Dengan begitu diperoleh

$$SQ^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$SQ = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$SQ = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

Karena panjang $SQ = AB$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah

$$d = \sqrt{p^2 - (R + r)^2}$$

Keterangan:

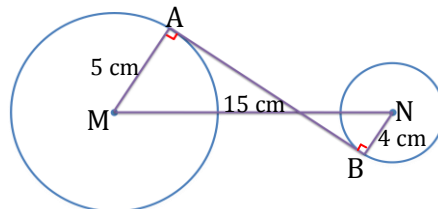
d = Panjang garis singgung persekutuan dalam

p = Jarak kedua titik pusat lingkaran

R = Jari-jari lingkaran pertama

r = Jari-jari lingkaran kedua

Contoh:



Pada gambar di samping, panjang jari-jari $MA = 5$ cm, panjang jari-jari $NB = 4$ cm, dan panjang $MN = 15$ cm. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalamnya.

Penyelesaian:

Diketahui $MA = 5$ cm, $NB = 4$ cm, dan $MN = 15$ cm. Garis singgung persekutuan dalamnya adalah AB .

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{MN^2 - (MA + NB)^2} \\ &= \sqrt{15^2 - (5 + 4)^2} \\ &= \sqrt{225 - 9^2} \\ &= \sqrt{225 - 81} \\ &= \sqrt{144} \\ &= 12 \end{aligned}$$

Jadi, panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 12 cm.

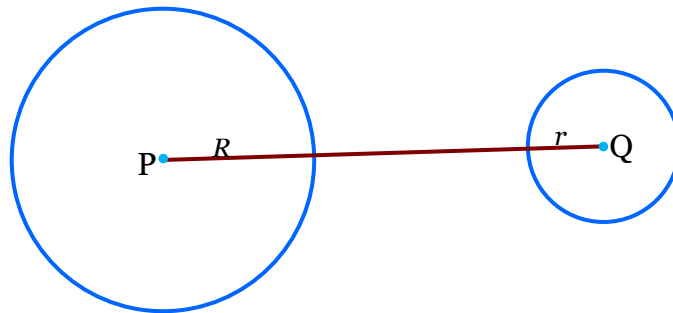
2.8.2 Garis Singgung Persekutuan Luar

Garis singgung persekutuan luar adalah garis yang menyinggung kedua lingkaran, dimana kedua lingkaran berada pada pihak yang sama dari tiap garis singgung luar.

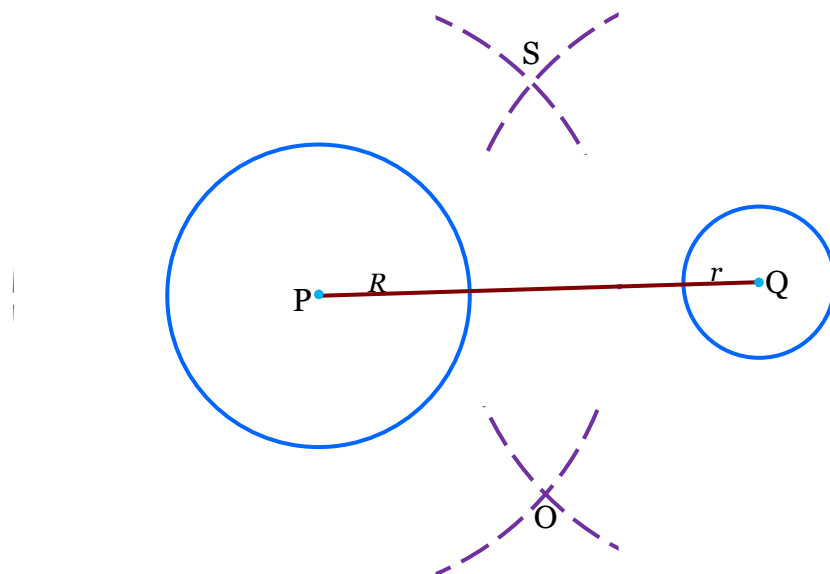
Melukis Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Langkah-langkah melukis garis singgung persekutuan luar dua lingkaran sebagai berikut.

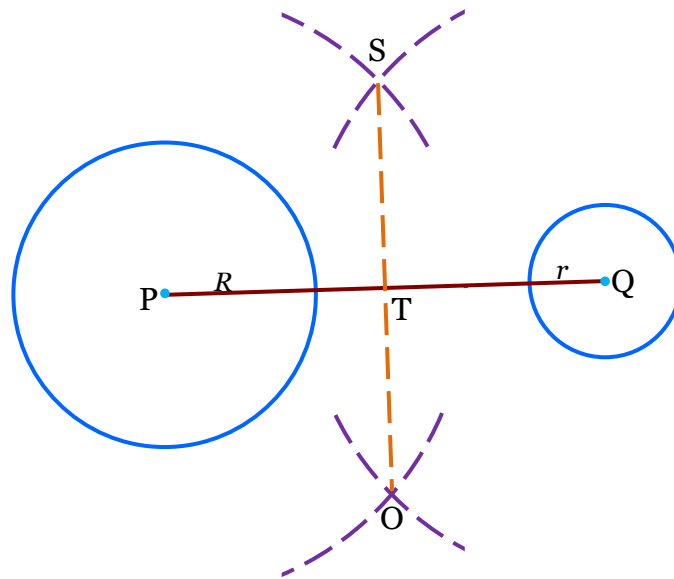
- (a) Lukislah dua lingkaran dengan pusat P dan Q, serta jari-jari masing-masing R dan r ($R > r$), kemudian hubungkan kedua titik pusatnya (titik P dan Q).



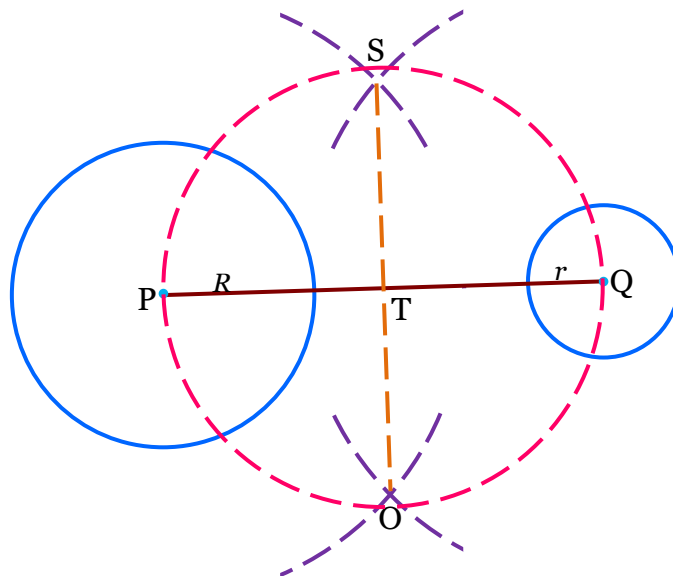
- (b) Lukislah busur lingkaran berpusat di P dan Q dengan jari-jari yang panjangnya sama dan harus lebih besar dari $\frac{1}{2} PQ$ sehingga berpotongan di titik O dan S.



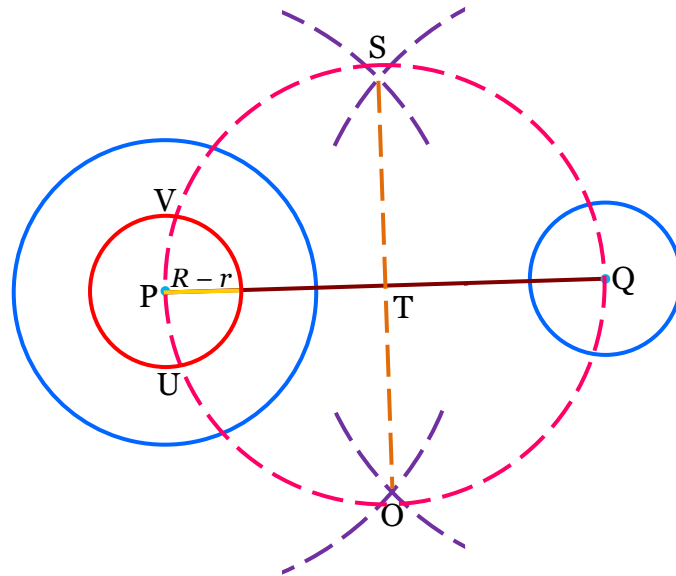
- (c) Hubungkan titik O dan titik S sehingga memotong garis PQ di titik T.



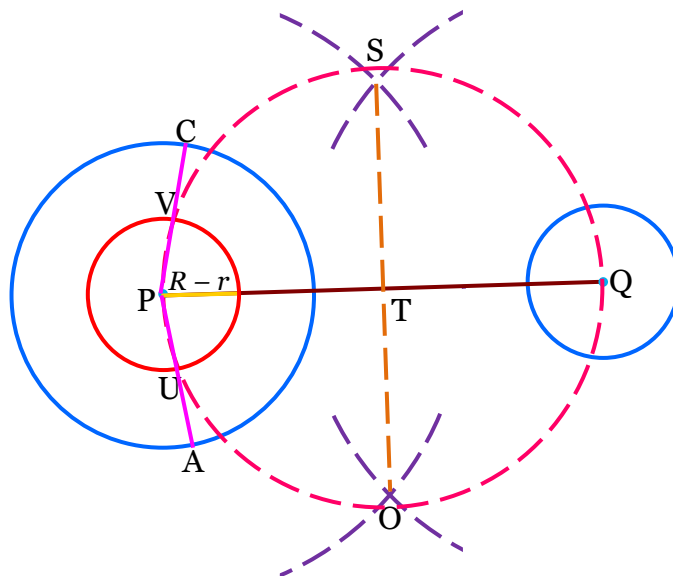
- (d) Lukislah lingkaran yang berpusat di titik T dengan jari-jari PT.



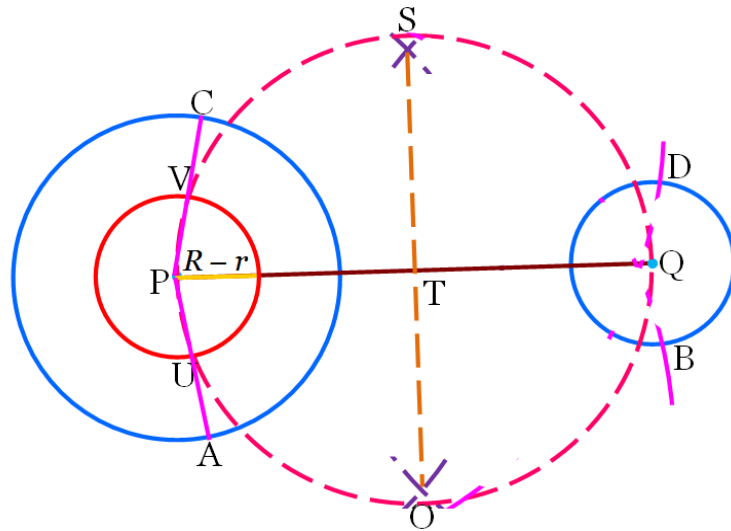
- (e) Lukislah busur lingkaran yang berpusat di P dan berjari-jari $R - r$ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di T pada titik U dan V.



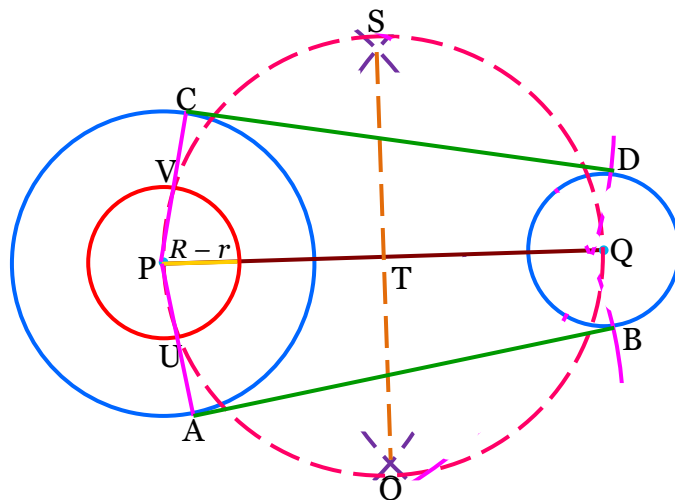
- (f) Hubungkan titik pusat P dengan U dan titik P dengan V, kemudian perpanjang kedua garis tersebut sehingga memotong lingkaran yang berpusat di P pada titik A dan C.



- (g) Lukislah busur lingkaran yang berpusat di titik A dan berjari-jari UQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik B. Lukis pula busur lingkaran yang berpusat di titik C dan berjari-jari VQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik D.

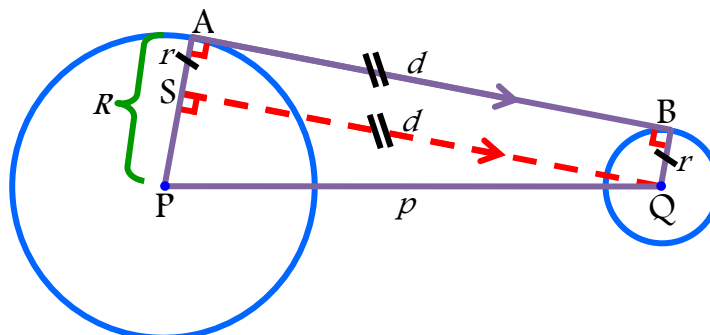


- (h) Hubungkan titik A dengan titik B dan titik C dengan titik D. Garis AB dan CD merupakan *garis singgung persekutuan luar* dua lingkaran yang berpusat di P dan Q.



📖 Panjang Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Untuk menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran, perhatikan gambar berikut.



Gambar 2.6 Menentukan Panjang Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Dari gambar tersebut diperoleh :

- ✎ Garis AB merupakan garis singgung persekutuan luar dua lingkaran yang berpusat di P dan Q.
- ✎ Jari-jari lingkaran yang berpusat di P atau lingkaran pertama = R ;
- ✎ Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q atau lingkaran kedua = r ;
- ✎ Panjang garis singgung persekutuan luar adalah $AB = d$;
- ✎ Jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = p$.
- ✎ Jika garis AB digeser sejajar ke bawah sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.
- ✎ Garis SQ sejajar AB, sehingga panjang $SQ =$ panjang $AB = d$ dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).
- ✎ Perhatikan segi empat ABQS.
Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.
Jadi, segi empat ABQS merupakan persegi panjang dengan panjang $AB = d$ dan lebar $BQ = r$.
- ✎ Perhatikan $\triangle PQS$ siku-siku di titik S. Sehingga berlaku teorema pythagoras. Dengan begitu diperoleh

$$SQ^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$SQ = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$SQ = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

Karena panjang $SQ = AB$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah

$$d = \sqrt{p^2 - (R - r)^2}, \text{ untuk } R > r$$

Keterangan:

d = Panjang garis singgung persekutuan luar

p = Jarak kedua titik pusat lingkaran

R = Jari-jari lingkaran pertama

r = Jari-jari lingkaran kedua

Contoh:

Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah 12 cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut 13 cm. Jika panjang salah satu jari-jari lingkaran $3\frac{1}{2}$ cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain.

Penyelesaian:

Panjang garis singgung persekutuan luar adalah 12 cm, maka $d = 12$.

Jarak kedua pusat lingkaran adalah 13 cm, maka $p = 13$. Panjang salah satu jari-jari lingkaran adalah $3\frac{1}{2}$ cm = 3,5 cm, sehingga $r = 3,5$.

Panjang jari-jari lingkaran yang lain = R , sehingga

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{p^2 - (R - r)^2} \\ 12 &= \sqrt{13^2 - (R - 3,5)^2} \\ 12^2 &= 13^2 - (R - 3,5)^2 \\ 144 &= 169 - (R - 3,5)^2 \\ (R - 3,5)^2 &= 25 \\ R - 3,5 &= \sqrt{25} \\ R - 3,5 &= 5 \\ R &= 5 + 3,5 \\ R &= 8,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

2.9 Hipotesis

Berdasarkan rumusan masalah dan kajian teori yang sudah dipaparkan di atas, ada dua metode dalam pembelajaran yaitu metode *Pair Check* dan *Group Investigation*. Berdasarkan hasil penelitian yang relevan menunjukkan bahwa ke-2 (dua) metode memberikan hasil yang positif. Maka peneliti mengajukan hipotesis sebagai berikut:

Tidak ada perbedaan hasil belajar antara peserta didik yang menggunakan metode *Pair Check* dengan metode *Group Investigation* pada materi garis singgung persekutuan dua lingkaran di kelas VIII SMP Muhammadiyah 4 Giri.